

Une boîte-à-outils Scilab pour l'analyse et la surveillance vibratoires

Laurent MEVEL¹, Maurice GOURSAT²

¹IRISA

Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex, France

²INRIA

Rocquencourt, BP.105, 78153 Le Chesnay Cedex, France

Laurent.Mevel@irisa.fr, Maurice.Goursat@inria.fr

Résumé – Nous présentons une boîte à outils Scilab pour l'analyse modale de structures mécaniques. Il s'agit d'un environnement logiciel pour l'identification des caractéristiques modales (fréquences propres et déformées) et le diagnostic des défauts dans le cas où les structures sont soumises à la seule excitation ambiante non contrôlée, non mesurée et non-stationnaire. Les méthodes sont de type sous-espace appliquées aux covariances des seuls signaux de sortie. Une courte démonstration sur deux cas réels (avion en vol et structure civile) illustrera les différents dialogues et leur intérêt pour l'analyse modale et la localisation de défauts qui sont difficilement automatisables.

Abstract – We present here a Scilab toolbox for modal analysis of vibrating mechanical structures. It is a complete package for modal identification (eigenfrequencies and modal shapes) and diagnosis in the case of in operaton structures with the natural excitation without control and measurement of this non stationary input. The methods are of covariance driven subspace type. A short demo on two concrete cases (in flight aircraft and civil structure) will illustrate some dialogs and show their use for modal analysis which cannot be fully automatized.

1 Introduction.

Les applications industrielles de la surveillance des vibrations *in situ* sont diversifiées, que ce soit pour des structures mécaniques complexes (plate-formes offshore, ponts, barrages, bâtiments) ou des machines tournantes (turbo-alternateurs). Ces applications font suite aux études faites en laboratoire, à la conception et en atelier. Un exemple type est celui de la conception d'un nouvel avion dont l'analyse modale commence avec les modèles aux éléments finis, se poursuit par des mesures spécifiques lors de vols d'essais puis par une phase spéciale au sol pour la certification et ensuite un suivi lors de la vie de l'appareil.

Des outils d'identification de caractéristiques vibratoires, et de détection et diagnostic précoces de petits changements de ces caractéristiques, sont particulièrement utiles pour la prévention de dysfonctionnements ou d'endommagements.

L'identification et la surveillance sont donc effectuées en ambiance de fonctionnement normal : sans ralentissement ni arrêt de machine, sans excitation artificielle, sans mesure de l'excitation naturelle. Le diagnostic, en termes d'un modèle (éléments finis) de conception, est effectué sans recalage de modèle, ni résolution de problème inverse.

Nous présentons donc l'outil logiciel qui réalise ces différentes tâches : il s'agit d'une boîte-à-outils Scilab intégrant essentiellement les éléments contenus dans [10, 9].

2 Méthodes et résultats.

Il s'agit de l'identification aveugle de la structure propre d'un système linéaire multivariable, par une méthode sous-espace *consistante* appliquée aux matrices de covariances des seuls signaux de sortie, les entrées étant inconnues et non-stationnaires. Une variante est utilisée avec le couple entrées-sorties pour les situations où les entrées sont également mesurées. Une extension de la méthode sous-espace a été développée pour le cas d'enregistrements non simultanés, ce qui est un cas classique, y compris avec mesure des entrées.

Le problème essentiel de la surveillance vibratoire en fonctionnement est que les structures ou machines surveillées sont soumises à la fois à des variations rapides et non mesurées de leur environnement et à des variations lentes et faibles de leurs caractéristiques vibratoires. Les signaux mesurés contiennent donc des non-stationnarités rapides dont la détection ne présente aucun intérêt, et des non-stationnarités lentes qu'il s'agit de détecter et de diagnostiquer. Le problème est d'autant moins trivial que les variations à surveiller sont petites (e.g., moins de 1% sur les fréquences). Une approche pertinente consiste en:

1. l'estimation des caractéristiques de référence du système surveillé dans ses conditions de fonctionnement usuelles, cette estimation étant obtenue par identification sur des données correspondant à un état sain;
2. la détection précoce, et le diagnostic, de déviations

faibles par rapport à cette référence.

Il est connu [16] que les caractéristiques vibratoires (fréquences, appelées modes, et déformées modales) correspondent à la structure propre (valeurs et vecteurs propres) de la matrice de transition d'état d'un système dynamique linéaire. L'analyse et la surveillance vibratoires sont donc des problèmes d'identification et de détection qui concernent la dynamique d'un système linéaire (que l'on peut paramétrer de manière invariante par changement de base sur l'état), ou, de manière équivalente, la partie AR d'un processus ARMA multidimensionnel dont, à cause des non-stationnarités de l'environnement, la partie MA doit être supposée non-stationnaire.

L'identification des caractéristiques vibratoires (fréquences *et* modes) est effectuée en ambiance de travail normale (sans excitation artificielle). La méthode procède par identification de la structure propre d'un système linéaire multivariable, au moyen d'une méthode sous-espace appliquée aux matrices de covariances des seuls signaux de sortie, les entrées étant inconnues et non-stationnaires. Cette méthode est néanmoins consistante, et robuste à ces non-stationnarités.

La méthode a été proposée en [16], analysée en [7], et revisitée sous forme de fonction d'estimation en [3]. Une extension, consistante elle aussi, a été faite pour le cas du traitement conjoint de signaux enregistrés à des moments différents, et donc sous excitations différentes [11, 12]. Il est en effet d'usage courant, dans ce domaine, de collecter des données en provenance de capteurs – certains fixes, d'autres mobiles – placés à différents endroits, afin d'imiter une situation où un nombre de capteurs beaucoup plus important serait disponible.

Cette extension est, de même que la méthode classique, basée essentiellement sur une propriété de factorisation de la matrice de Hankel (et des covariances des sorties) du système [17], et sur une renormalisation du facteur droit visant à compenser le fait que les excitations sont différentes. L'algorithme proposé présente la propriété intéressante d'opérer par entrelacement des blocs-lignes et blocs-colonnes des matrices de Hankel construites sur les covariances des capteurs de référence et les covariances renormalisées des capteurs mobiles, respectivement. Il apparaît expérimentalement que la renormalisation effectuée par l'algorithme, jointe à la moyennisation sous-jacente au calcul des covariances empiriques, permet effectivement de se débarrasser des effets indésirables des excitations non-stationnaires différentes, et d'obtenir de bons estimateurs de la structure propre, ce qui est en accord avec le résultat théorique.

Les bases de cette méthode sont donc un modèle mécanique classique, linéaire et stationnaire :

$$\begin{cases} M\ddot{Z}(s) + C\dot{Z}(s) + KZ(s) = \nu(s) \\ Y(s) = LZ(s) \end{cases} \quad (1)$$

où s désigne le temps (continu pour le moment), Z est le vecteur des déplacements et M, C, K sont respectivement les matrices de masses, amortissements et raideurs.

L spécifie quels sont les éléments mesurés sur la structure, c'est-à-dire où sont localisés les capteurs et Y est donc le vecteur des mesures.

On cherche à identifier les caractéristiques modales de la structure, c'est à dire les modes propres (fréquences propres et amortissements) et les déformées modales, notés respectivement μ et ψ_μ .

La structure propre observée est la solution de :

$$(M\mu^2 + C\mu + K)\Psi_\mu = 0 \quad , \quad \psi_\mu = L\Psi_\mu \quad (2)$$

Après échantillonnage en temps (à la fréquence $1/\delta$) le modèle précédent peut s'écrire sous la forme du modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} X_{k+1} = FX_k + V_k \\ Y_k = HX_k \end{cases} \quad (3)$$

avec :

$$\begin{aligned} Y_k &= Y(k\delta) \quad , \quad X_k = \begin{bmatrix} Z(k\delta) \\ \dot{Z}(k\delta) \end{bmatrix} \\ H &= [L \quad 0] \\ F &= \exp(A\delta) \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(V_k) &= 0 \\ Q_V(k) &\triangleq \mathbf{E}(V_k V_k^T) = \int_{k\delta}^{(k+1)\delta} \exp(As) \tilde{Q}(s) \exp(A^T s) ds \\ \tilde{Q}(s) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M^{-1}Q_\nu(s)M^{-T} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$Q_\nu(s)$ est la matrice de covariance de l'excitation définie ci-dessus.

La structure propre de la matrice F donne les caractéristiques modales définies précédemment :

(λ, Φ_λ) de F :

$$\begin{aligned} e^{\delta\mu} &= \lambda \\ \psi_\mu &= \phi_\lambda \triangleq H\Phi_\lambda \end{aligned} \quad (4)$$

L'algorithme d'identification utilise donc la matrice de Hankel construite avec les covariances des observations :

$$\mathcal{H}_{p,N} = \begin{bmatrix} R_0 & R_1 & \cdots & R_p & \cdots & R_N \\ R_1 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_p & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & R_{N+p} \end{bmatrix} \quad (5)$$

avec

$$R_m = \mathbf{E}(Y_k Y_{k-m}^T)$$

La remarque fondamentale est que cette matrice a le même espace image que la matrice d'observabilité du système (associée à la paire (H, F)) qui est :

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} H \\ HF \\ HF^2 \\ \vdots \\ HF^p \end{bmatrix} \quad (6)$$

Cette propriété résulte de la factorisation de la matrice de Hankel qui s'écrit :

$$\mathcal{H}_{p,N} = \mathcal{O}\mathcal{C} \quad (7)$$

où \mathcal{O} est la matrice d'observabilité et \mathcal{C} est la matrice de commandabilité

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} G & FG & F^2G & \cdot & \cdot & \cdot & F^N G \end{bmatrix}$$

$$G = \mathbf{E}(X_k Y_k^T)$$

ces deux matrices étant de rang plein.

L'implémentation de l'algorithme est donc :

- calcul de la matrice de Hankel empirique
- factorisation par une décomposition en valeurs singulières et troncature, ce qui donne la matrice d'observabilité
- obtention de la matrice de transition par résolution aux moindres carrés sur 2 décalées de la matrice d'observabilité
- obtention de la structure propre de la matrice de transition.

L'ingrédient algorithmique essentiel à rajouter est la réalisation de ce calcul pour des ordres croissants et d'utiliser un diagramme dit de stabilisation sur les caractéristiques modales identifiées pour faire la sélection.

Le problème de diagnostic est double. Le diagnostic modal doit déterminer quels modes de vibrations ont changé, et correspond à une inférence paramétrique dans un espace de même dimension que celui de la référence identifiée à partir des mesures. Le diagnostic physique doit remonter à des causes possibles, et déterminer quels paramètres (e.g., masses, raideurs, amortissements) du modèle de conception sont les plus affectés. Ce problème correspond, au contraire, à une inférence dans un espace de dimension beaucoup plus grande que celui du paramètre de référence.

Nous avons proposé en [3] de baser la détection sur un test de type χ^2 , résultant de l'application de l'approche statistique locale à des fonctions d'estimation associées aux méthodes sous-espaces. L'approche locale permet essentiellement de calculer la sensibilité d'une fonction d'estimation vis-à-vis de petites variations de paramètres, relativement aux bruits et incertitudes [1]. Cette sensibilité est exprimée à l'aide d'une matrice Jacobienne, dont deux expressions analytiques dans le cas présent d'une structure propre sont données en [3]. Cette méthode constitue une généralisation de [4]. De nombreux résultats expérimentaux, aussi bien sur bancs-tests que données réelles, confirment l'intérêt de ces détecteurs [15, 13, 14], qui possèdent en outre une propriété d'invariance vis-à-vis des pré- et post-pondérations des matrices de Hankel impliquées [2].

Le diagnostic modal, focalisant sur chaque (groupe de) mode(s) et déformée(s) modale(s) associée(s), est obtenu par sélection des (groupes de) colonnes correspondantes de la matrice Jacobienne mentionnée plus haut, et calcul des tests du χ^2 qui en résultent.

Dans le but de la conception d'une algorithmique embarquée, le diagnostic physique, en termes des paramètres d'un modèle (éléments finis) de conception, n'est pas abordé par le biais de la résolution d'un problème inverse (mal posé). Dans la logique de l'approche locale de détection, il repose lui aussi sur un calcul de Jacobiens, cette fois entre la paramétrisation modale et la paramétrisation physique. Le problème posé par la grande différence de dimensions entre ces deux représentations paramétriques est résolu au moyen d'une classification de tous les vecteurs de changements possibles dans le gros espace, à l'aide d'une métrique

cohérente avec celle du test du χ^2 qui réalise la détection. Cette classification est effectuée une fois pour toutes au moment de la conception de l'algorithmique, et aboutit en fait à la fabrication de Jacobiens synthétiques correspondant à des macro-pannes. Les algorithmes de diagnostic embarqués sont les tests du χ^2 correspondant à ces Jacobiens [6].

Nous donnons les premières bases de la méthode du diagnostic. Si θ_0 représente le modèle nominal, il est solution de

$$S^T(\theta_0)\mathcal{H}_{p+1,q} = 0$$

(propriété de la matrice de Hankel et la matrice d'observabilité).

Après une période de fonctionnement si on veut donc tester si le modèle est toujours valide, on va donc calculer une "nouvelle" matrice de Hankel empirique avec les nouvelles mesures et on va tester si l'égalité ci-dessus est toujours vérifiée. En fait on considère le vecteur des résidus :

$$\zeta_n(\theta_0) = \sqrt{n} \text{vec}(S^T(\theta_0)\hat{\mathcal{H}}_{p+1,q})$$

pour lequel on doit avoir :

$$\mathbf{E}(\zeta_n(\theta_0)) = 0 \text{ ssi } \theta = \theta_0 .$$

Pour construire un test il faut connaître les propriétés statistiques du résidu, ce qui impossible dans notre cas. On va considérer les 2 hypothèses suivantes :

$H_0 : \theta = \theta_0$ (structure saine) et $H_1 : \theta = \theta_0 + \frac{\Upsilon}{\sqrt{n}}$ (système en panne) où le vecteur Υ est inconnu mais fixé.

Les résidus ont des distributions asymptotiques gaussiennes :

$$\mathcal{N}(0, \Sigma(\theta_0)) \text{ sous } H_0 \text{ et } \mathcal{N}(M(\theta_0)\Upsilon, \Sigma(\theta_0)) \text{ sous } H_1 .$$

La matrice jacobienne et la matrice de covariance sont données par :

$$M(\theta_0) = -\frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\partial}{\partial \theta} \mathbf{E}_{\theta_0} \zeta_n(\theta) |_{\theta=\theta_0}$$

$$\Sigma(\theta_0) = \lim \mathbf{E}_{\theta_0}(\zeta_n \zeta_n^T)$$

Le test entre les hypothèses H_0 et H_1 est donc obtenu en calculant le χ^2 suivant :

$$\chi_n^2 = \zeta_n^T \hat{\Sigma}^{-1} \hat{M} (\hat{M}^T \hat{\Sigma}^{-1} \hat{M})^{-1} \hat{M}^T \hat{\Sigma}^{-1} \zeta_n$$

que l'on compare à un seuil; ce test est asymptotiquement un χ^2 à rang(M) degrés de liberté et sous H_1 son paramètre de non-centralité est : $\Upsilon^T M^T \Sigma^{-1} M \Upsilon$.

3 La boîte à outils

C'est un outil complet dont la mise au point de l'interface homme-machine a bénéficié du traitement de plusieurs exemples concrets (machines tournantes de production d'électricité, avions civils et militaires, lanceur spatial...). Les différents choix se font par les menus en partant du prétraitement des données (filtrage, sous-échantillonnage,...) pour aboutir au choix final des signatures modales et des zones

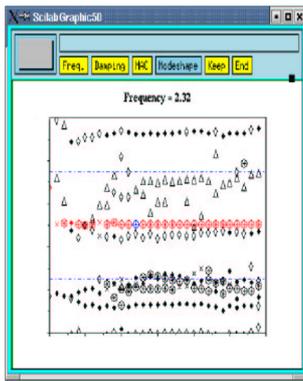


Figure 1: Stabilization diagram : focus sur une fréquence

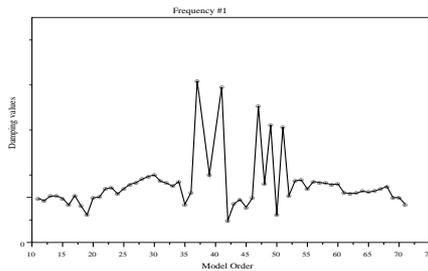


Figure 2: Fréquence - damping au début du vol

d'endommagement éventuel. Nous donnons ci-dessous quelques exemples des résultats que l'on peut obtenir.

Ces travaux ont été et sont menés dans le cadre des projets Euréka SINOPSYS¹ coordonné par LMS, et FLITE² coordonné par Sopemea.

References

- [1] M. Basseville (1998). On-board component fault detection and isolation using the statistical local approach. *Automatica*, **34**(11), 1391–1416.
- [2] M. Basseville (1998). An invariance property of some subspace-based detection algorithms. *IEEE Trans. on Signal Processing*, **47**(12), 3398–3401.
- [3] M. Basseville, M. Abdelghani, A. Benveniste (2000). Subspace-based fault detection algorithms for vibration monitoring. *Automatica*, **36**, pp.101-109.
- [4] M. Basseville, A. Benveniste, G. Moustakides, A. Rougée (1987). Detection and diagnosis of changes in the eigenstructure of non-stationary multivariable systems. *Automatica*, **23**, 479–489.
- [5] M. Basseville, A. Benveniste, B. Gach-Devauchelle, M. Goursat, D. Bonnetcase, P. Dorey, M. Prevosto, M. Olagnon (1993). Damage monitoring in vibration mechanics : issues in diagnostics and predictive maintenance. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **7**(5), 401–423.
- [6] M. Basseville, L. Mevel, M. Goursat (2002). Statistical model-based damage detection and localization: subspace-based residuals and damage-to-noise sensitivity ratios. *Research Report IRISA no 1470/INRIA no 4645*, Nov. 2002.

¹Model based Structural monitoring using in-operation system identification.

²Flight Test Easy.

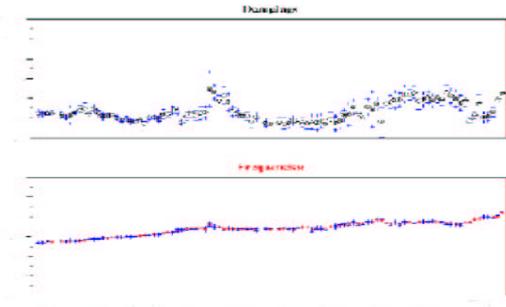


Figure 3: Zoom sur un mode : fréquence et damping

- [7] A. Benveniste, J.-J. Fuchs (1985). Single sample modal identification of a non-stationary stochastic process. *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-30**, 66–74.
- [8] B. Gach-Devauchelle (1991). *Diagnostic Mécanique des Fatigues sur les Structures Soumises à des Vibrations en Ambiance de Travail*. Thèse, Univ. Paris IX Dauphine.
- [9] L. Mevel, M. Basseville (2001). Identification aveugle de structure propre sous excitation non-stationnaire. *Gretsi'01*, Toulouse, Sept. 2001.
- [10] L. Mevel, M. Basseville, L. Hermans (1999). Diagnostic vibratoire embarqué. *Gretsi'99*, Vannes, Sept. 1999.
- [11] L. Mevel, M. Basseville, A. Benveniste, M. Goursat (2002). Merging sensor data from multiple measurement setups for nonstationary subspace-based modal analysis. *Jal Sound and Vibration*, **249**(4), 719–741.
- [12] L. Mevel, A. Benveniste, M. Basseville, M. Goursat (2002). Blind subspace-based eigenstructure identification under nonstationary excitation using moving sensors. *IEEE Trans. on Signal Processing*, **SP-50**(1), 41–48.
- [13] L. Mevel, M. Goursat, M. Basseville (2003). Stochastic subspace-based structural identification and damage detection - Application to the steel-quake benchmark. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Special Issue on COST F3 benchmarks, **17**(1), 91–101.
- [14] L. Mevel, M. Goursat, M. Basseville (2003). Stochastic subspace-based structural identification and damage detection and localization - Application to the Z24 bridge benchmark. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Special Issue on COST F3 benchmarks, **17**(1), 143–151.
- [15] L. Mevel, L. Hermans and H. Van der Auweraer (1999). Application of a subspace-based fault detection method to industrial structures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **13**(6), 823–838.
- [16] M. Prevosto, M. Olagnon, A. Benveniste, M. Basseville, G. Le Vey (1991). State-space formulation, a solution to modal parameter estimation. *Jal Sound and Vibration*, **148**(2), 329–342.
- [17] P. Stoica and R.L. Moses, *Introduction to Spectral Analysis*, Prentice Hall, 1997.
- [18] P. Van Overschee, B. De Moor (1996). *Subspace Identification for Linear Systems : Theory - Implementation - Methods*. Kluwer.
- [19] M. Viberg, B. Wahlberg, B. Ottersten (1997). Analysis of state space system identification methods based on instrumental variables and subspace fitting. *Automatica*, **33**(9), 1603–1616.