

Caractérisation de matériaux dispersifs à l'aide de représentations temps-fréquence

Jérôme BERNARD, Silvio MONTRÉSOR, Jean-Hugh THOMAS, Claude DEPOLLIER

Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM UMR-CNRS 6613)

Av. O. Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 09, France

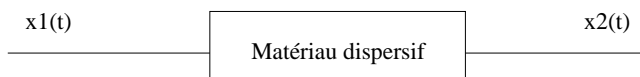
jerome.bernard@univ-lemans.fr, silvio.montresor@univ-lemans.fr,
jean-hugh.thomas@univ-lemans.fr, claude.depollier@univ-lemans.fr

Résumé – L'utilisation de représentations temps-fréquence pour caractériser la dispersion inhérente à certains matériaux s'avère intéressante de part leur capacité à localiser l'énergie des signaux dans un plan à deux dimensions. Or sachant que ces représentations doivent vérifier des propriétés drastiques par rapport au signal étudié, il faut choisir une représentation adaptée au cas par cas. L'objectif est donc ici d'utiliser des méthodes de transformation des signaux afin de déterminer la représentation idéale (en terme de lisibilité notamment) pour chaque cas.

Abstract – Time-frequency representations are interesting to characterize dispersive media because of their ability to concentrate the energy of the signal in a two dimension representation plane. With those representations, it is possible to follow each frequency in time. Because of the properties they have to check in relation with the signal, the problem is to choose a well adapted representation to ensure a good lisibility in the time-frequency plane and to evaluate the dispersion of the medium.

1 Introduction

L'objectif de cette étude est de caractériser les propriétés acoustiques d'un matériau dispersif soumis à un signal d'excitation déterminé $x_1(t)$: par exemple une impulsion ou un sinus glissant.

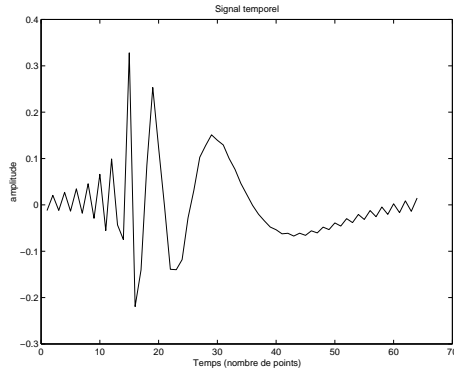


Plus précisément, il s'agit d'évaluer la loi de dispersion du milieu à partir de l'observation de sa réponse, le signal $x_2(t)$, à un signal d'excitation donné $x_1(t)$. L'utilisation d'une représentation temps-fréquence (RTF) est intéressante car sous certaines conditions elle peut permettre de localiser l'énergie du signal dans le plan temps-fréquence le long du retard de groupe [4] (cf fig.1 pour exemples de formes attendues des RTF pour $x_2(t)$). La notion de retard de groupe est liée au temps d'arrivée moyen de l'énergie portée par chaque fréquence, sa forme générale est telle que :

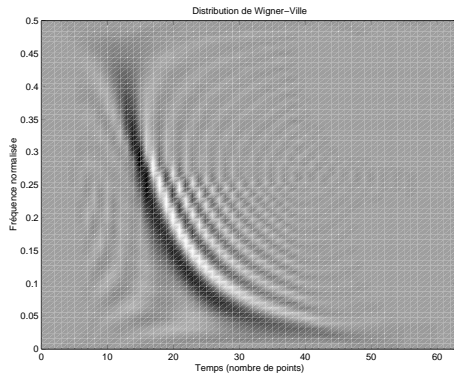
$$\tau_k(f) = \frac{k}{fr} \left| \frac{f}{fr} \right|^{(k-1)}, \quad (1)$$

k est un réel et fr une fréquence fixée. Le problème se résume principalement à évaluer le paramètre k avec la contrainte supplémentaire que les caractéristiques physiques de la propagation dans les matériaux dispersifs imposent $k < 1$. En effet, l'énergie portée par les basses fréquences est retardée par rapport à celle portée par les hautes fréquences. Pour que la RTF du signal issu du matériau soit efficace pour l'appréhension de la loi de dispersion (bonne localisation le long du

retard de groupe), il est nécessaire qu'elle vérifie certaines propriétés relatives au signal étudié, en particulier la covariance. En effet pour permettre un diagnostic efficace sur le signal dont on déploie l'énergie dans le plan temps-fréquence, il faut que la représentation soit apte à suivre les changements qui interviennent dans le signal (des compressions/dilatations, des translations aussi bien dans les domaines temporel ou fréquentiel). Ces propriétés sont déclinées dans la première partie, dans le cadre d'une description générale englobant un grand nombre de cas de dispersion [3][4]. Cette multiplicité induit une infinité de classes de RTF, regroupées sous l'appellation Power-Class, chacune adaptée à l'analyse pour un k donné. Ceci impose d'avoir déjà un a priori sur la loi de dispersion du matériau, ce qui n'est pas le cas ici. Néanmoins, les représentations adaptées peuvent être reconstruites, par le biais du mécanisme d'anamorphose, à partir des deux classes principales : la classe de Cohen et la classe affine [3][5]. En effet, cette technique consiste à modifier les propriétés du signal original en le ré-échantillonnant avant de le représenter avec une RTF d'une des deux principales classes. Cette opération, délicate, puisqu'il faut veiller à conserver l'énergie du signal et donc utiliser des opérateurs unitaires [5], est décrite dans la première partie. Dans notre contexte, n'ayant quasiment pas d'a priori quant à la loi de dispersion du matériau, une RTF "quelconque" est appliquée au signal (voir fig.1). L'étape suivante consiste à modifier l'échantillonnage du signal et par conséquent les axes de la RTF de telle sorte que la courbe du plan temps-fréquence décrivant la loi de modulation soit redressée. La pente obtenue permet alors d'évaluer k .



(a)



(b)

FIG. 1 – Signal synthétique à retard de groupe en puissance [7]: (a) forme temporelle, (b) représentation temps-fréquence (Wigner-Ville).

2 Etude théorique

2.1 Propriétés des représentations temps-fréquence.

Les propriétés attendues d'une RTF appliquée à un signal issu d'un matériau doivent permettre d'en suivre l'évolution dans le plan temps-fréquence avec une résolution maximale le long de son retard de groupe. La description théorique suivante est la plus générale possible. Cette classe de représentation généralisée ($T^{(G)}$) appliquée au signal X possède les propriétés suivantes :

- covariances par translation généralisée dans le temps

$$T_{\mathcal{D}_c X}^{(G)}(t, f) = T_X^{(G)}(t - c\tau(f), f), \quad (2)$$

avec $\tau(f)$ le retard de groupe du signal, et c un paramètre réel qui représente l'importance de la dispersion. A noter que le retard de groupe est caractéristique du milieu étudié, tandis que c dépend de plusieurs facteurs tels que la taille et la forme de l'objet.

- covariances par changement d'échelle :

$$T_{\mathcal{C}_a X}^{(G)}(t, f) = T_X^{(G)}\left(at, \frac{f}{a}\right), \quad (3)$$

avec l'opérateur de translation généralisée dans le temps :

$$(\mathcal{D}_c X) = e^{-j2\pi\xi(\frac{f}{f_r})} X(f), \quad (4)$$

et l'opérateur compression/dilatation :

$$(\mathcal{C}_a X) = \frac{1}{\sqrt{a}} X\left(\frac{f}{a}\right). \quad (5)$$

A noter que la fonction $\xi(\frac{f}{f_r})$ peut prendre différentes formes selon le signal à analyser [3]. Un cas intéressant pour l'analyse des signaux dispersifs est donné par [4], définissant ainsi une famille de représentations temps-fréquence (la Power-Class) adaptée pour la localisation de l'énergie dans le plan temps-fréquence le long d'un retard de groupe de la forme :

$$\tau_k(f) = \frac{d}{df} \xi_k\left(\frac{f}{f_r}\right) = \frac{k}{f_r} \left| \frac{f}{f_r} \right|^{(k-1)}, \quad (6)$$

k étant le paramètre à évaluer pour proposer un modèle de la loi de dispersion du matériau. Théoriquement, du moins dans le contexte de ce travail, le domaine de variation de k est important ($k \in]-\infty; 1[$), permettant ainsi le recouvrement d'un grand nombre de cas.

2.2 Mécanisme d'anamorphose.

Cette opération appliquée directement au signal permet de générer une infinité de classes de représentation à partir des classes de Cohen et affine. Elle se déroule, selon le mécanisme détaillé dans [4][5], en trois étapes :

- Ré-échantillonnage du signal (dans les domaines temporel ou fréquentiel) afin de conférer au signal de nouvelles propriétés de covariance. Un opérateur unitaire (conservation de l'énergie) est appliqué au signal. En notant U cet opérateur, le signal devient :

$$(Us)(x) = |\dot{\omega}(x)|s[\omega(x)]. \quad (7)$$

avec $\omega(x)$, la fonction permettant de ré-échantillonner le signal.

- Représentation du signal ré-échantillonné avec une RTF de la classe affine ou de la classe de Cohen.
- Modification des axes de la RTF par une transformation dynamique pour garder la propriété de conservation de l'énergie.

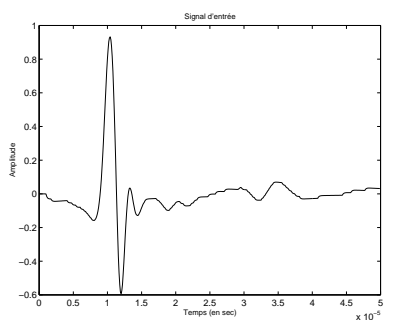
L'ensemble des classes de représentation sont ainsi déduites des deux grandes classes principales.

3 Application

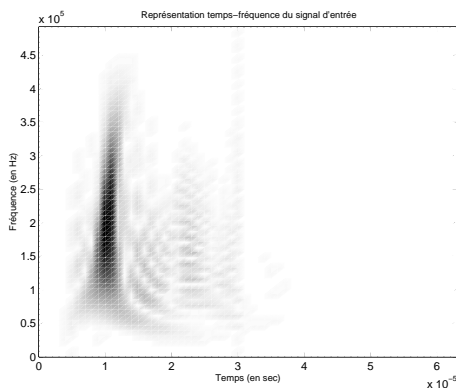
Lorsqu'un signal se propage dans un matériau poreux saturé par un fluide comme par exemple une laine de verre ou un matériau géophysique, sa forme générale évolue à cause de l'atténuation et de la dispersion. Ces phénomènes sont dus principalement aux interactions entre fluide et structure solide. L'étude de la propagation des ultrasons dans ce type de matériau montre que la dispersion peut être modélisée dans le domaine temporel par une dérivation fractionnaire d'ordre ν du signal [11]. Mathématiquement, la dérivée fractionnaire s'écrit :

$$D^\nu[x(t)] = \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \int_0^t (t-u)^{-\nu-1} x(u) du. \quad (8)$$

où $\Gamma(z)$ est la fonction Gamma. Le matériau agit donc comme un système qui propage, atténue et filtre le signal. Dans ce modèle, la connaissance de l'ordre de dérivation est essentielle pour caractériser les processus d'interaction fluide-structure qui se développent dans un matériau poreux. Une représentation temps-fréquence des signaux transmis par un poreux s'avère donc être un outil bien adapté pour l'étude de ces milieux. A ce titre la figure 2 représente l'impulsion ultrasonore émise dans le matériau et sa représentation de Wigner-Ville. Elle est bien localisée dans le temps et possède une large bande fréquentielle. Les figures 3 et 4 présentent respectivement le signal de sortie expérimental et le signal de sortie théorique déduit du modèle de propagation à l'intérieur du matériau étudié, ainsi que leur distribution de Wigner-Ville. Dans un premier temps, ce type de représentation permet de bien visualiser l'énergie des signaux dans le plan temps-fréquence dans un grand nombre de cas puisqu'elle est à l'intersection des classes de Cohen et affine. Dès lors ces représentations permettent de rendre compte de la dispersion due à la propagation dans le matériau.



(a)

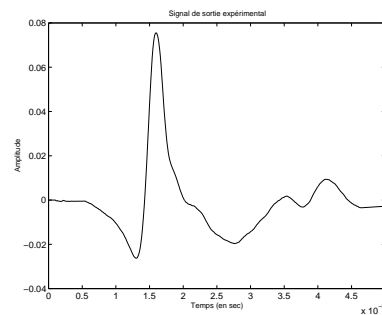


(b)

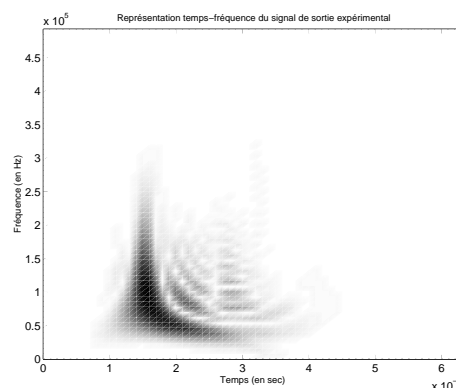
FIG. 2 – Signal acoustique d'entrée : (a) signal temporel, (b) énergie déployée dans le plan temps-fréquence

4 Perspectives

Si les RTF apparaissent comme de bons outils pour visualiser la dispersion d'un signal, l'évaluation de la loi de dispersion



(a)



(b)

FIG. 3 – Signal acoustique de sortie expérimental : (a) signal temporel, (b) énergie déployée dans le plan temps-fréquence

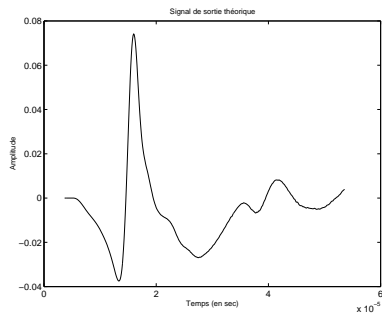
n'est pas évidente directement à partir du signal. Une autre approche consiste à transformer le signal pour faire apparaître des stationnarités dans un autre espace de représentation. Cette démarche a été développée dans [8] pour l'analyse d'un signal émis par une chauve souris : les auteurs proposent de transformer un signal émis par une chauve-souris, qui est en fait un signal dont la fréquence est modulée logarithmiquement, pour faire apparaître des stationnarités dans un autre espace de représentation (dans ce cas un espace temps-échelle). Cette démarche est une conséquence du théorème de Lamperti [10] qui permet de transformer un signal invariant par changement d'échelle en signal stationnaire.

Définition

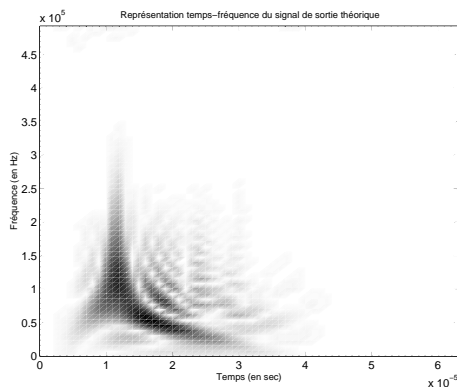
$X(t)$, $t \in \mathbb{R}$ est invariant par changement d'échelle ou H-ss (auto-similaire d'exposant H) si quelque soit $k \in \mathbb{R}$: $X(kt) = k^H X(t)$.

Théorème de Lamperti

Si $X(t)$, $t \in \mathbb{R}^+$ est invariant par changement d'échelle, alors $Y(t) = e^{Ht} X(e^t)$, $t \in \mathbb{R}$ est stationnaire au sens des échelles. Inversement, si $Y(t)$, $t \in \mathbb{R}$ est stationnaire, alors $X(t) = t^H Y(\log(t))$, $t \in \mathbb{R}^+$ est invariant par changement d'échelle.



(a)



(b)

FIG. 4 – Signal acoustique de sortie théorique : (a) signal temporel, (b) énergie déployée dans le plan temps-fréquence

Conséquences du théorème

L'application de cette méthode aux signaux qui se sont propagés dans des matériaux dispersifs est envisagée pour retrouver l'ordre de la dérivée fractionnaire impliquée dans le processus de dispersion. Dans le même ordre d'idée, cette démarche peut-être mise en œuvre pour aider à l'optimisation de l'estimation des valeurs des attributs physiques des matériaux.

5 Conclusion

Les RTF sont des outils appropriés pour l'étude des propriétés acoustiques des matériaux dispersifs. Elles permettent de mesurer efficacement les dépendances fréquentielles de la dispersion et d'envisager une solution pour le problème inverse qui consiste à trouver les paramètres physiques du matériau en comparant un signal synthétique de sortie, produit par un modèle de propagation, et le signal expérimental.

REFERENCES

[1] L. COHEN, *Time-frequency analysis*, Prentice Hall, 1995, New York.
 [2] P. FLANDRIN, *Temps-fréquence*, Hermès, 1993, Paris.

[3] F. HLAWATSCH, A. PAPANDREOU, G. FAYE BOUDREAUX-BARTELS, *Quadratic Time-Frequency Representations with Scale Covariance and Generalized Time-Shift Covariance: A Unified Framework for the Affine, Hyperbolic, and Power Classes*, Digital Signal Processing, Vol. 8 (1998), pp. 3-48.
 [4] F. HLAWATSCH, A. PAPANDREOU-SUPPAPOLA and G. FAYE BOUDREAUX-BARTELS, *The Power Classes-Quadratic Time-Frequency Representations with Scale Covariance and Dispersive Time-Shift Covariance*, IEEE Trans. on Signal Processing, Vol.47, no.11 (1999), pp. 3067-3083.
 [5] R. G. BARANIUK and D. L. JONES, *Unitary Equivalence: A New Twist on Signal Processing*, IEEE Trans. on signal processing, Vol.43, no.10 (1995), pp. 2269-2282.
 [6] P. FLANDRIN and P. GONÇALVÈS, *Geometry of Affine Time-Frequency Distributions*, Applied and Computational Harmonic Analysis, Vol.3 (1996), pp. 10-39.
 [7] L. COHEN, *The scale representation*, IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 41 (1993), pp. 3275-3292.
 [8] B. RISTIC and B. BOASHASH, *Scale domain analysis of a bat sonar signal*, in IEEE Int. Symp. in Time-Frequency and Time-Scale Analysis, Oct. 1994, pp. 373-376.
 [9] K. G. CANFIELD and D. L. JONES, *Implementing time-frequency representations for non-Cohen classes*, in Proc. 27th Asilomar Conf., Pacific Grove, CA, 1993, pp. 1464-1468.
 [10] P. BORGNAT, P. FLANDRIN and P.O. AMBLARD, *Stochastic Discrete Scale Invariance*, IEEE Signal Processing Letters, Vol. 9, no. 6, June 2002, pp. 181-184.
 [11] Z. E. A. FELLAH and C. DEPOLLIÉ, *Transient acoustic wave propagation in rigid porous media: A time-domain approach*, J. Acoust. Soc. Am. 107 (2), February 2000, pp. 683-688.
 [12] F. AUGER, P. FLANDRIN, P. GONÇALVÈS and O. LEMOINE, *Time-Frequency Toolbox for use with Matlab-Tutorial.*, CNRS-ISIS, 1995-1996.