

# Caractérisation et analyse des fuseaux de sommeil par analyse spectrale haute résolution et filtrage de Kalman

Eric Grivel<sup>1</sup> Yannick Berthoumieu<sup>2</sup>, Mauro Mantovani<sup>3</sup>, Francesco Donatellio<sup>3</sup> et Mohamed Najim<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Equipe Signal & Image, ENSEIRB, BP 99, F-33 402 Talence Cedex

Tel : +33 5 56 84 62 01 ; Fax: +33 5 56 84 84 06

e\_mail: eric.grivel@tsi.u-bordeaux.fr, najim@tsi.u-bordeaux.fr

<sup>2</sup>Laboratoire IXL UMR 5818, Equipe SACT, F-33 402 Talence Cedex

Tél: 05.56.84.39.76 ; Fax: 05.56.37.15.45

e\_mail: berthoumieu@ixl.u-bordeaux.fr

<sup>3</sup>Universita' Degli Studi di Bologna, Facolta' di Ingegneria, viale Risorgimento, I 40100 Bologna Italie

tel : (+39) 051 20 93008

e\_mail: meverman@tin.it, francdona@libero.it

**Résumé** – Cette communication traite de la caractérisation temporelle et fréquentielle des fuseaux de sommeil (spindles), fondée sur un modèle temporel sinusoïdal stochastique. L'originalité du travail réside à la fois dans l'exploitation des méthodes d'analyse spectrale haute résolution pour extraire les fréquences actives du signal et l'utilisation du lissage de Kalman pour obtenir les paramètres du modèle sinusoïdal temporel. Nous proposons en particulier de mener une analyse des évolutions temporelles des amplitudes des composantes actives du spindle à partir d'une approche de type EM (Expectation Maximization), pour une caractérisation fine temps fréquence.

**Abstract** – *This contribution deals with temporal and frequential analysis of sleep spindles, which is based on a sinusoidal stochastic model. The originality of our work stands in the exploitation of both high resolution spectral analysis methods for the extraction of the active frequencies of the signal and the use of Kalman smoothing for the estimation of the model parameters. More particularly, we propose an analysis of the amplitudes of the active components by means of an EM (Expectation-Maximisation) algorithm.*

## 1. Introduction

L'électroencéphalogramme (EEG) est le relevé des variations du champ électrique émis par le cerveau à la surface du cortex. L'étude de ces signaux a permis d'établir par exemple le profil typique d'une nuit de sommeil d'un adulte et a montré que le sommeil n'est pas un état stable. En effet, il y a un stade de sommeil à ondes rapides et quatre stades à ondes lentes. Dans la phase II de sommeil lent léger, surviennent le plus généralement des activités électriques corticales caractéristiques que sont les fuseaux de sommeil (ou spindles) et des complexes K (que l'on appelle aussi pointes de haut voltage). Elles traduisent la mise en route des circuits thalamo-corticaux et peuvent permettre de détecter le déclenchement d'un mécanisme neurologique visant à prévenir l'organisme de perturbations externes. Sur l'électroencéphalogramme les spindles correspondent à un signal quasi-sinusoïdal (de 13 à 15 Hz en général), d'amplitude variant entre 15 et 25  $\mu$ V et d'une durée de 0,5 à 1,5 s. [6] (Cf. figure 1).

L'étude des spindles peut s'opérer en deux étapes : détection puis caractérisation. Dans [1], les auteurs proposent de détecter ces signaux sur les enregistrements et de mesurer leur périodicité à partir des statistiques d'ordre supérieur. Une

autre méthode par reconnaissance des formes est développée par Suarez et al. dans [7]. Cette approche utilise un algorithme génétique fondé sur un modèle polynomial. Enfin, dans [2], l'intérêt des approches à haute résolution fréquentielle est mis en évidence pour la caractérisation spectrale des spindles.

L'objet de cette communication est d'obtenir, de l'analyse de spindles, des traits caractéristiques fréquentiels et temporels en vue d'une éventuelle classification. Une étude préalable temps/fréquence a permis d'observer des variations d'amplitude des signaux pour une distribution ponctuelle de fréquences dans la gamme [0-15] Hz. Les figures 2-a et 2-b, qui donnent la transformation de Wigner-Ville apodisée de deux spindles, mettent en évidence leur caractère non-stationnaire. Dès lors, nous proposons de représenter ces signaux par une somme de composantes périodiques, dont les amplitudes évoluent selon un modèle auto régressif. La variabilité du signal est ainsi introduite par une fluctuation temporelle des amplitudes de chacune des composantes considérées. Nous opérons alors en deux temps : tout d'abord, nous utilisons les méthodes d'analyse spectrale haute résolution telles que *Music* et *Esprit* [8] pour caractériser précisément le spectre des spindles et obtenir une signature fréquentielle ; puis, nous exploitons les estimées des fréquences actives du signal pour obtenir une représentation

temporelle du signal, en utilisant une approche qui repose sur les algorithmes de Kalman [4], [5].

Dans cette communication, nous traitons dans un premier temps des techniques spectrales haute résolution, puis introduisons le traitement par lissage de Kalman qui nécessite la représentation du système dans l'espace d'état. Enfin, nous présentons différents résultats obtenus et tirons quelques conclusions et plusieurs perspectives de travail.

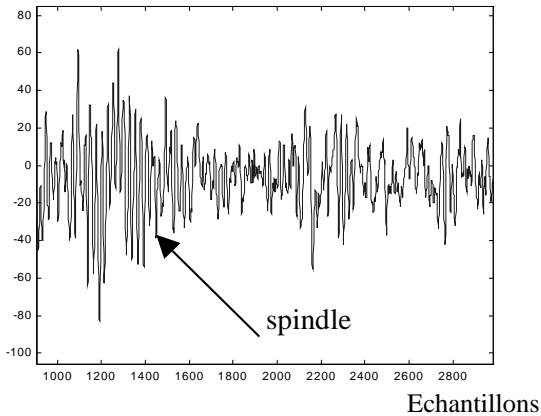


Figure 1 : signal d'électroencéphalogramme d'un patient endormi

## 2. PHASE 1 : Caractérisation fréquentielle des spindles par analyse spectrale haute résolution

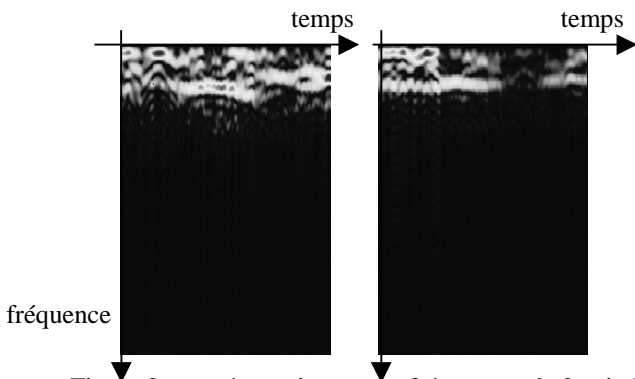


Figure 2 : représentation temps fréquences de 2 spindles

Comme nous l'avons explicité dans l'introduction, une première phase caractérise le contenu fréquentiel des signaux. L'approche sélectionnée s'appuie sur une décomposition en sous-espaces de la matrice de corrélation des observations. Deux points permettent d'adapter les méthodes de type sous-espace à ce contexte non-stationnaire.

- ✓ le premier est introduit par une régénération de la structure toeplitz de la matrice de Wishart construite à partir des observations ;
- ✓ le second s'appuie sur une modélisation de l'histogramme des fréquences observées dans le signal.

Afin de réaliser une étude fine de ces caractéristiques, nous utilisons les outils d'analyse à haute résolution fréquentielle

s'appuyant sur une décomposition en sous-espaces de l'espace engendrée par les colonnes de la matrice d'autocorrélation des observations. La forme matricielle exacte de taille  $(L,L)$  est donnée par la relation suivante :

$$R_{yy} = E\{y_n y_n^H\} \text{ où } y_n = [y(n) \ \dots \ y(n-L+1)]^T \quad (1)$$

La décomposition de cette matrice est caractérisée par la factorisation suivante :

$$R_{yy} = UDU^H \text{ avec } D = \text{diag}(\lambda_1 \ \dots \ \lambda_{L-1} \ \lambda_L) \quad (2)$$

La matrice  $U$  est une matrice unitaire dont les colonnes sont les vecteurs propres de  $R_{yy}$ . La matrice diagonale  $D$  contient les valeurs propres  $\{\lambda_i\}_{i=1,\dots,L}$ . L'exploitation numérique de cette formulation entraîne une approximation de la matrice d'autocorrélation définie par  $N$  vecteurs d'observation :

$$\hat{R}_{yy} = \frac{1}{N-L+1} YY^H = \hat{U}\hat{D}\hat{U}^H \quad (3)$$

$Y$  est la matrice Hankel des observations. De nombreuses méthodes, présentées dans [3], permettent d'estimer les valeurs des composantes fréquentielles du modèle. Si nous les exploitons directement dans un contexte non-stationnaire, les résultats présentés par la figure 3, par exemple, montrent une grande fluctuation dans la caractérisation spectrale. Afin de stabiliser l'estimation, nous introduisons un lissage permettant de redonner une structure Toeplitz à la matrice d'autocorrélation estimée.

$$\tilde{R}_{yy} = \text{mean}[diag_j \{\hat{R}_{yy}\}, j \in [-L+1, L-1]] \quad (4)$$

L'opérateur  $\text{mean}[\cdot]$  consiste à effectuer un moyennage des diagonales et à affecter cette valeur moyenne à la diagonale.

Afin d'obtenir un jeu réduit de fréquences, nous pouvons voir que la distribution fréquentielle générée à partir d'une fenêtre glissante présente un profil qui met à jour un nombre fini de modes.

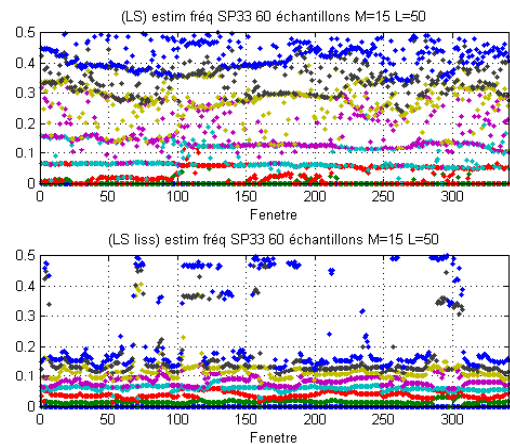


Figure 3 : Estimation fréquentielle locale sans et avec lissage

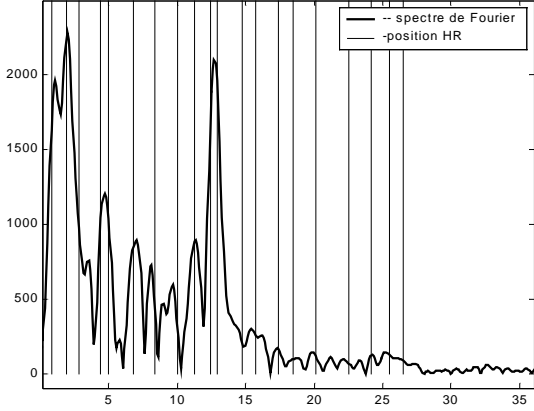


Figure 4 : comparaison entre la transformée de Fourier et l'estimation spectrale haute résolution

Après une sélection du « jeu fréquentiel », la seconde phase a pour objet l'estimation des amplitudes de chacune des composantes, ce point est développé dans le paragraphe 3.

### 3. PHASE 2 : Modélisation temporelle sinusoidale du spindle par filtrage/lissage de Kalman

On suppose que l'on dispose de  $N$  observations modélisées comme suit :

$$y(k) = \sum_{l=1}^K a_l(k) \cos\left(2\pi k \frac{f_l}{f_e}\right) + b_l(k) \sin\left(2\pi k \frac{f_l}{f_e}\right) + v(k) \quad (5)$$

où  $K$  est le nombre de composantes fréquentielles dominantes,  $f_l$  la  $l^{\text{ème}}$  fréquence estimée et  $v(k)$  le bruit additif, supposé ici blanc gaussien de variance  $\sigma_v^2$ .

Les amplitudes des composantes en phase et en quadrature du modèle harmonique sont représentées par un processus autorégressif. Par souci de simplicité, on présente ici le cas où l'ordre vaut 1. Mais l'approche peut se généraliser à un ordre supérieur.

$$\begin{cases} a_l(k+1) = \rho a_l(k) + \varepsilon_{al}(k+1) \\ b_l(k+1) = \rho b_l(k) + \varepsilon_{bl}(k+1) \end{cases} \quad \forall l \quad (6)$$

$\varepsilon_{al}(k)$  et  $\varepsilon_{bl}(k)$  sont des séquences blanches gaussiennes de variance  $\sigma_l^2$ .

La modélisation du système dans l'espace d'état donne, en choisissant  $\underline{x}(k) = [a_1(k) \ \dots \ a_K(k) \ b_1(k) \ \dots \ b_K(k)]^T$  comme vecteur d'état :

$$\begin{cases} \underline{x}(k+1) = \rho \underline{x}(k) + \underline{\varepsilon}(k+1) \\ y(k) = H(k) \underline{x}(k) + v(k) \end{cases} \quad (7)$$

$$y(k) = H(k) \underline{x}(k) + v(k) \quad (8)$$

Pour estimer le vecteur d'état, nous proposons d'utiliser le filtrage de Kalman [5]. Cela nécessite la connaissance a priori des variances des processus générateurs, du paramètre  $\rho < 1$  supposé identique pour toutes les composantes fréquentielles

et enfin de la variance du bruit additif, qui est estimée à partir des méthodes d'analyse spectrale haute résolution.

Dans l'approche que l'on développe, on pose  $\theta = [\sigma_1^2 \ \dots \ \sigma_L^2 \ \rho]$  et on cherche à déterminer  $\hat{\theta}$  au sens du maximum de vraisemblance. On utilise pour cela une approche itérative de type EM (Expectation Maximization) [8]. On montre que l'étape M permet d'estimer à la  $i+1$ ème itération les quantités suivantes :

$$\rho^{(i+1)} = \left[ \sum_{l=1}^K \sum_{k=1}^N E\{a_l^2(k-1) + b_l^2(k-1) | Y\} \right]^{-1} \left[ \sum_{l=1}^K \sum_{k=1}^N E\{a_l(k-1)a_l(k) + b_l(k-1)b_l(k) | Y\} \right]$$

$$\sigma_l^{2(i+1)} = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N E\{(a_l(k) - \rho^{(i+1)} a_l(k-1))^2 | Y\} + \sum_{k=1}^N E\{(b_l(k) - \rho^{(i+1)} b_l(k-1))^2 | Y\}$$

où  $E\{ | Y \}$  désigne l'espérance mathématique conditionnée par les  $N$  observations.

On utilise alors l'étape d'Espérance pour obtenir les espérances mathématiques conditionnées par les  $N$  observations. Ces quantités sont obtenues par lissage de Kalman [4]. On estime ainsi conjointement les paramètres du modèle et le vecteur d'état.

### 4. Application

Nous avons testé notre approche sur une base de données de spindles. Nous proposons dans cette communication une illustration à partir d'un fuseau de sommeil donné à la figure 5.

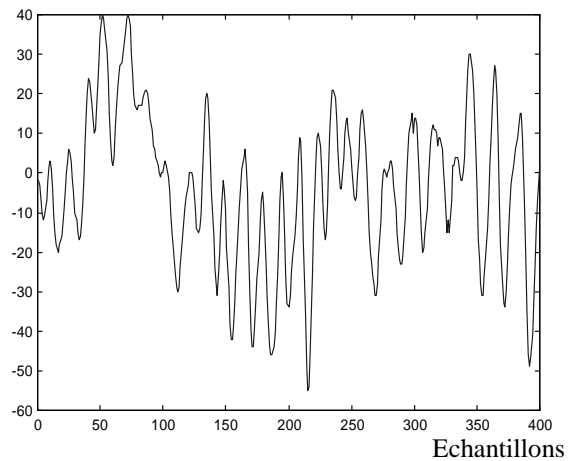


Figure 5 : exemple de spindles (fréquence d'échantillonnage : 100 Hz)

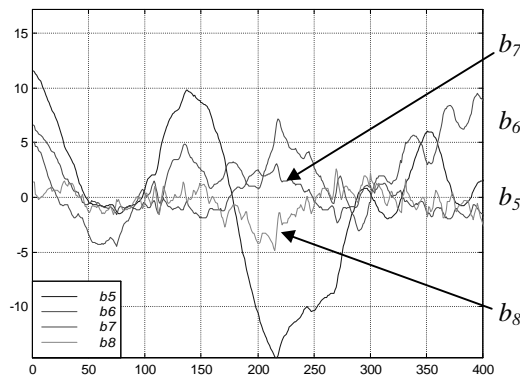
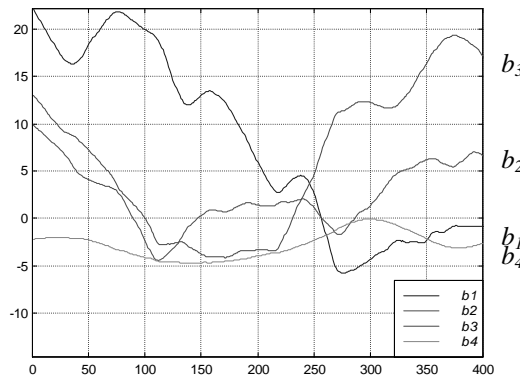
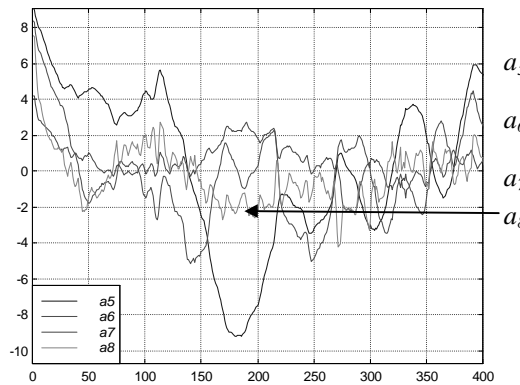
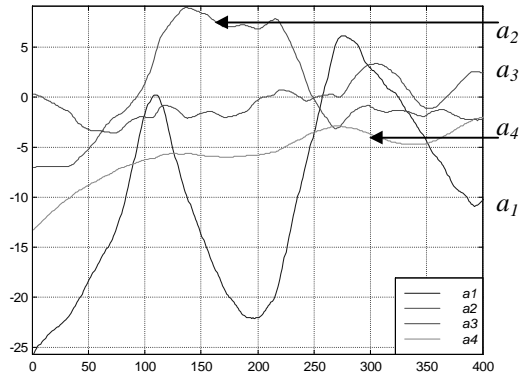


Figure 6 : évolution des amplitudes des composantes en phase et quadrature, après 2 itérations de l'algorithme EM

Dans ce cas, La variance du bruit est estimée à  $\sigma_v^2 = 5,9219$ .

Les fréquences estimées sont les suivantes :

$$f_1=13.6469 \quad f_2=11.9360 \quad f_3=9.0957 \quad f_4=7.5433$$

$$f_5=6.4916 \quad f_6=4,7523 \quad f_7=3,0070 \quad f_8=0,5120$$

## 5. Conclusion et perspectives

En utilisant l'approche présentée dans cette communication, une analyse des évolutions temporelles des amplitudes des composantes est proposée à partir d'une approche fondée sur une procédure itérative au sens du maximum de vraisemblance. Les quantités nécessaires sont obtenues par lissage de Kalman. L'algorithme EM (Expectation Maximization) fournit alors une estimation des paramètres du modèle. Néanmoins il se peut que l'algorithme converge vers un maximum local ; l'initialisation joue donc un rôle important [8]. De plus, l'estimation des amplitudes des composantes sinusoïdales par algorithme EM peut être obtenue avec une forte variance. Pour limiter la complexité calculatoire, une version simplifiée de l'algorithme EM peut être envisagée où l'espérance mathématique conditionnée par les  $N$  observations est approximée par celle conditionnée par les  $k$  premières observations, ce qui revient à considérer un filtrage de Kalman plutôt qu'un lissage.

## Remerciements

Nous tenons à remercier Marc Tomczak, Université Henri Poincaré de Nancy, pour nous avoir aimablement fourni une base de données de signaux biomédicaux.

Ce travail est en outre soutenu par le GdR PRC ISIS dans le cadre de l'action incitative jeunes chercheurs.

## Références

- [1] Akgül T., Sun M., Sciabassi R. J. et Enis Cetin A., "Characterization of Sleep Spindles Using Higher Order Statistics and Spectra", IEEE Trans.on Biomedical Engineering, Vol. 47, n°8, Août 2000.
- [2] Berthoumieu Y., Boudart E. et Najim M., "High Resolution Spectral Characterization of Sleep Spindles", 14<sup>th</sup> annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, Nov. 1992.
- [3] S. Marcos et al., Les méthodes à haute résolution - traitement d'antenne et analyse spectrale - Editions Hermes 1998.
- [4] Mendel J. M., Lessons in estimation Theory for Signal processing, Communications and Control, Prentice Hall, 1995.
- [5] Najim M., Modélisation et Identification en Traitement du Signal, Masson, Paris, 1988.
- [6] Silva J. « Electrocardiographic Signal Analysis Using Genetic Algorithms », Computers in Cardiology, 1996, IEEE Press, pp. 445-448.
- [7] Suarez K, Silva J. et Najim M. A Genetic Algorithm Approach For Pattern Recognition In Biomedical Signals, accepté au Gretsri 2001.
- [8] Therrien C. W., Discrete random signals and statistical signal processing, Prentice Hall 1992.