

Turbo-estimation de canal pour les systèmes OFDM utilisant des préambules

Olivier SELLER, Dominique LACROIX

FRANCE TELECOM R&D, Laboratoire DMR/DDH, 4 rue du clos courtel, BP91226 – 35512 Cesson-Sévigné Cédex

{olivier.seller; dominique.lacroix}@francetelecom.com

Résumé – Dans cet article, nous présentons un algorithme d'estimation de canal semi-aveugle, itératif, pour les systèmes OFDM utilisant des préambules. Par rapport à l'estimation simple, reposant sur les préambules seuls, les gains dépassent 1,5 dB dans tous les cas étudiés ici. Dans les cas de Doppler élevés, l'algorithme proposé permet le fonctionnement du système au contraire des algorithmes simples. Ce travail a pris comme point de départ un algorithme itératif optimal [1][2][3] qui repose sur le critère du maximum a posteriori (MAP), et utilise l'algorithme Expectation-Maximization (EM) [4][5]. L'algorithme utilise une représentation particulière du canal OFDM, basée sur le théorème de décomposition de Karhunen-Loeve [6]. Les estimations de canal sont projetées sur un sous-espace obtenu grâce à cette représentation. Partant de cet algorithme initial, nous avons développé six modifications. Un algorithme de poursuite du canal a été mis en oeuvre, afin de s'adapter aux variations rapides du canal malgré une structure de trame sans pilotes continus. Une autre modification concerne l'utilisation de la constellation 16QAM. Par ailleurs, la complexité du récepteur est réduite grâce à l'utilisation d'une projection en 2 fois 1 dimension, à la modification de la formule de projection, ainsi qu'à un retour dur en sortie du décodeur. Enfin, nous étudions les performances de l'algorithme lorsque la statistique du canal n'est pas bien connue.

Abstract – In this article, we present an iterative semi-blind channel estimation algorithm, for OFDM systems relying on preamble. Compared to simple estimation, based on preamble averaging, gains are 1,5dB or better. When Doppler is high, the proposed algorithm still keeps system working whereas simple estimation algorithm does not. This work is based on an optimal iterative algorithm [1][2][3], relying on the Maximum A Posteriori criterion (MAP), and uses the Expectation-Maximization algorithm (EM) [4][5]. The algorithm uses a particular representation of the OFDM channel, using Karhunen-Loeve decomposition theorem [6]. Channel estimates are projected on a sub-space obtained with this representation. From this algorithm we developed six modifications. First a channel tracking algorithm was set up to cope with Doppler variations, without the help of pilots. Another modification is proposed to adapt to 16QAM case. More, receiver complexity has been reduced thanks to 2x1D projection, update formula modification, and the use of a hard output decoder. Last, we study algorithm performances under bad knowledge of channel statistics.

1. Signal OFDM et modèle de canal

Nous notons $R_{l,n}$ le symbole reçu sur la sous-porteuse l du multiplex, pour le $n^{\text{ième}}$ symbole OFDM. Nous supposons qu'il n'y a ni interférence entre symboles, ni interférence entre sous-porteuses, et prenons comme modèle:

$$R_{l,n} = C_{l,n} \cdot H_{l,n} + N_{l,n} \quad (1)$$

où $C_{l,n}$ est le symbole transmis, $H_{l,n}$ le coefficient de canal qui affecte la sous-porteuse l pendant le temps symbole n . $N_{l,n}$ est un bruit additif blanc gaussien. Nous supposons que le canal est quasi-stationnaire, i.e. sa valeur ne change pas pendant un temps symbole T_s . Pour chacun de ces temps symboles, les coefficients $H_{l,n}$ sont la TFD du canal équivalent à temps discret $h_n(i.T)$, on a:

$$H_{l,n} = DFT(h_n(i.T)_{i \in [0,63]})(l) \quad (2)$$

La TFD est de taille 64, le préfixe cyclique comporte 20 échantillons, $N_{PM}=52$ sous-porteuses sont modulées.

2. Représentation appropriée du canal discret à évanouissements

On considère des blocs temps-fréquence comportant N_{SYM} symboles OFDM. Dans [2] un modèle est dérivé à partir de la

matrice de covariance des coefficients $H_{l,n}$, en utilisant le théorème d'expansion de Karhunen-Loeve. On note cette matrice hermitienne $R_{HH,tt}$, elle comporte $M=52 \cdot N_{SYM}$ lignes. Le canal à 2 dimensions est représenté par :

$$H = \sum_{k=0}^{M-1} G_k V_k \quad (3)$$

où, pour tout $k \in [0, M-1]$, V_k est un vecteur propre normalisé de $R_{HH,tt}$, et G_k une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle. Ces variables aléatoires sont indépendantes, et leurs variances sont égales aux valeurs propres $\{\Gamma_k\}_{k=0}^{M-1}$ de $R_{HH,tt}$.

3. Algorithme EM

Dans [2] l'algorithme Expectation-Maximization est utilisé en prenant en compte cette représentation, de façon à obtenir une formule de mise à jour des coefficients de canal au sens MAP. Cette formule peut être mise sous la forme suivante:

$$H^{m+1} = \sum_{k=0}^K \frac{1}{\gamma_k} \cdot \left\langle \frac{R}{E(C/H^m)}, V_k \right\rangle V_k \quad (4)$$

H^m représente l'estimation de canal à l'itération m , $\langle \cdot, \cdot \rangle$ le produit scalaire, $E(\cdot)$ l'espérance mathématique. La division du bloc reçu R par l'espérance du mot émis C s'entend composante par composante.

γ_k est un facteur qu'on peut qualifier de MMSE:

$$\gamma_k = 1 + \frac{\Gamma_k}{N_0} \quad (5)$$

L'algorithme ne prend en compte que les K valeurs propres les plus élevées, dans une stratégie de réduction du rang: les estimations de canal sont projetées sur le sous-espace engendré par les vecteurs propres associées aux valeurs propres retenues.

Le calcul de l'espérance conditionnelle des symboles émis C peut se faire de deux façons, soit en considérant la démodulation seule, et le calcul revient à une démodulation suivie d'une remodulation souple, soit en prenant en compte le codage, et dans ce cas un décodage SISO est utilisé.

Les performances de cette seconde méthode sont meilleures, une itération de la turbo-estimation de canal consiste donc en une démodulation souple, un décodage SISO, une remodulation souple ainsi qu'une projection sur le sous-espace retenu.

4. Extensions de l'algorithme initial

4.1 Utilisation de la constellation 16QAM

Les calculs menant à (4) ne sont valides que pour les constellations de module constant. Pour la constellation 16QAM, nous utilisons une formule empirique:

$$H^{m+1} = \sum_{k=0}^K \left\langle \frac{R \cdot \sqrt{E(|C|^2/H^m)}}{E(C/H^m)}, V_k \right\rangle V_k \quad (6)$$

Dans l'équation (6), les opérations 'module au carré' et 'racine carrée' sont également effectuées symbole par symbole. Il faut noter que le facteur MMSE a été supprimé (cf 5.2).

4.2 Algorithme de poursuite du canal

Dans une mise en œuvre simple de l'algorithme d'estimation par blocs, la première estimation de canal H^1 ne repose que sur les préambules (estimation puis duplication sur tout le bloc), les variations temporelles du canal ne sont pas prises en compte. Pour les Dopplers élevés, cette mauvaise initialisation de l'algorithme EM est rédhibitoire.

Ainsi, nous proposons un algorithme de poursuite du canal qui traite les symboles OFDM séquentiellement. Pour le premier symbole on utilise l'estimation provenant des préambules. Ensuite la formule (6) est utilisée sur des blocs d'un seul symbole OFDM, et sans faire intervenir le décodage. Pour chaque symbole OFDM, on effectue donc une démodulation souple, suivie d'une remodulation souple, puis on projette cette estimation sur l'espace approprié. Enfin, on applique dans le domaine temporel un filtre IIR à 1 coefficient.

L'algorithme proposé est représenté sur la figure 1, où la fonction "CODEUR" représente les opérations de codage et de modulation. Chaque fonction traite les données d'un bloc.

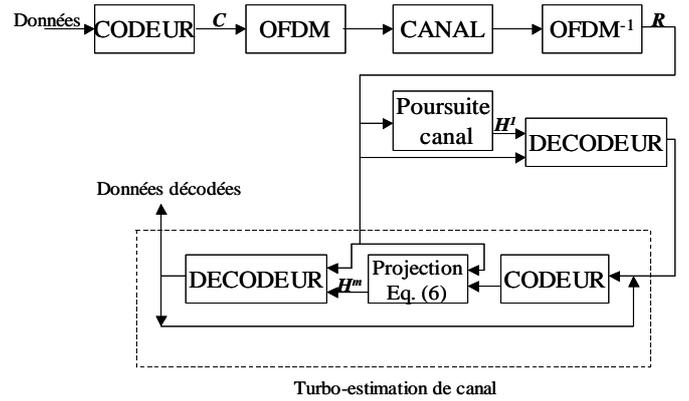


FIG. 1: algorithme de turbo-estimation de canal

5. Simplifications de l'algorithme

5.1 Utilisation d'un retour à décision dure

Lorsque l'algorithme prend en compte le codage dans le calcul des espérances des symboles complexes émis, un décodage à entrée et sorties souples est nécessaires (SISO). Ce décodage donne les probabilités (toujours conditionnées par la connaissance du canal à l'itération m) des bits codés. Ensuite, on effectue une "modulation souple" à partir de ces probabilités, i.e. on calcule la probabilité de chaque symbole QAM, en supposant les bits indépendants, et on forme le symbole moyen. Si la constellation le permet, on procède indépendamment sur la voie I et la voie Q, de façon à limiter les calculs: gain d'un facteur 2 pour la 16QAM.

Une forte simplification de l'algorithme consiste à remplacer le décodage SISO par un décodage à entrée souple et sortie dure (SIHO), i.e. un décodeur de Viterbi. On effectue ensuite une simple modulation des bits décodés. On remplace ainsi l'espérance du symbole par le symbole le plus probable.

5.2 Projection 'ML' plutôt que 'MMSE'

Les coefficients γ_k apparaissant dans la formule de mise à jour (4) imposent une estimation de la puissance du bruit, augmentent légèrement la complexité, et peuvent limiter la robustesse de la méthode vis à vis de l'estimation de la statistique du canal.

Par ailleurs, dans le cas de la QPSK, il est possible de mener des calculs EM différents: dans [3] c'est la fonction auxiliaire suivante qui est utilisée pour chaque vecteur propre k :

$$Q(G_k^m, G_k) = \sum_C p(R, C, G_k^m) \log(R, C, G_k) \quad (7)$$

En utilisant une fonction auxiliaire (8) plus classique que (7), on obtient une formule de mise à jour ne faisant pas apparaître les coefficients γ_k . En effet $\log(p(G_k))$, et donc Γ_k , disparaissent des calculs.

$$Q(G_k^m, G_k) = \sum_C p(C/R, G_k^m) \log(R, C/G_k) \quad (8)$$

5.3 Projection en 2x1D

En supposant les évolutions temporelles et fréquentielles du canal indépendantes, on peut écrire la matrice d'autocorrélation des coefficients de canal comme un produit tensoriel:

$$R_{HH,tt} = R_{HH} \otimes R_{tt} \quad (9)$$

R_{HH} est déduite de (2) et du modèle de canal, et R_{tt} du spectre Doppler. Les vecteurs propres partagent la même structure de produit tensoriel, et on peut appliquer une projection de façon simplifiée (2x1D). On décompose l'opération de projection en 'produits scalaires', et 'régénération', comme cela apparaît naturellement dans (6). On effectue les 'produits scalaires' selon l'axe temporel avec ici 2 vecteurs propres, pour chaque sous-porteuse. Ensuite, pour ces 2 séries de produits scalaires, on effectue une projection selon l'axe fréquentiel, avec ici entre 12 et 15 vecteurs propres. Enfin on effectue la régénération selon l'axe temporel. Ceci correspond à une projection à 2 dimensions sur une famille de $2*15=30$ vecteurs propres, mais la complexité est grandement réduite, comme on peut le voir dans le tableau 2. Par ailleurs, la projection en temps est effectuée sur des vecteurs réels ce qui apporte une autre simplification. On note N_{VPT} et N_{VPF} le nombre de vecteurs propres retenus en temps et en fréquence respectivement. La complexité est donnée en nombre de multiplications réelles.

TAB 1: complexité des algorithmes de projection

Méthode:	Proj. 2D	Proj. 2x1D, tps d'abord.	Proj. 2x1D, freq d'abord.
produits scalaires		$2*N_{PM}*N_{sym}*N_{VPT}$	$4*N_{sym}*N_{PM}*N_{VPF}$
projection	$2*4*(N_{PM}*N_{sym})*(N_{VPF}*N_{VPT})$	$2*4*(N_{PM}*N_{VPT})*N_{VPF}$	$2*2*(N_{PM}*N_{VPF})*N_{VPT}$
Régénération		$2*N_{PM}*N_{sym}*N_{VPT}$	$4*N_{sym}*N_{PM}*N_{VPF}$
Total	1272960	54912	642720
Total par coefficient	240	10,4	121,2

Ici il est nettement préférable de commencer par la dimension temporelle, avec seulement 10,4 multiplications réelles par coefficient de canal estimé.

6. Performances de l'algorithme

Pour les simulations, nous utilisons un modèle de canal multitrajets avec profil de puissance exponentiel comme indiqué dans le TAB. 2.

TAB. 2: canal multitrajets utilisé

τ (η s)	0	30	60	90	130	180
P_{moy}	0 dB	-0.6	-1.2	-1.8	-2.6	-3.6
τ (η s)	230	280	350	550	830	1000
P_{moy}	-4.6	-5.6	-7 dB	-11	-16.6	-20

Chacun des trajets a un spectre Doppler de type Jakes, avec une vitesse de 3, 15 ou 30 m/s soit environ 10, 50 et 100

Km/H. Les trames comprennent 2 préambules suivis de 100 symboles OFDM. Un codeur convolutif $R=1/2$ (133,171)_o est utilisé, l'entrelacement est aléatoire sur tout un bloc de 100 symboles. La fréquence d'échantillonnage du système est de 16MHz, et la fréquence porteuse 5 GHz.

Les performances présentées ici sont celles de l'algorithme simplifié, après 1 phase de poursuite plus 1 itération sauf mention contraire. En plus des courbes de turbo-estimation proprement dites, deux courbes de référence sont données: estimation parfaite, notée "canal connu", et estimation par lecture puis moyenne des deux préambules, notée "2 préambules". Pour une figure donnée, les courbes ont été simulées avec les mêmes réalisations de canal et de bruit.

La figure 2 montre le fonctionnement de l'algorithme dans des conditions difficiles: 16QAM, vitesse de 15 m/s: la phase de poursuite permet le fonctionnement, alors que l'estimation classique ne fonctionne plus. Les itérations apportent un gain de 2 dB et après 6 itérations les performances s'approchent à moins de 2 dB de l'estimation parfaite pour le TEB cible de 10^{-4} .

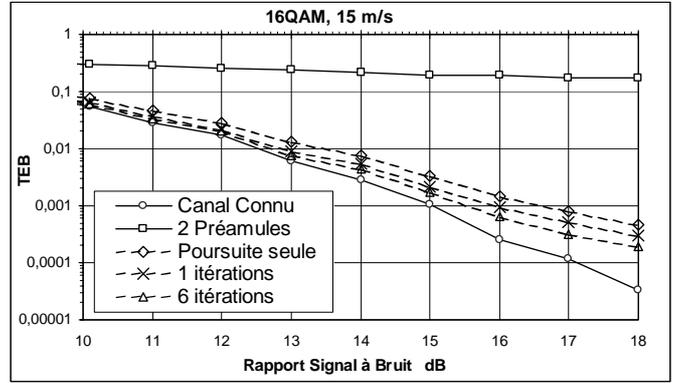


FIG. 2: 16QAM, 15m/s: gain des itérations

La figure 3 montre les performances avec la constellation QPSK, et une vitesse de 3m/s. Les performances de l'algorithme ('viterbi') s'approchent à 0,2 dB du cas de l'estimation parfaite. L'utilisation d'un décodeur SISO apporte un gain inférieur à 0,1 dB. L'utilisation des coefficients MMSE dégrade les performances.

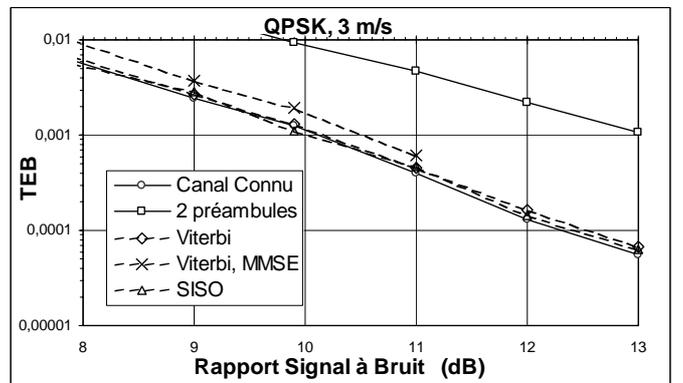


FIG. 3: QPSK, 3m/s, et justification des simplifications

La figure 4 montre les performances avec une constellation 16QAM, et une vitesse de 3m/s. Les performances des deux décodeurs sont presque confondues et approchent à 0,1 dB l'estimation parfaite. L'utilisation conjointe du décodeur SISO

et des coefficients MMSE n'est pas efficace. La figure 5 donne les performances avec une constellation QPSK, et une vitesse élevée. Celles-ci ne dépendent pas du décodeur utilisé.

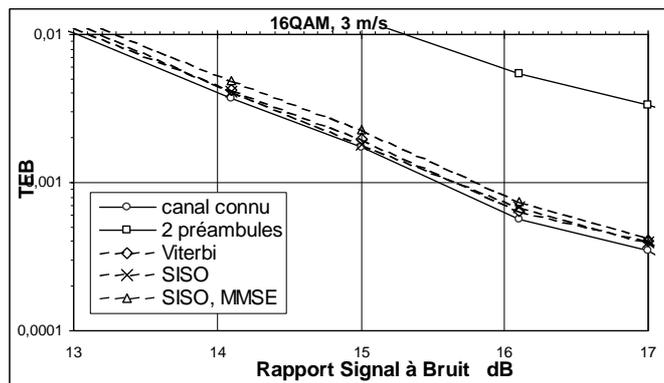


FIG. 4: 16QAM, 3m/s, et justification des simplifications

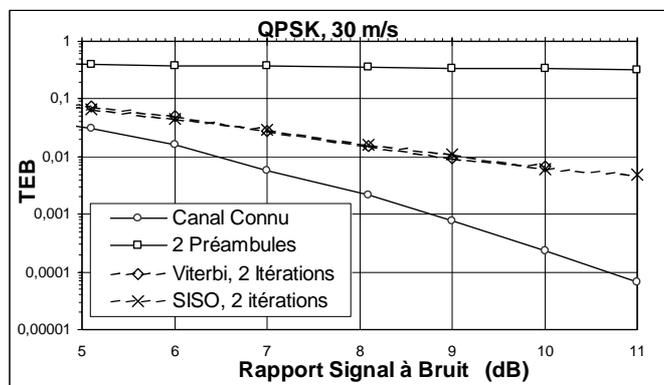


FIG. 5: QPSK, 30m/s, et justification des simplifications

Pour un Doppler élevé, on observe des performances très moyennes en terme de TEB (figure 5). Néanmoins, on remarque que les erreurs se produisent par paquets, et que le taux d'erreur trame est acceptable, comme sur la figure 6.

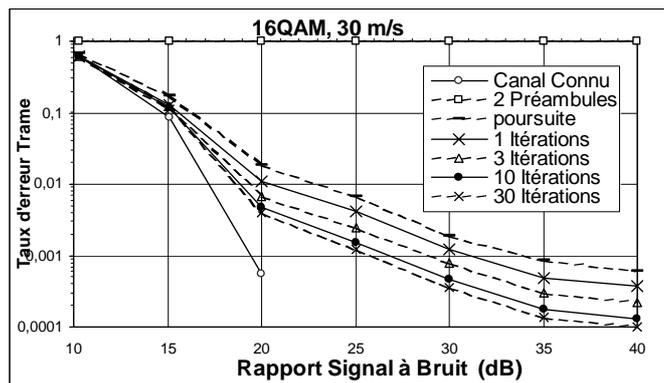


FIG. 6: 16QAM, 30m/s, limite en Doppler de la méthode

Enfin, la figure 7 montre la résistance de la méthode à une mauvaise connaissance a priori de la statistique. 'Rhh[1]' indique l'utilisation de la matrice théorique (canal exponentiel continu) utilisée dans [1]. 'Rhh exp' indique une matrice générique pour le système OFDM considéré: un canal exponentiel comprenant un trajet par échantillon du préfixe cyclique. L'essentiel du gain est conservé par rapport à la matrice parfaite 'Rhh parfait' obtenu à partir de (2) et du modèle de canal utilisé.

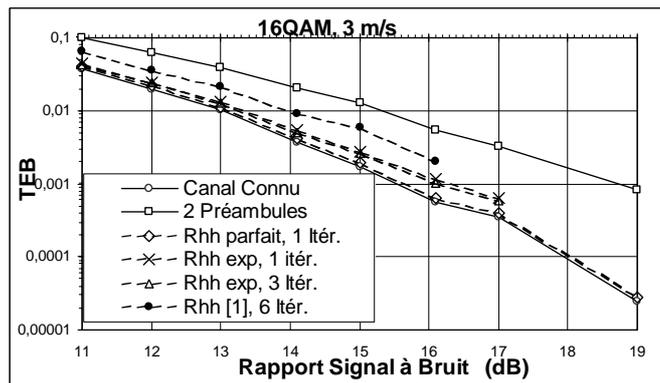


FIG. 7: robustesse à la connaissance de la statistique

7. Conclusion

Nous avons adapté l'algorithme de turbo-estimation de canal basé sur l'EM, pour une utilisation avec des préambules. Nous avons montré que les simplifications proposées sont judicieuses, et que les modifications de l'algorithme permettent de lutter efficacement contre le Doppler, sans pilotes continus, et d'utiliser la 16QAM. A faible vitesse, les performances idéales sont approchées à 0,1 dB après 2 itérations. Pour des vitesses plus élevées, plus d'itérations sont nécessaires, l'écart par rapport à l'estimation parfaite est de 2 à 10 dB. La limite de l'algorithme en terme de Doppler se situe entre 15 et 30 m/s. Les erreurs se produisent par blocs d'où un PER qui converge. Enfin, l'algorithme est robuste à la méconnaissance de la statistique du canal.

Remerciements

Ce travail a été partiellement financé grâce au projet RNRT Festival.

Références

- [1] M.Siala, E.Jaffrot, *Semi-Blind Maximum a Posteriori Fast Fading Channel Estimation for Multicarrier Systems*, GRETSI 17th, Vannes, France, Sept. 1999
- [2] E.Jaffrot, M.Siala, *Turbo-channel estimation for OFDM systems on highly time and frequency selective channels*, Proc. of ICASSP'2000 Vol. 5, pp. 2977-2980, Istanbul, Turkey, June 2000
- [3] M.Siala, *Maximum a posteriori semi-blind channel estimation for OFDM systems operating on highly frequency and time selective channels*, Annals of Telecom., tome 57, pp 873-924, Sept-Oct 2002
- [4] A. P. Dempster, N. M. Laird, D. B. Rubin, *Maximum likelihood from Incomplete Data via the EM algorithm*, Journal of the Royal Statistical Society, Ser. 39, 1977
- [5] G. K. Kaleh, *Joint Carrier Phase Estimation and Symbol Decoding of Trellis Codes*, ETT Journal, no. 2, March- April 1993
- [6] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw Hill, New York, 1989