

FILTRES D'ORDRE A FENETRE DE FILTRAGE DECIMEE ITERATIVEMENT

Jocelyn CHANUSSOT & Pierre PASQUIER

Laboratoire des Images et des Signaux - UMR 5083
LIS / ENSIEG - BP 46 - 38402 Saint Martin d'Hères Cedex - France
(CNRS GdR ISIS - Information Signal Image viSion)

@ : jocelyn.chanussot@inpg.fr
tel : 04 76 82 62 73
fax : 04 76 82 63 84

Résumé - La formulation classique des filtres d'ordre consiste à calculer la sortie du filtre comme le point qui minimise la somme des écarts cumulés à tous les autres points de la fenêtre de filtrage. On obtient ainsi le point « le plus représentatif » de la fenêtre, et, en ne sélectionnant pas les points les plus atypiques, on obtient une réduction du bruit. Suivant la norme utilisée pour calculer l'écart entre deux pixels, différents effets peuvent être obtenus (lissage optimal pour différents types de bruit, rehaussement). Cependant, lorsque la fenêtre de filtrage chevauche une transition, les points situés sur la transition et dans la nouvelle région qui apparaît vont introduire un biais dans le résultat, et le lissage de la partie précédant la transition ne sera plus optimal. La technique proposée consiste alors à décimer progressivement la fenêtre de filtrage en supprimant les points qui maximisent la somme des écarts cumulés. On itère alors le processus (calcul des écarts puis élimination des points les plus atypiques) jusqu'à ne retenir que le dernier point restant comme sortie du filtre. L'effet obtenu est un rehaussement des contours, au prix d'une légère dégradation des résultats pour le lissage des régions homogènes. La méthode est explicitée, comparée dans son principe avec d'autres méthodes de rehaussement. Une étude déterministe permet de caractériser l'effet de rehaussement et une étude statistique permet d'évaluer les performances en termes de lissage. La méthode est ensuite appliquée sur une image naturelle.

Abstract - The classical definition of order filters consists in selecting for the output the pixel that minimizes the cumulated distance to the other pixels of the filtering window. The "most representative" pixel of the filtering window is then selected and the noise is thus reduced. Depending on the norm used to compute the difference between two pixels, different effects can be obtained (optimal filtering for different kind of noises, enhancement). But, when the filtering window reaches a transition, covering two different regions, the pixels coming from the new region introduce a bias in the result and the smoothing of the previous region is not optimal anymore. The proposed technique consists in progressively decimating the filtering window by suppressing the pixels that maximize the cumulated distance. The process is then iterated (computation of the cumulated distances and suppression of the less typical pixels) until one single pixel remains : it is then selected for the filter output. The obtained effect is an enhancement of the edges, but the smoothing performances in homogeneous regions are slightly degraded. The paper details the proposed method and compare it with other enhancement filters. A determinist study enables the characterization of the method in terms of enhancement and a statistical study evaluates the smoothing properties. Results obtained on real images are presented.

1. Introduction

Les filtres d'ordre constituent une classe importante de filtres non-linéaires. Leur formulation classique consiste à calculer la sortie du filtre comme le point Y qui minimise la somme des écarts cumulés aux N points de la fenêtre de filtrage $W=\{x_i, i=1... N\}$:

$$Y = \underset{y}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^N |y - x_i|^p \quad (\text{Eq.1})$$

On obtient ainsi le point « le plus représentatif » de la fenêtre, et, dans la mesure où les points les plus atypiques (*i.e.* ceux qui maximisent la fonction de coût) ne sont pas sélectionnés, on obtient une réduction du bruit. Suivant la norme utilisée,

différents filtres peuvent être obtenus. Pour $p=1$, on retrouve notamment le filtre médian, optimal au sens du *maximum* de vraisemblance pour la réduction de bruit à distribution exponentielle ; pour $p=2$ on retrouve le filtre moyenneur, optimal pour le bruit gaussien, et pour p tendant vers l'infini on obtient le filtre milieu, optimal pour le bruit uniforme. Enfin, pour $0 < p < 1$ on obtient un filtre avec un effet de rehaussement [1].

Mais lorsque la fenêtre de filtrage chevauche une transition, les points situés sur la transition et dans la nouvelle région qui apparaît introduisent un biais dans le résultat, et le lissage de la partie précédant la transition n'est plus optimal. Ceci est

illustré de manière schématique sur la figure ci-dessous : la fenêtre de filtrage se trouve à cheval sur deux régions homogènes légèrement bruitées (valeurs respectives 10 et 25). Lorsque l'on traite les pixels proches de la transition, les valeurs provenant de l'autre région biaisent le résultat.

Note : dans la suite du papier, nous utiliserons essentiellement le filtre médian, mais rappelons que la technique proposée s'applique directement pour tous les filtres décrits par l'équation 1.

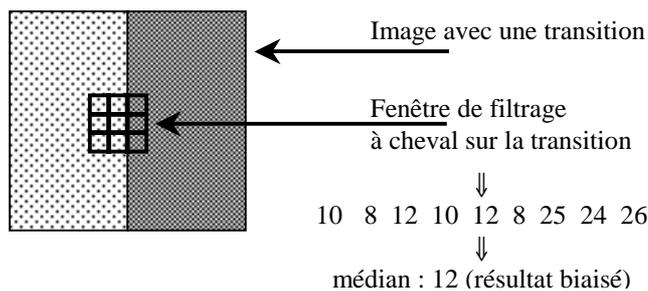


Figure 1 : position du problème

2. Principe de la méthode proposée

Afin d'éviter l'effet décrit précédemment, la technique proposée consiste à décimer progressivement la fenêtre de filtrage :

❶ le point Y qui **maximise** la somme des écarts cumulés est retiré de la fenêtre de filtrage,

$$Y = \underset{y}{\operatorname{argmax}} \sum_{i=1}^N |y - x_i|^p \quad (\text{Eq.2})$$

❷ les écarts cumulés correspondant aux $N-1$ points restants sont calculés (la suppression d'un point peut modifier les valeurs relatives des écarts cumulés des points restants).

❸ le processus est itéré : un nouveau point est supprimé puis les écarts cumulés entre les points restants sont calculés...

Pour un filtre donné (*i.e.* une valeur de p fixée) et une taille de fenêtre déterminée, le seul paramètre de la méthode proposée est le nombre b de boucles effectuées, c'est à dire le nombre de points supprimés itérativement dans la fenêtre de filtrage.

Remarque : Par rapport au filtre initial, les différentes itérations augmentent considérablement la charge

calculatoire. Néanmoins, la réutilisation des calculs effectués lors de l'itération précédente permet de limiter cette augmentation : pour un point restant, on ne recalcule pas la somme des écarts aux autres points restants, il suffit de retrancher de la somme précédente l'écart au point que l'on vient de supprimer.

3. Etude déterministe

On considère une transition entre deux régions homogènes, modélisée par une rampe de largeur q pixels et représentée sur la figure 2. On utilise une fenêtre de filtrage de taille N (supposée impaire), et, pour chaque position de la fenêtre, on supprime itérativement b pixels (on supposera b pair). Suivant les valeurs relatives de q , N et b , différents cas de figure se présentent.

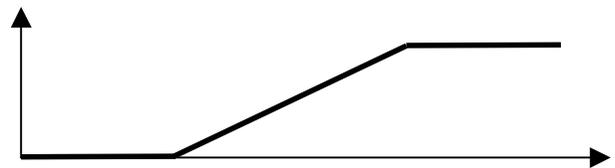
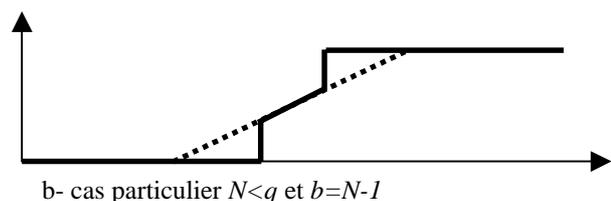
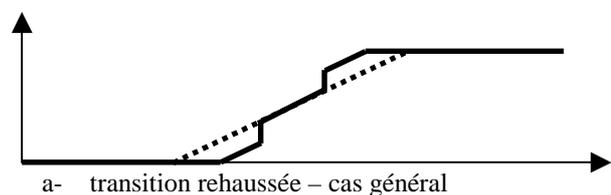
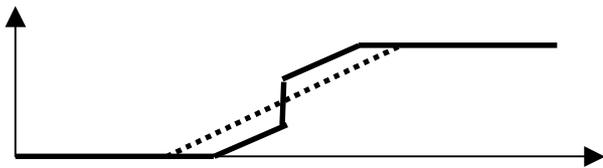


Figure 2 : transition entre deux régions homogènes

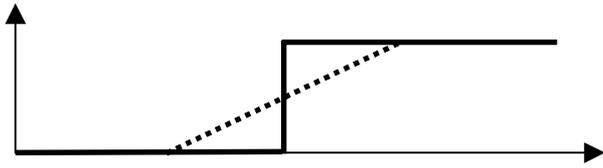
Le cas le plus général avec $N < q$ est représenté sur la figure 3-a : la largeur totale de la transition est réduite de b points (respectivement $E(b/2)$ en début et en fin de transition). La partie centrale de la transition reste inchangée sur une largeur de $(q-N+1)$ points. Enfin, on obtient en début et en fin de transition deux portions obliques de largeur $(N-b-1)/2$.

Les résultats présentés sur les figures 3-b à 3-d correspondent aux cas particuliers spécifiés en légende.





c- cas particulier $N > q$ et $b < q$



d- cas particulier $N > q$ et $b > q-1$

Figure 3 : effet sur une transition en rampe.

Note 1 : Toute transition peut être rendue parfaitement verticale en prenant une fenêtre de filtrage suffisamment grande (plus grande que la transition) dès lors que l'on supprime suffisamment de points.

Note 2 : des effets similaires sont obtenus quel que soit le modèle de transition monotone retenu.

4. Etude statistique

L'étude statistique présente les performances de la méthode en termes de réduction de bruit. Dans la mesure où l'on part *a priori* d'un filtre optimal, la modification proposée induit nécessairement une dégradation du résultat sur les régions homogènes (filtre sous-optimal). L'objet de ce paragraphe est de quantifier la dégradation obtenue.

On se place dans le cas d'une région homogène (niveau de gris constant) corrompue par un bruit additif centré à distribution exponentielle. Dans ce cas, le filtre optimal au sens de la minimisation de l'erreur quadratique moyenne (EQM) est le filtre médian (c'est le filtre du *maximum* de vraisemblance). La figure suivante présente les valeurs d'EQM obtenues en modifiant le filtre médian selon l'approche proposée en fonction des deux paramètres suivants :

- taille N de la fenêtre de filtrage,
- nombre b de pixels supprimés itérativement.

Notons que la coupe obtenue pour $b=0$ donne naturellement les performances du filtre médian standard (non modifié). On constate que pour une taille de fenêtre fixée,

l'EQM augmente au fur et à mesure que l'on supprime des points (on s'éloigne de plus en plus du filtre optimal). Néanmoins, cette différence s'atténue lorsque la taille de la fenêtre augmente : l'hypothèse de bruit centré est alors de mieux en mieux vérifiée et la suppression itérative des points se fait alternativement aux deux extrêmes du tri pour finalement converger vers le filtre médian standard.

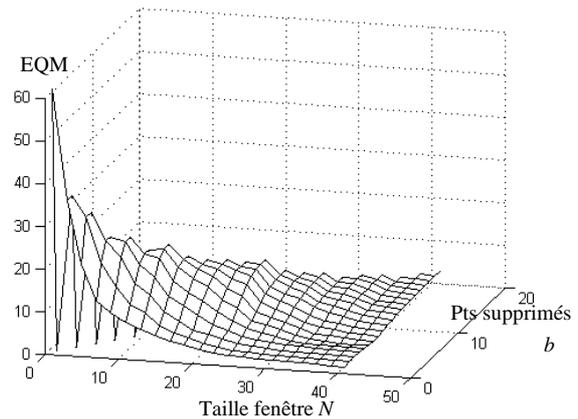


Figure 4 : effet sur la réduction de bruit

5. Rehaussement de contours

La figure 5 présente les résultats obtenus sur une image réelle à niveaux de gris (codés sur 8 bits) de taille 256x256 (5-a), ainsi que les coupes correspondantes (coupe verticale entre les points (100,200) et (250,200)). La figure 5-b présente le résultat obtenu avec un filtre médian standard de taille 5x5. La figure 5-c présente le résultat obtenu avec un filtre médian de taille 5x5 modifié par suppression itérative de 22 points. L'effet de lissage combiné à un rehaussement des transitions est clairement visible.

Ce résultat peut être comparé avec le filtre rehausseur d_α [2]. La figure 5-d présente le résultat obtenu avec une fenêtre de taille 5x5 et un coefficient $\alpha=0,5$. L'effet de rehaussement est comparable, mais le lissage est moins fort que pour le médian et notre médian modifié. Notons que ce filtre, régi par l'équation 1, pourrait lui-même être modifié selon notre approche et le biais induit au niveau des transitions réduit.

L'idée de supprimer les points les plus atypiques de la fenêtre de filtrage avant de filtrer a déjà été exploitée : ce sont

les filtres d'ordre obtenus par « α -coupe » qui ne prennent pas en considération les points dont la valeur s'écarte de plus de α de la valeur moyenne [3]. Notre approche s'en distingue à plusieurs titres : notre décimation est **itérative**, et donc moins biaisée. De plus, elle ne nécessite **pas de seuil** et est donc indépendante de l'**amplitude** des transitions rencontrées, ce qui n'est pas le cas des α -coupe.

6. Conclusions & perspectives

Les résultats obtenus sont très satisfaisants : un net effet de rehaussement est gagné par rapport au filtre initial, au prix d'une légère dégradation des performances de lissage des régions homogènes. Le choix d'un compromis lissage/rehaussement peut alors être qualitativement discuté : compte tenu du problème traité et du schéma de la figure 1, il semble qu'un bon compromis soit obtenu en supprimant itérativement la moitié des points (dans le cas où la fenêtre de filtrage recouvre 2 régions différentes, cela est suffisant).

Une autre perspective de ces travaux concerne leur extension au cas vectoriel. Celle-ci peut être envisagée directement en prenant la formulation classique des filtres d'ordre vectoriels [4] [5] [6].

Références

- [1] Ph. Bolon – Filtrage d'ordre, vraisemblance et optimalité des prétraitements d'images – Traitement du Signal – vol. 9 n. 3 – 1992 – pp 225-250
- [2] I. Issa – Filtres d'ordre adaptatifs pondérés : application au traitement d'images – Thèse de l'Université de Savoie – Octobre 1997 – <http://ava.univ-savoie.fr/francais/LAMII/>
- [3] S.R. Petterson, Y.H. Lee & S.A. Kassam – Some statistical properties of α -trimmed mean and standard type median filters – IEEE Trans. ASSP- vol. 36 n. 5 – 1988 – pp 707-713
- [4] J. Astola, P. Haavisto & Y. Neuvo – Vector median filters – Proc. of the IEEE – vol. 78 n. 4 – 1990 – pp 678-689
- [5] W. Alshatti – Approches vectorielles du filtrage et de la détection de contours dans des images multi-spectrales – thèse de l'Université de Savoie – Octobre 1994 – <http://ava.univ-savoie.fr/francais/LAMII/>
- [6] J. Chanussot – Approches vectorielles ou marginales pour le traitement d'images multi-composantes – thèse de l'Université de Savoie – Novembre 1998 – <http://ava.univ-savoie.fr/francais/LAMII/>

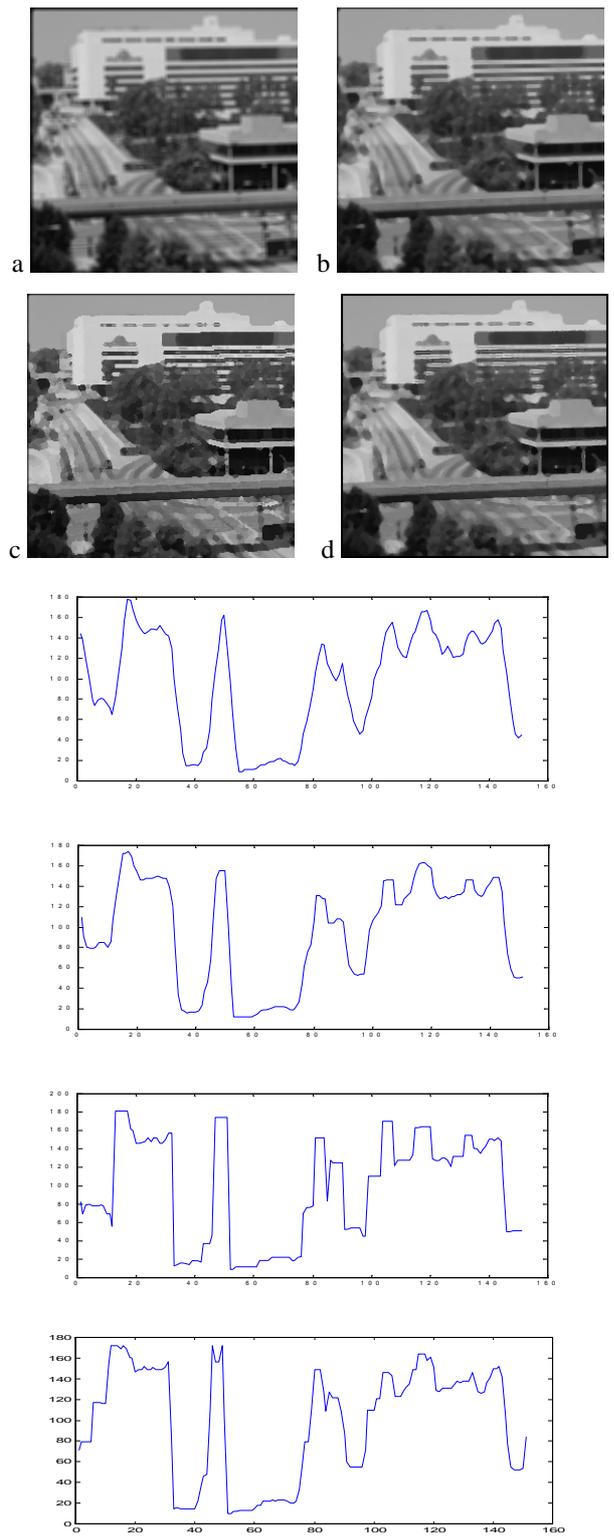


Figure 5 : Application sur une image naturelle

a : originale b : médian standard
c : médian modifié d : filtre rehausseur