

# Interpolation d'images couleurs sous échantillonnées par un modèle de perception

David ALLEYSSON<sup>1</sup>, Jeanny HÉRAULT<sup>2</sup>

<sup>1</sup>EPFL Laboratoire de traitement du signal

LTS-DE-EPFL 1015 Lausanne

<sup>2</sup>INPG Laboratoire des images et des signaux

LIS-INPG 46, Av. Felix Viallet 38031 Grenoble Cedex

David.Alleysson@epfl.ch, Jeanny.Herault@inpg.fr

**Résumé** – Comme pour le système visuel (en particulier les photorécepteurs de la rétine) pour lequel une seule couleur est échantillonnée à chaque position spatiale, il existe une catégorie d'images couleurs provenant de camera dites mono-CCD, pour lesquelles une seule couleur par pixel est à disposition. Ce type d'échantillonnage correspond à un multiplexage spatial des informations de couleur, mélangeant les informations chromatiques avec la dimension spatiale. Nous avons étudié l'échantillonnage spatio-chromatique de la rétine humaine et découvert qu'il code indépendamment les informations de luminance de celles d'opposition de couleurs dans la représentation de Fourier spatiale. Cette analyse nous permet de définir un algorithme efficace d'interpolation dans le cadre des images acquises par une camera mono-CCD.

**Abstract** – As in the visual system (in particular retina photoreceptors) where only one color is sampled at each spatial location, there is a kind of color images coming from so-called mono-CCD cameras, where there is only one color by pixel. This kind of color sampling is a spatial multiplexing of color information, mixing chromatic information with spatial dimension. We have studied this spatio-chromatic sampling in case of the human retina and found that it processes independently luminance information and opponent colors in the Fourier spatial spectrum. This analysis allow us to define an efficient interpolation algorithm for color images sampled by mono-CCD cameras.

## 1. Introduction

Une image couleur est généralement constituée de trois matrices de pixels, acquises par trois capteurs mesurant les énergies reçues dans trois bandes de longueur d'onde. Pour réduire le coût de fabrication des capteurs numériques, il a été proposé d'échantillonner une image couleur avec un seul capteur sur lequel est placé une matrice de filtres couleurs, appelé « Color Filter Array » (CFA). A chaque pixel d'une telle image correspond une sensibilité chromatique et l'on peut dire qu'il n'y a qu'une couleur par pixel. La plus commune des matrices de filtres couleurs, voir figure 1, est appelée Bayer CFA du nom de son inventeur [1].

R1	G2	R3		G2		R1		R3
G4	B5	G6	G4		G6			
R7	G8	R9		G8		R7		R9

Figure 1 : Représentation de la matrice de filtres couleur Bayer CFA.

A partir d'une image acquise a travers une matrice de filtres couleurs il est nécessaire d'interpoler les pixels manquants dans chacun des plans couleur, pour permettre une manipulation des images sur d'autres supports numériques. Autrement dit il est nécessaire de transformer l'image avec une couleur par pixel en une image à trois couleurs par pixel.

Plusieurs solution à ce problème ont été proposé dans la littérature [1-19]. La solution la plus simple consiste à utiliser

un filtre bilinéaire et interpoler chaque plan indépendamment. Cette solution est très efficace, mais génère un lissage de la luminance et l'apparition de fausses couleurs comme en témoigne la figure 2.



Figure 2 : Interpolation d'image par un filtre bilinéaire appliqué sur chaque plan. (a) Image originale (b) image interpolée après sous échantillonnage par la matrice de filtres couleurs

Il est possible de s'inspirer du système visuel humain pour réaliser cette interpolation [21]. En effet la rétine, qui contient les récepteurs visuels, peut-être comparée à une matrice de filtres couleurs, car chacun des photorécepteurs est sensible à une seule gamme de longueur d'onde, donc une seule couleur est échantillonnée à chaque position spatiale. Or il est montré par les expériences de psychophysique que le système visuel a une grande acuité spatiale en luminance et code la couleur en opposition de composantes, avec une moindre acuité. Nous

allons voir que ce codage de l'image apporte une solution élégante au problème de cette interpolation.

## 2. Échantillonnage spatio-chromatique

### 2.1 Multiplexage spatial des couleurs

Une image couleur est habituellement définie par trois plans, chacun correspondant à l'énergie mesurée par le capteur dans trois domaines de longueur d'onde. Appelons  $I = \{C_i\}$ ,  $i \in [R, G, B]$  une telle image.

Pour comprendre quelles informations sont contenues dans une image ou les couleurs sont multiplexées spatialement, nous allons simuler la transformation d'une image en trois composante à une image avec une seule couleur par pixel. Nous pouvons écrire qu'une image  $R(k)$  acquise a travers une matrice de filtre couleur s'écrit :

$$R(k) = \sum_i C_i(k) \cdot m_i(k) \quad (1)$$

avec  $k = (x, y)$ ,  $x$  et  $y$  étant entiers.

Où  $C_i(k)$  représente les trois plans couleurs et  $m_i(k)$  sont trois fonctions à valeur 0 ou 1, suivant que la couleur de type  $i$  est présente ou non à la position  $k$ . Dans le cas de la matrice de filtres couleurs inventée par Bayer les fonctions  $m_i(k)$  sont les suivantes :

$$\begin{aligned} m_R(x, y) &= (1 + \cos(\pi x)) \cdot (1 + \cos(\pi y)) / 4 \\ m_G(x, y) &= (1 - \cos(\pi x) \cdot \cos(\pi y)) / 2 \\ m_B(x, y) &= (1 - \cos(\pi x)) \cdot (1 - \cos(\pi y)) / 4 \end{aligned} \quad (2)$$

Ces fonctions prennent uniquement les valeurs 0 ou 1 pour les positions entières. Ces fonctions de modulation spatiales ont une partie constante et une partie fluctuante. Comme ces fonctions sont binaires la partie constante peut-être définie par la moyenne. Cette moyenne est équivalente à la probabilité que le récepteur soit présent à la surface du capteur. Donc nous pouvons décomposer les fonctions de modulation en une partie constante, égale à la probabilité de présence de la couleur donnée sur le capteur et une fonction de modulation appelée  $\tilde{m}_i(k)$ .

$$m_i(k) = p_i + \tilde{m}_i(k) \quad (3)$$

Le signal échantillonné par le capteur peut donc s'écrire :

$$R(k) = \underbrace{\sum_i p_i C_i(k)}_{Lum(k)} + \underbrace{\sum_i C_i(k) \tilde{m}_i(k)}_{Chr(k)} \quad (4)$$

Nous appelons la première partie  $Lum(k)$  car c'est une combinaison positive des trois signaux RGB et la deuxième partie  $Chr(k)$ .

Remarquons que la luminance ne dépend pas des fonctions de modulation, la luminance est définie à chaque position spatiale, c'est à dire avec le maximum de résolution. Dans le cas de la matrice de filtres couleurs définie par Bayer, il y a deux fois plus de récepteur vert que de rouge et de bleu, il s'ensuit que la luminance est définie par  $(R+2G+B)/4$ . Nous voyons donc que la « chromaticité » de la luminance doit être en correspondance avec le capteur pour obtenir un maximum de résolution pour celle-ci.

Voyons maintenant quel type de signal est porté par la chrominance. Pour cela nous allons regarder celle-ci en face

de chaque type de photorécepteurs. C'est à dire nous allons multiplier la chrominance par une des fonction de modulation pour sélectionner les positions de la chrominance en face d'un seul type de photorécepteur. Remarquons tous d'abord que :

$$\tilde{m}_i(k) = (1 - p_i) m_i(k) - \sum_{\ell \neq i} p_\ell m_\ell(k) \quad (5)$$

D'où :

$$\begin{aligned} Chr(k) \cdot m_j(k) &= m_j(k) \cdot \sum_i C_i(k) \left[ (1 - p_i) m_i(k) - \sum_{\ell \neq i} p_\ell m_\ell(k) \right] \\ &= (1 - p_j) C_j(k) - \sum_{\ell \neq j} p_\ell C_\ell(k) \end{aligned} \quad (6)$$

Cette dernière équation montre que la chrominance est en fait composée de trois oppositions de couleur. Par exemple pour le cas du Bayer CFA avec  $j=R$  on a :

$$Chr(k) \cdot m_R(k) = \frac{3}{4} C_R(k) - \frac{1}{2} C_G(k) - \frac{1}{4} C_B(k) \quad (7)$$

Qui est proche de rouge moins cyan.

En multipliant par les fonctions de modulation on réalise une sorte de démultiplexage du signal de chrominance.

### 2.2 Représentation spectrale

Dans le cas de la rétine naturelle la disposition des photorécepteur est aléatoire, donnant des fonctions de modulation n'ayant aucune régularité et dont le spectre de chrominance est diffus. Dans le cas de la matrice de Bayer, nous avons vu que les fonctions de modulation sont périodiques, composées de fonctions sinusoïdales. Leur représentation en Fourier est alors localisée.

$$\begin{aligned} \hat{m}_R(f_x, f_y) &= 2\pi^2 \left( \sum_{r=-1}^1 \frac{1}{1+|r|} \delta(f_x - r\pi) \right) \cdot \left( \sum_{s=-1}^1 \frac{1}{1+|s|} \delta(f_y - s\pi) \right) \\ \hat{m}_G(f_x, f_y) &= \pi^2 - \pi^2 \left( \sum_{r \neq 0} \frac{1}{1+|r|} \delta(f_x - r\pi) \right) \cdot \left( \sum_{s \neq 0} \frac{1}{1+|s|} \delta(f_y - s\pi) \right) \\ \hat{m}_B(f_x, f_y) &= 2\pi^2 \left( \sum_r \frac{(-1)^r}{1+|r|} \delta(f_x - r\pi) \right) \cdot \left( \sum_s \frac{(-1)^s}{1+|s|} \delta(f_y - s\pi) \right) \end{aligned} \quad (8)$$

La figure 3(d) montre un exemple du spectre d'une image couleur échantillonnée par la matrice de Bayer.

La luminance précédemment définie se trouve au centre du spectre, de période en accord avec la résolution maximale, c'est à dire avec un maximum d'énergie localisée en base fréquence du spectre. Alors que la chrominance, qui comme nous l'avons vu est modulée, se trouve centré sur les bords du spectre. A partir de la décomposition précédente il est possible de déterminer quelle partie du spectre est contenue dans chacune des neuf parties du spectre.

$$\hat{R}(fk) = \underbrace{\sum_i p_i \hat{C}_i(fk)}_{\hat{lum}(fk)} + \underbrace{\sum_i \hat{C}_i(fk) * \hat{\tilde{m}}_i(fk)}_{\hat{Chr}(fk)} \quad (9)$$

Comme nous pouvons le constater sur la figure 3, la luminance au milieu du spectre à une plus grande largeur de bande que la chrominance. Ceci est dû à la corrélation qui existe entre les différentes plans de couleurs. En effet on peut espérer, sauf dans des cas de figures particuliers, que la somme de signaux corrélés (ie la luminance) occupe une plus grande largeur de bande que la différence (ie la chrominance).

En effet sur la figure 3, malgré que le spectre des plans rouge vert et bleu semble donner une part quasiment égale entre le lobe central et les lobes de périphérie, le spectre de  $r(k)$  (figure 3(d)) montre une large prédominance de la luminance par rapport à la chrominance. Cette propriété est indémontrable sans supposer un modèle spectral d'image, mais nous pouvons espérer qu'elle a lieu pour toutes images naturelles.

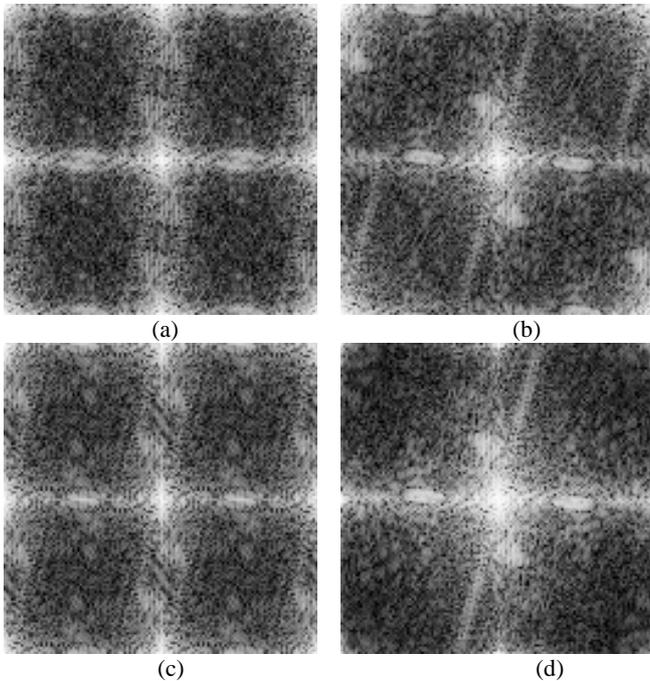


Figure 3 : Transformée de Fourier 2D de (a) l'image rouge sous échantillonnée (b) l'image verte (c) l'image bleue (d) l'image complète avec une seule couleur par pixels.

La taille du spectre de luminance comparée à celle de la chrominance nous permet de reconstruire une luminance de plus grande largeur de bande que celle imposée par la théorie de Shannon, comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

### 3. Reconstruction de l'image couleur

A partir du spectre de l'image couleur sous-échantillonnée, nous voyons que la luminance et la chrominance sont localisées. Il est donc possible d'estimer la luminance par un filtrage passe-bas de l'image multiplexée. Ensuite la chrominance peut être extraite par simple soustraction de la luminance à l'image multiplexée. Comme nous l'avons vu, cette chrominance est multiplexée spatialement et les fonctions de modulation précédemment définies permettent de réaliser le démultiplexage. Finalement il est possible d'interpoler la chrominance démultiplexée par un filtre bilinéaire. Notons au passage que cette interpolation n'affecte pas la qualité de l'image car le système visuel humain est peu sensible à la résolution spatiale de la chrominance. Ensuite l'image couleur est reconstruite comme la somme de la luminance estimée et la chrominance interpolée. Le diagramme de reconstruction est donné sur la figure 4 suivante.

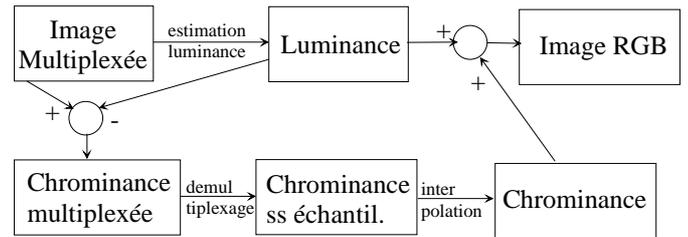


Figure 4 : Diagramme de reconstruction.

Le filtre passe-bas de luminance optimal doit être calculé en fonction de l'appareil d'acquisition et de ses propriétés spatiales. Il est également possible de déterminer le filtre optimal pour une image donnée en connaissant la densité de probabilité de chacun des plans.

Mais dans le cas général il est impossible de calculer le filtre optimal. Nous savons seulement que celui-ci doit s'annuler pour les fréquences correspondant au centre de la chrominance  $((fx, fy) = \{(\pi, \pi), (\pi, 0)\})$  et être unitaire pour la fréquence centrale  $(fx, fy) = (0, 0)$ . Si nous choisissons par exemple d'utiliser un filtre à réponse impulsionnelle finie, avec une taille de  $5 \times 5$ , nous pouvons imposer en plus des zéros que la partie de la luminance soit la plus plate possible. Le filtre suivant réalise ces conditions. La figure 5 montre la fonction de transfert de ce filtre.

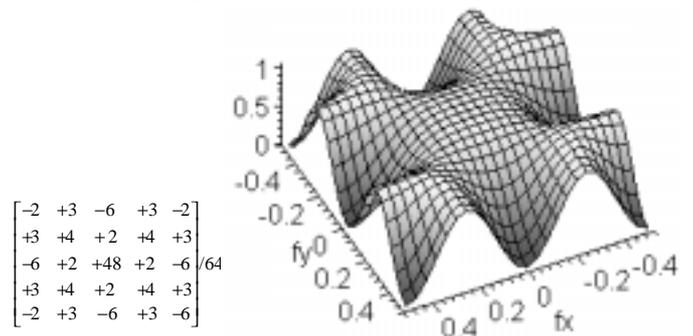


Figure 5 : Noyau du filtre de sélection de la luminance et réponse fréquentielle correspondante.

Il est difficile de réaliser avec un filtre à réponse impulsionnelle finie de taille  $5 \times 5$ , le gabarit de filtre que nous voulons. Celui de la figure 5 est montré à titre d'exemple. Pour l'interpolation de la chrominance, le filtre interpolateur peut-être très passe-bas, réduisant ainsi les erreurs d'estimation de la chrominance.

La figure 6 montre les différentes étapes de reconstruction de l'image couleur. Nous voyons qu'il subsiste des artefacts de fausse couleur, spécialement dans les zones de hautes fréquences de luminance. En effet dans ces zones la luminance et la chrominance se recouvrent, générant ainsi un bruit de chrominance sur luminance. Pour palier ces artefact, il serait nécessaire de réaliser un filtrage adaptatif tenant compte des fréquences locales. Mais ce n'est pas le sujet de cet article.

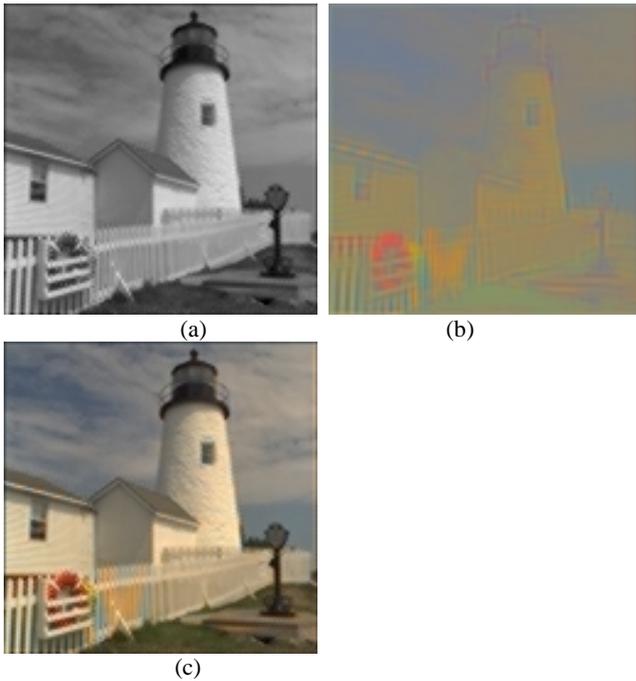


Figure 6 : (a) Image de luminance estimée (b) Image de chrominance démultiplexée et interpolée (c) Image reconstruite

## 4. Conclusions

Le modèle d'échantillonnage spatio-chromatique de la rétine humaine nous permet de définir un algorithme de reconstruction d'image sous-échantillonnée. Le sous-échantillonnage est ici régulier, alors que dans la rétine humaine les photorécepteurs sont disposés aléatoirement[20].

En dépit de cette différence le système visuel humain nous a servi de modèle pour comprendre comment la luminance peut-être estimée avec le maximum de résolution.

## Références

- [1] B.E. Bayer, 1976, Color imaging array, US Patent 3,971,065
- [2] D. R. Cok, 1986, Single-chip electronic color camera with color-dependent birefringent optical spatial frequency filter and red and blue signal interpolating circuit, US Patent 4,642,678
- [3] D. R. Cok, 1987, Signal Processing Method and Apparatus for Producing Interpolated Chrominance Values in a Sampled Color Image Signal, US Patent 4,642,678
- [4] D. R. Cok, 1991, Method of processing sampled signal valves produced by a color imaging device, US Patent 5,040,064
- [5] D. R. Cok, 1994, Reconstruction of CCD Images Using Template Matching, IS&T's 47th Annual Conference/ICPS, pp380-385
- [6] D. Keren, M. Osadchy, 1999, Restoring subsampled color images, Machine Vision and Applications, 11, pp197-202
- [7] E. Martinez-Uriegas, 1994, Chromatic-Achromatic multiplexing in human color vision, in Mark Dekker Inc. New York,4, pp117-187
- [8] E. Martinez-Uriegas, 1994, Spatiotemporal multiplexing of chromatic and achromatic information in human vision, SPIE Human Vision and Electronic Imaging: Models, Methods, and Applications, 1249, pp178-199
- [9] J.F. Hamilton Jr, J.E. Adams, Jr, 2000, Computing Color Specification (Luminance and Chrominance) Values for Images, US Patent 6,075,889
- [10] H.D. Crane, J.D. Peter et E. Martinez-Uriegas, 1999, Method and Apparatus for Decoding Spatiochromatically Multiplexed Color Images Using Predetermined Coefficients, US Patent 5,901,242
- [11] R. Kimmel, 1999, Demosaicing: Image Reconstruction from Color Samples, IEEE Trans. Image Proc., 8, pp1221-1228
- [12] J.E. Adams Jr, 1995, Interactions Between Color Plane Interpolation and Other Image Processing Functions in Electronic Photography, SPIE, 2416, pp 144-151
- [13] J. E. Adams Jr, 1997, Design of practical color filter array interpolation algorithms for digital cameras, SPIE, 3028, pp117-125
- [14] J.E. Adams, Jr, J.F. Hamilton, Jr., 1996, Adaptive color plane interpolation in single sensor color electronic camera, US Patent 5,506,619
- [15] J.E. Adams Jr, J.F. Hamilton, Jr., 1997, Adaptive color plane interpolation in single sensor color electronic camera, US Patent 5,652,621
- [16] T. Acharya, 2000, Efficient algorithm for color recovery from 8-bit to 24-bit color pixels, US Patent 6,091,851
- [17] E. Chang, S. Cheung et D. Pan, 1999, Color filter array recovery using a threshold-based variable number of gradients, IS&T's Conference on Sensor, Camera and Applications for Digital Photography, pp 36-43
- [18] D.H. Brainard, 1994, Bayesian method for reconstructing color images from trichromatic samples, IS&T's 47th Annual Conference/ICSP, pp 375-380
- [19] R. Ramanath, 2000, Interpolation methods for the Bayer Color Array, M.S. Thesis, North Carolina, State University, Raleigh, NC, 2000. <http://www4.ncsu.edu:8030/~rramana/Research/Masters Thesis.pdf>
- [20] A. Roorda, D.R. Williams, 1999, The arrangement of the three cone classes in the living human eye. Nature, 397.
- [21] D. Alleysson, 1999, Le traitement du signal chromatique dans la rétine : un model de base pour la perception humaine des couleurs. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier Grenoble.