

Amélioration de la robustesse du système ADSL en présence de brouilleurs : utilisation des techniques MC-CDMA

Jean-Yves BAUDAIS

Institut d'électronique et de télécommunications de Rennes, UMR 6164
IETR/INSA — 20 avenue des Buttes-de-Coësmes, CS 14215, 35043 Rennes Cedex
jean-yves.baudais@insa-rennes.fr

Résumé – Cet article décrit un algorithme d'allocation des digits appliqué au système MC-CDMA, de faible complexité, permettant d'améliorer la robustesse des liaisons ADSL face aux brouilleurs impulsifs.

Abstract – This article describes a bit loading algorithm applied to the MC-CDMA system, of low complexity, making it possible to improve the robustness of ADSL links with respect to the impulsive jammers.

1 Introduction

La flexibilité de la modulation DMT (*digital multitone*) permet de prendre en compte certaines perturbations des lignes de transmission afin d'optimiser l'allocation des digits sur les sous-porteuses du signal ADSL (*asymmetric digital subscriber line*). Mais les bruits impulsifs générés par l'environnement électromagnétique restent une source de dégradation importante de la fiabilité de la transmission [1, 2, 3]. C'est dans ce contexte que les systèmes à étalement de spectre par séquence directe (CDMA pour *coded division multiple access*) offrent tout leur intérêt : leur forte capacité à rejeter des brouilleurs [4]. Le système MC-CDMA (*multicarrier coded division multiple access*), largement étudié pour des applications radiomobiles, n'est pas utilisé et peu étudié pour les communications ADSL. Il offre cependant les mêmes possibilités que la modulation DMT (sélectionner les sous-porteuses présentant les meilleurs bilans de liaison), et bénéficie de la composante CDMA [5].

Cet article décrit un algorithme d'allocation des digits appliqué au système MC-CDMA, de faible complexité, permettant d'améliorer la robustesse des liaisons ADSL face aux brouilleurs impulsifs. Le système MC-CDMA est décrit au paragraphe 2. Il est configuré en utilisant la notion de marge de bruit supplémentaire, et à l'aide de l'expression du débit réalisable, paragraphe 3. Sa configuration conduit à la mise au point de l'algorithme, paragraphe 4. Le paragraphe 5 compare la portée du système ainsi obtenu à celle du système DMT. L'objectif étant la comparaison des algorithmes d'allocation, les fonctions de codage/décodage de canal et d'entrelacement/désentrelacement ne sont pas mises en œuvre.

Le modèle de brouilleurs impulsifs utilisé est un modèle théorique simple permettant de comparer la robustesse des systèmes DMT et MC-CDMA, paragraphe 6. Ce modèle permet également de développer des expressions analytiques de la probabilité d'erreur. Les résultats montrent qu'avec un tel système MC-CDMA, les liaisons ADSL supportent des

puissances de brouilleurs impulsifs plus élevées.

2 Le système de communication MC-CDMA

Le signal MC-CDMA utilisé résulte de la transformation de Fourier discrète inverse d'un signal CDMA classique [6]. Le vecteur de symboles complexes $X = {}^t[X_1, \dots, X_U]$ est étalé par la matrice de codes $C = (c_{i,j})_{0 < i \leq k, 0 < j \leq U}$. Les symboles appartiennent à l'alphabet des modulations MAQ 2^n spécifiées par la norme, $n \in [2; 15]$. Les codes de longueur k sont orthogonaux, issus des matrices de Hadamard de dimension $k \times k$, et $U \leq k$. Avant la modulation OFDM, les échantillons sont les éléments CX , et le système utilise k sous-porteuses.

Les caractéristiques fréquentielles du signal sont celles du signal DMT sur ligne ADSL. L'espace entre les sous-porteuses est de 4,3125 kHz ; la fréquence supérieure est à 1,104 MHz. Le mode de multiplexage étudié étant fréquentiel, il y a au maximum 220 sous-porteuses utilisables sur les 256 possibles, indexées 35 à 255 avec la sous-porteuse 64 réservée pour la synchronisation. Le masque d'émission limite la densité spectrale de puissance à -36,5 dBm/Hz dans la bande, et la valeur moyenne est -39 dBm/Hz.

La ligne de transmission est une ligne téléphonique standard de 0,4 mm de diamètre supposée homogène. Les coefficients fréquentiels du canal s'écrivent [2]

$$h_{i_f} = 10^{-5} \cdot 10^{-5} L (2,5 \sqrt{0,43125 i_f} + 4,2), \quad (1)$$

avec L la longueur du canal en mètre, et $i_f \in [0; 255]$ l'indice des sous-porteuses. La densité spectrale de puissance du bruit de fond stationnaire est -140 dBm/Hz.

Nous supposons la composante OFDM du signal adaptée au canal. Après démodulation OFDM, correction du canal par filtrage inverse dans le domaine fréquentiel, et désétalement, le symbole porté par le code u s'écrit

$$Y_u = X_u + \sum_{i=1}^k c_{i,u} \frac{Z_i}{h_i}, \quad (2)$$

soit, en notation vectoriel $Y = X + {}^tCGZ$ avec G la matrice diagonale de correction du canal telle que $g_{i,i} = 1/h_i$, et Z_i les échantillons du bruit additif blanc gaussien complexe.

3 Configuration du système MC-CDMA

La capacité en bit par symbole OFDM du système précédemment décrit est obtenue à partir de l'expression de la variable de décision équation (2), et par un calcul classique de capacité, soit

$$\mathcal{C} = \sum_{u=1}^U \mathcal{C}_u = \sum_{u=1}^U \log_2 \left(1 + \frac{k^2}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{|h_i|^2}} \frac{E_u}{N_0} \right), \quad (3)$$

avec $2E_u$ l'énergie par élément X_u telle que $\sum_{u=1}^U E_u = E$, et $2N_0$ la densité spectrale de puissance du bruit stationnaire. L'optimisation sous contrainte à l'aide des multiplicateurs de Lagrange montre que la capacité est maximale pour $E_u = E/U$ et $\mathcal{C}_u = \mathcal{C}/U$, $\forall U$. De même la configuration $U = k$ maximise cette capacité, $\forall k$.

En appelant Γ la marge de bruit, ou *gap*, associée aux modulations MAQ2ⁿ, le débit réalisable est donné par

$$R = U \log_2 \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \frac{k^2}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{|h_i|^2}} \frac{E}{UN_0} \right). \quad (4)$$

Les débits possibles étant fixés par la norme, nous ne cherchons pas à maximiser la capacité du système, ou le débit réalisable, mais à maximiser une marge de bruit supplémentaire γ telle que

$$R = U \log_2 \left(1 + \frac{1}{\gamma\Gamma} \frac{k^2}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{|h_i|^2}} \frac{E}{UN_0} \right). \quad (5)$$

Cependant, maximiser R équation (4) est équivalent à maximiser γ sous la contrainte d'un débit à atteindre. Avec un système DMT, le débit est donné par [7]

$$R = \sum_{i=1}^k \log_2 \left(1 + \frac{1}{\gamma\Gamma} \frac{|h_i|^2 E}{N_0} \right). \quad (6)$$

Les équations (5) et (6) montrent qu'une même valeur de γ pour le système MC-CDMA et le système DMT n'aura pas la même implication pour les deux systèmes.

La marge de bruit supplémentaire d'un système MC-CDMA est maximale pour un même nombre de bits par code ($\mathcal{C}_u = \mathcal{C}/U$), un nombre de codes égal au nombre de bribes par code ($U = k$), et une même énergie par symbole MAQ ($2E_u = 2E/U$). Il reste à obtenir la valeur de k qui maximise γ .

Nous nous intéressons à trois débits possibles $R \in \{152, 304, 512\}$, exprimés en bit par symbole OFDM. Afin de simplifier l'algorithme d'allocation, seules les constructions de

Sylvester des matrices de Hadamard sont utilisées. Les configurations possibles sont données dans le tableau 1. Avec les constructions de Sylvester, il n'est pas toujours possible d'avoir $U = k$.

TAB. 1 : paramètres de configuration $\{U, R/U\}$ du système MC-CDMA en fonction du débit cible R et de la longueur des codes k .

$R \setminus k$	128	64	32
512	{128, 4}	{64, 8}	X
304	{76, 4}	{38, 8}	X
152	{76, 2}	{38, 4}	{19, 8}

L'algorithme d'allocation aura pour tâche de sélectionner parmi les configurations possibles celles qui maximisent γ pour un débit cible donné.

4 Algorithme d'allocation

Les étapes sont les suivantes :

1. Recherche des combinaisons $\{U, k, R/U\}$ possibles à partir de R ;
2. Sélection des k meilleures sous-porteuses pour chaque combinaison ;
3. Sélection de la combinaison qui maximise la marge de bruit supplémentaire γ , *i.e.* qui minimise

$$(2^{R/U} - 1) \frac{U}{k^2} \sum_{i=1}^k \frac{1}{|h_i|^2}. \quad (7)$$

La complexité de cet algorithme est en $\mathcal{O}(k)$. Comme pour les algorithmes d'allocation propres aux systèmes DMT, un classement préliminaire des sous-porteuses par ordre décroissant des amplitudes des coefficients h_i permet de réduire le nombre d'opérations et facilite la recherche des meilleures sous-porteuses.

5 Portée des systèmes

La portée des systèmes est donnée par la valeur de L qui annule γ , pour un taux d'erreur et un débit donnés. Nous avons choisi l'algorithme de Chow pour réaliser l'allocation de l'information du système DMT [7]. Il existe cependant des algorithmes plus performants, comme l'algorithme de Campello [8]. Mais, en l'absence de perturbation des lignes de transmission, l'algorithme de Chow fournit une solution proche de la solution optimale, *cf.* figure 1.

Quelle que soit la configuration, la portée obtenue avec le système MC-CDMA reste inférieure à la portée obtenue avec le système DMT, *cf.* figure 1. Deux raisons expliquent ce comportement. Premièrement, l'allocation choisie pour le système MC-CDMA est peu flexible; il n'y a au plus que trois longueurs de codes possibles. Deuxièmement, le système MC-CDMA n'exploite pas le *water filling*, qui fournit la répartition optimale. La portée du système MC-CDMA peut alors être améliorée en utilisant d'autres matrices de Hadamard, et en utilisant des techniques de pré-égalisation ou d'égalisation plus performantes.

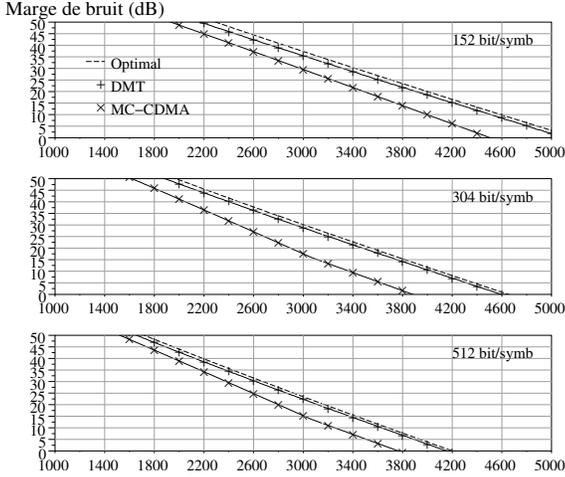


FIG. 1 : marge de bruit γ des systèmes DMT et MC-CDMA en fonction de la longueur du canal, et pour trois débits différents, $\text{TES}=10^{-3}$. En référence la marge de bruit optimale.

6 Robustesse des systèmes en présence de brouilleurs

Les brouilleurs impulsifs peuvent être modélisés par des processus Bernouilli-gaussiens [9]. (Un tel processus est le produit d'un processus de Bernouilli par un processus gaussien.) La modélisation est telle que les brouilleurs affectent indépendamment les sous-porteuses, ils sont identiquement distribués, et de même loi. Le paramètre de Bernouilli p est le même pour tous les brouilleurs, et la variance du processus gaussien de ces brouilleurs est la même pour tous les brouilleurs.

Habituellement, les performances des systèmes ADSL en présence de brouilleurs sont exprimées en nombre d'erreurs de transmission. Le modèle des brouilleurs étant théorique, nous cherchons à quantifier la robustesse des systèmes DMT et MC-CDMA en évaluant les brouilleurs qui n'affectent pas la probabilité d'erreur cible. Ces brouilleurs sont caractérisés par la densité spectrale de puissance de leur composante gaussienne réelle, N_B . Le majorant de ces valeurs, $\max N_B$, fournit les performances des systèmes.

6.1 Expressions analytiques

Soit un système DMT de marge de bruit supplémentaire γ , utilisant des modulations MAQ de marge de bruit Γ , ayant k sous-porteuses utiles. Soit N_0 la densité spectrale de puissance du bruit additif blanc gaussien réel. La densité spectrale de puissance maximale de la composante gaussienne réelle des brouilleurs Bernouilli-gaussiens de paramètre p que peut supporter ce système DMT est

$$\max N_B = \arg \left(p \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3}{2} \Gamma \gamma \frac{N_0}{N_0 + N_B}} \right) + (1-p) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3}{2} \Gamma \gamma} \right) = P_e \right), \quad (8)$$

avec une probabilité d'erreur cible P_e .

Démonstration. Soit P_1 la probabilité d'erreur par symbole MAQ sur un sous-canal lorsqu'il est brouillé. Le brouilleur est alors simplement gaussien, ou Bernouilli-gaussien mais avec $p = 1$. La densité spectrale de puissance du signal analytique représentant les bruits est $2N_0 + 2N_B$. Soit P_2 la probabilité d'erreur sur un sous-canal sans brouilleur. La probabilité qu'un canal soit brouillé est égale à p , et la probabilité d'erreur totale est $P_e = pP_1 + (1-p)P_2$. \square

Avec un système MC-CDMA,

$$\max N_B = \arg \left(\mathbb{E} \left[2 \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\frac{3}{2} \Gamma \gamma \sum_{i=1}^k \frac{N_0}{|h_i|^2}}{\sum_{i=1}^k \frac{N_0 + N_B z_i}{|h_i|^2}}} \right) \right] = P_e \right), \quad (9)$$

l'espérance étant calculée en fonction des variables de Bernouilli $(z_i)_{0 < i \leq k}$.

Démonstration. En présence de brouilleurs gaussiens affectant un ensemble \mathcal{J} de sous-porteuses utiles, la probabilité d'erreur par symbole MAQ se dérive des équations (2) et (5),

$$P_3(N_B) = 2 \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\frac{3}{2} \Gamma \gamma \sum_{i=1}^k \frac{N_0}{|h_i|^2}}{\sum_{i=1}^k \frac{N_0}{|h_i|^2} + \sum_{i \in \mathcal{J}} \frac{N_B}{|h_i|^2}}} \right). \quad (10)$$

Avec des brouilleurs Bernouilli-gaussiens, la probabilité d'erreur est $P_e = \int \cdots \int P_3(N_B z_i) dP_{z_1, \dots, z_k}(z_1, \dots, z_k)$. \square

6.2 Résultats de simulation

Les résultats de simulation sont obtenus par modélisation d'une chaîne de transmission ADSL, et à l'aide de la méthode Monte-Carlo. Ils sont présentés sur les figures 2 et 3, et comparés aux performances analytiques. Le codage n'étant pas mis en œuvre, le taux et la probabilité d'erreur cible sont 10^{-3} . Les courbes sont paramétrées en fonction du nombre moyen de sous-porteuses brouillées. En appelant N_p ce paramètre, le paramètre de Bernouilli p est en relation avec N_p par $p = N_p/220$, où 220 est le nombre total de sous-porteuses utilisables du canal.

Les performances des systèmes DMT et MC-CDMA sont comparées sur la figure 4. Les résultats analytiques sous-estiment les performances du système MC-CDMA. Pour chaque courbe, le domaine entre la courbe et les axes correspond aux valeurs de L et N_p pour lesquelles le système MC-CDMA supporte des brouilleurs de plus forte puissance. L'utilisation d'un système MC-CDMA jusqu'à 3000 m permet aux liaisons ADSL de mieux supporter les brouilleurs impulsif pour un taux d'erreur cible de 10^{-3} et un débit de 512 bits par symbole OFDM.

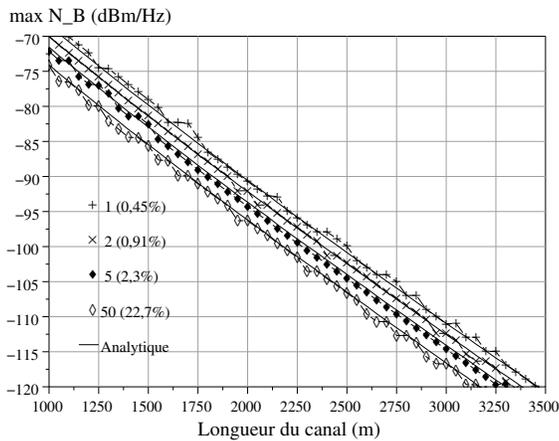


FIG. 2 : performances du système DMT en présence de brouilleurs Bernoulli-gaussiens, pour quatre valeurs du nombre moyen de sous-porteuses brouillées (paramètre de Bernoulli p en pourcent), $TES=10^{-3}$, $R=512$ bit/symb.

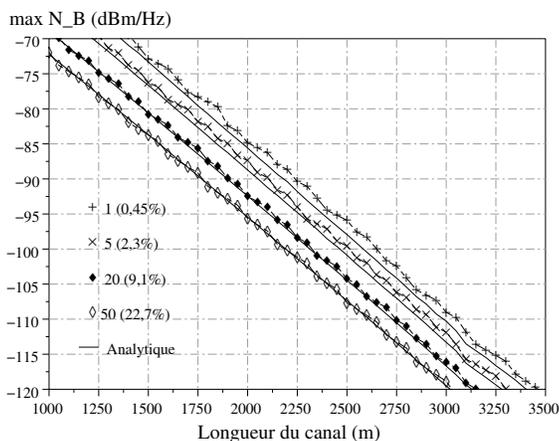


FIG. 3 : performances du système MC-CDMA en présence de brouilleurs Bernoulli-gaussiens, pour quatre valeurs du nombre moyen de sous-porteuses brouillées (paramètre de Bernoulli p en pourcent), $TES=10^{-3}$, $R=512$ bit/symb.

7 Conclusion

La configuration du système MC-CDMA et le développement d'un algorithme d'allocation de l'information appliqué à ce système permettent aux liaisons ADSL de supporter des brouilleurs impulsifs de plus forte puissance.

Références

[1] M. BARTON, « Impulse noise performance of an asymmetric digital subscriber lines passband transmission system ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, n°2/3/4, pages 1337–1340, février/mars/avril 1995.

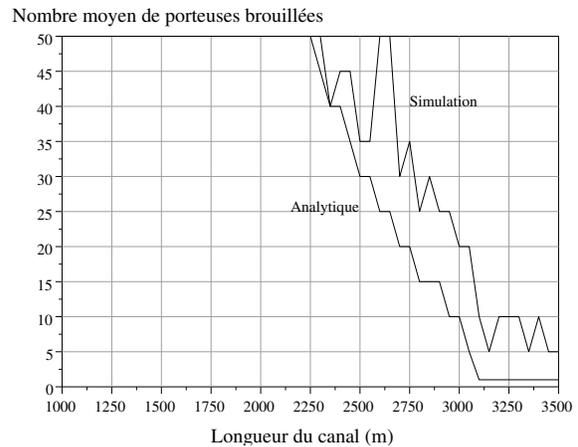


FIG. 4 : valeurs maximales du nombre moyen de sous-porteuses brouillées pour lesquelles le système MC-CDMA est plus performant que le système DMT, $TES=10^{-3}$, $R=512$ bit/symb.

[2] F. MOULIN, *Étude de l'impact des bruits impulsifs sur la qualité de transmission d'une liaison ADSL*. Thèse de Doctorat, Institut national des sciences appliquées de Rennes, 2001.

[3] F. ABDELKEFI, *Les codes Reed-Solomon pour la correction des erreurs impulsives dans les systèmes multiporteuses*. Thèse de Doctorat, École nationale supérieure des télécommunications, 2002.

[4] R.L. PICKHOLTZ, D.L. SCHILLING et L.B. MILSTEIN, « Theory of spread-spectrum communications — A tutorial ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. COM-30, n°5, pages 855–884, mai 1982.

[5] S. MALLIER, F. NOUVEL, J-Y. BAUDAIS, D. GARDAN et A. ZEDDAM, « Multicarrier CDMA over lines — Comparison of performances with the ADSL system ». In *IEEE International Workshop on Electronic Design, Test and Applications*, pages 450–452, janvier 2002.

[6] N. YEE, J-P. LINNARTZ et G. FETTWEIS, « Multi-carrier CDMA in indoor wireless radio networks ». In *IEEE Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Symposium*, pages 109–113, septembre 1993.

[7] P.S. CHOW, J.M. CIOFFI et J.A.C. BINGHAM, « A practical discrete multitone transceiver loading algorithm for data transmission over spectrally shaped channels ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, n°2/3/4, pages 773–775, février/mars/avril 1995.

[8] J. CAMPELLO, « Pratical bit loading for DMT ». In *IEEE International Conference on Communications*, pages 801–805, 1999.

[9] M. GHOSH, « Analysis of the effect of impulse noise on multicarrier and single carrier QAM systems ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, n°2, pages 145–147, février 1996.