

Performances de récepteurs multi-utilisateurs dans un système OFDM avec synchronisation et estimation du canal

Adrien RENOULT^{1,2}, Marc CHENU-TOURNIER¹, Inbar FIJALKOW²

¹THALES Communications

66 rue du fossé blanc, 92231 Gennevilliers,+33 1 46 13 32 64

²ETIS / ENSEA - Univ. de Cergy-Pontoise - CNRS

adrien.renoul@fr.thalesgroup.com, marc.chenu@fr.thalesgroup.com
fijalkow@ensea.fr

Résumé – Pour augmenter les débits des systèmes de transmission multi-porteuses, les techniques MIMO (Multiple Input Multiple Output) sont devenues une voie naturelle. Nous proposons dans cet article d'étudier les performances d'une communication multi-point à point (également appelée transmission multi-utilisateurs) pour différents récepteurs avec et sans estimation du canal. L'estimation du canal et de la synchronisation en fréquence peuvent se faire en une seule et même étape reposant sur l'utilisation du maximum de vraisemblance. Les performances des égaliseurs linéaires (MMSE) et optimaux (Maximum de vraisemblance) seront comparées avec un canal estimé sur 2 symboles. Ce travail est partiellement supporté par le projet IST STRIKE (FP5 IST-2001-38354).

Abstract – To increase the throughput of transmission systems, MIMO transmission have become a natural path. Two different MIMO schemes can be envisioned: point to point communications and multi-point to point communications. We propose in this paper to study the performances of multi-point to point communication (also referred to as multi-user transmissions) for different receivers and with or without channel estimation. The proposed channel estimator is a multi-user maximum likelihood estimator achieving both synchronization and the channel estimates. Linear (MMSE, ZF) and non-linear (MLSE, MAP) equaliser will be compare with 2 or 4 symboles in the preamble. This work is partially supported by the IST project STRIKE (FP5 IST-2001-38354).

1 Introduction

Les systèmes de transmission multi-porteuses ont été retenus pour proposer des transmissions haut débit en accès fixe. Afin d'accroître la capacité de ces systèmes, cet article propose d'évaluer les performances des techniques multi-utilisateurs appliquées à ce type de modem. En effet, ces techniques permettent d'augmenter le nombre d'utilisateurs simultanés dans la même bande de fréquence grâce à l'utilisation de plusieurs capteurs sur le point d'accès.

Des performances de récepteurs multi-utilisateurs utilisant du filtrage spatial avec estimation du canal mais sans synchronisation dans un système OFDM ont été proposées dans [4]. L'estimation du canal se fait dans le domaine fréquentiel sur les porteuses pilotes et nécessite donc une intégration longue et une interpolation entre les sous-porteuses. Il en va de même dans [1], où les performances sont évaluées pour des codes spatio-temporels. Dans les deux cas, la synchronisation est supposée parfaite. Dans [2], des techniques de synchronisation dans le cas MIMO sont proposées mais elles reposent sur l'utilisation de chirps et non de symboles OFDM.

Nous proposons de présenter les performances de différents récepteurs (MLSE, MLSE, MMSE) dans ce contexte avec et sans estimateur du canal de propagation. Les techniques de détection multi-utilisateurs sont classiquement appliquées aux systèmes CDMA où le code d'étalement est utilisé pour séparer les différents utilisateurs. Dans notre article, cette séparation repose uniquement sur le canal de propagation. Ainsi, il est important d'être en mesure de se synchroniser et d'identifier

le canal de propagation. L'estimateur du canal de propagation étudié est un estimateur au sens du maximum de vraisemblance adapté au cas multi-utilisateurs. L'estimation de la synchronisation et des coefficients du canal de propagation s'effectuent conjointement. Les performances de l'estimateur et des différents récepteurs seront évaluées par simulation sur des formes d'ondes HiperLAN/2.

Dans la section 2, un modèle de signal sera proposé. Ensuite, l'estimateur conjoint du canal et de la synchronisation sera présenté. Enfin, les performances de différents récepteurs seront comparées.

2 Modèle des signaux

Dans un système OFDM SISO (Single Input Single Output) classique, le vecteur de taille N_{DFT} des échantillons du signal reçu y sur l'ensemble des sous-porteuses s'écrit :

$$y = F_2 \cdot I_{PC} \cdot H \cdot I_{PC} \cdot F_1 \cdot a + b$$

où F_1 est une matrice de dimension $N_{DFT} \times N_{DFT}$ effectuant l'opération de DFT inverse (et $F_1^* = F_2$ la DFT),

I_{PC} est la matrice de dimension $(N_{DFT} + N_{IgrPC}) \times N_{DFT}$ qui ajoute le préfixe cyclique (PC),

\tilde{I}_{PC} une matrice de dimension $N_{DFT} \times (N_{DFT} + N_{IgrPC} + N_H)$ qui synchronise et supprime le préfixe cyclique,

H la matrice canal de dimension $(N_{DFT} + N_{IgrPC} + N_H) \times (N_{DFT} + N_{IgrPC})$,

a représente le vecteur de taille N_{DFT} des symboles des sous-porteuses (seules N_{SP} sous-porteuses sont non nulles) et

\mathbf{b} le vecteur de taille N_{DFT} de bruit additif gaussien.

Dans le cas multi-utilisateurs (N_e utilisateurs) et multi-récepteur (N_r récepteurs), le modèle du signal est identique

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{F}}_2 \cdot \tilde{\mathbf{I}}_{PC} \cdot \tilde{\mathbf{H}} \cdot \tilde{\mathbf{I}}_{PC} \cdot \tilde{\mathbf{F}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{a}} + \tilde{\mathbf{b}}$$

avec : $\tilde{\mathbf{y}}$ est le vecteur de taille $N_r \cdot N_{SP}$ des échantillons des sous-porteuses pour chacun des capteurs de réception,

$\tilde{\mathbf{F}}_2 = \mathbf{F}_2 \otimes \mathbf{I}_{N_r}$ avec \mathbf{I}_{N_r} est la matrice identité de dimension N_r ,

$\tilde{\mathbf{F}}_1 = \mathbf{F}_1 \otimes \mathbf{I}_{N_e}$, $\tilde{\mathbf{I}}_{PC} = \mathbf{I}_{PC} \otimes \mathbf{I}_{N_r}$, $\tilde{\mathbf{H}}$ est la matrice des canaux de propagations, $\tilde{\mathbf{I}}_{PC} = \mathbf{I}_{PC} \otimes \mathbf{I}_{N_e}$, et $\tilde{\mathbf{a}}$ est le vecteur de taille $N_{DFT} \cdot N_e$ contenant les symboles émis.

Lorsque le système est synchronisé, la matrice $\tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{I}}_{PC} \cdot \tilde{\mathbf{H}} \cdot \tilde{\mathbf{I}}_{PC}$ est une matrice bloc circulante. Ainsi il est possible de l'écrire comme $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{F}^* \Lambda \mathbf{F}$ où \mathbf{F} est une matrice de DFT et Λ est une matrice bloc diagonale. Ainsi, on peut simplifier l'expression de l'observation qui devient $\tilde{\mathbf{y}} = \Lambda \tilde{\mathbf{a}} + \tilde{\mathbf{b}}$. Ceci n'est valide que sous les conditions suivantes : il n'y a pas de décalage de fréquence entre les différents utilisateurs, la longueur des canaux de propagation est inférieure à la longueur du préfixe cyclique et les différents signaux reçus arrivent au récepteur de façon suffisamment synchronisée. Ainsi, sur la sous-porteuse i l'observation se réduit à :

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i$$

où \mathbf{y}_i est le vecteur de taille N_r contenant les échantillons du signal reçu sur chaque capteur pour la sous-porteuse i ($\tilde{\mathbf{y}} = [\mathbf{y}_1^T, \dots, \mathbf{y}_{N_{DFT}}^T]^T$),

\mathbf{H}_i est la matrice de dimension $N_r \times N_e$ contenant les coefficients du canal pour la sous-porteuse i donc

$$\Lambda = \text{diag}(\{\mathbf{H}_i\}_{1 \leq i \leq N_{DFT}})$$

et \mathbf{a}_i contient les symboles émis par les différents utilisateurs sur la sous-porteuse i ($\tilde{\mathbf{a}} = [\mathbf{a}_1^T, \dots, \mathbf{a}_{N_{DFT}}^T]^T$).

3 Estimateur de canal

Dans un cas multi-utilisateurs, il est nécessaire d'adapter l'estimateur du canal et la synchronisation. EN effet dans le cas mono-utilisateur classiquement, la synchronisation est effectuée de manière temporelle, en utilisant soit la connaissance de la structure des symboles du préambule soit la redondance du préfixe cyclique. Par contre, l'estimation du canal se fait de manière fréquentielle et indépendamment pour chaque sous-porteuse.

Dans le cas multi-utilisateurs, le nombre de coefficients à estimer par sous-porteuse est bien plus important. En effet, dans un système comportant N_u émetteurs et N_r récepteurs, le nombre de coefficients à estimer par sous-porteuse est de $N_u N_r$ comparé à 1 dans le cas SISO. Il va donc falloir ajouter plus de symboles pilotes pour estimer le canal (par exemple: avec deux symboles dans le préambule il n'est pas possible d'estimer un canal à quatre émetteurs). Nous proposons donc d'estimer le canal dans le domaine temporel car dans ce cas le nombre de symboles pilotes à fournir devient beaucoup plus faible que dans le cas fréquentiel.

3.1 Principe de l'estimateur

L'estimation de canal est basée sur le critère du maximum de vraisemblance. Le signal reçu est $\tilde{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{I}}_{PC} \tilde{\mathbf{F}}_1 \tilde{\mathbf{a}} + \tilde{\mathbf{n}}$; Il

contient la concaténation pour tous les capteurs des différents signaux transmis. Le signal reçu peut ainsi s'écrire :

$$\mathbf{X} = \mathbf{S}(\tau) \mathbf{\Gamma} + \mathbf{N}$$

où la matrice \mathbf{X} de taille $N_s \times N_{CP}$ contient les symboles reçus, la matrice $\mathbf{S}(\tau)$ de taille $N_s \times N_{CP} N_u$ contient les symboles connus du préambule décalés du retard à estimer. La matrice $\mathbf{\Gamma}$ de taille $N_u \times N_r$ contient les réponses impulsionnelles du canal. Enfin, la matrice \mathbf{N} de taille $N_s \times N_r$ est formée du bruit blanc additif gaussien. La matrice $\mathbf{S}(\tau)$ est organisé ainsi:

$$\mathbf{S}(\tau) = [\mathbf{S}_1(\tau) \cdots \mathbf{S}_{N_u}(\tau)]$$

chaque matrice $\mathbf{S}_u(\tau)$ est elle-même organisée de la manière suivante :

$$\mathbf{S}_u(\tau) = \begin{bmatrix} s_u(-\tau) & & & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & & \mathbf{0} \\ s_u((N_s - 1)T_e - \tau) & & & s_u(-\tau) \\ \mathbf{0} & \ddots & & \vdots \\ \mathbf{0} & & & s_u((N_s - 1)T_e - \tau) \end{bmatrix}$$

où $s_u(t)$ est le préambule de l'utilisateur u .

Grâce à cette modélisation, on procède à l'estimation du canal en utilisant le maximum de vraisemblance :

$$P(\mathbf{X} | \tau, \mathbf{\Gamma}, \sigma^2) = \frac{1}{\pi^{N_u N_r} \sigma^{2N_u N_r}} e^{-\frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{X} - \mathbf{S}(\tau) \mathbf{\Gamma}\|^2}$$

La log-vraisemblance est donné par

$$L(\mathbf{X} | \tau, \mathbf{\Gamma}, \sigma^2) \approx -N_u N_r \log(\sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{X} - \mathbf{S}(\tau) \mathbf{\Gamma}\|^2$$

Le bruit et la réponse impulsionnelle sont considérés comme des paramètres nuisibles. En dérivant le critère de log-vraisemblance par ces paramètres et en annulant cette dérivé, les estimateurs suivants sont obtenus :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{N_u N_r} \|\mathbf{X} - \mathbf{S}(\tau) \mathbf{\Gamma}\|^2 \\ \hat{\mathbf{\Gamma}} &= (\mathbf{S}^\dagger(\tau) \mathbf{S}(\tau))^{-1} \mathbf{S}^\dagger(\tau) \mathbf{X} \end{aligned}$$

Remplacer ces paramètres par leurs estimés dans la log-vraisemblance amène a l'estimateur global de la synchronisation,

$$\hat{\tau} = \arg \min_{\tau} \|\mathbf{\Pi}_{\mathbf{S}}(\tau) \mathbf{X}\|^2$$

où $\mathbf{\Pi}_{\mathbf{S}}(\tau)$ est le projecteur sur le sous-espace bruit donné par :

$$\mathbf{\Pi}_{\mathbf{S}}(\tau) = \mathbf{I} - \mathbf{S}(\tau) (\mathbf{S}^\dagger(\tau) \mathbf{S}(\tau))^{-1} \mathbf{S}^\dagger(\tau)$$

3.2 Performance de l'estimateur de canal

Généralement les systèmes OFDM sont utilisés dans des environnements comportant de nombreux trajets et avec des rapports signal sur bruit (RSB) élevés. C'est pourquoi, même avec un faible nombre de symboles connus, la procédure d'estimation de canal reste simple. La variance de l'estimateur de canal est donnée par $\sigma_{h_i}^2 = \sigma^2 / (\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S})$. Dans le cas de l'Hiperlan/2, 1 à 3 symboles sont utilisés.

Nous allons calculer les performances de cet estimateur. En supposant l'estimation sans biais, la variance de l'estimateur de canal est donnée par :

$$\begin{aligned}\sigma_{\Gamma} &= E \left[\left\| \Gamma - \hat{\Gamma} \right\|^2 \right] \\ &= E \left[\text{tr} \left(\mathbf{N}^\dagger \mathbf{S} (\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S})^{-2} \mathbf{S}^\dagger \mathbf{N} \right) \right] = \sigma^2 \left(\frac{\text{tr}(\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S})}{N_s N_r} \right)^{-1}\end{aligned}$$

Nous voyons donc que lorsque la taille du preambule augmente, la variance diminue et que lorsque le nombre d'émetteur ou de récepteur augmente alors la variance augmente.

4 Description des récepteurs

Connaisant le canal et la synchronisation temporelle, il est possible, à partir du modèle linéaire des signaux de la section 2, d'évaluer des détecteurs multi-utilisateurs. Les détecteurs seront optimaux ou linéaires. Deux détecteurs optimaux seront utilisés. Ces deux détecteurs sont non-linéaires et basés sur la maximisation pour l'un de la probabilité d'une séquence de symboles et pour l'autre d'un seul symbole. Dans une seconde partie nous présenterons un détecteur linéaire le MMSE.

4.1 Récepteurs optimaux

Deux récepteurs optimaux sont étudiés, le MLSE (maximum likelihood sequenc estimator) et le MLsE (maximum likelihood symbol estimator). Ces deux récepteurs optimisent des critères différents.

Le MLSE maximise la probabilité d'une séquence de symboles. Dans notre cas, la séquence est constituée par les symboles envoyés par l'ensemble des émetteurs sur une même sous-porteuse. La maximisation se fait indépendamment pour chaque sous-porteuse mais conjointement pour tout les émetteurs.

Le MLsE quant à lui maximise la probabilité de chaque symbole envoyé. Cette maximisation est indépendante pour chaque sous-porteuse et chaque émetteur.

Dans les deux cas comme les symboles sont indépendants et uniformément distribués, utiliser un critère du maximum de vraisemblance sera équivalent à utiliser un critère du maximum a posteriori (MAP) (utilisation de la formule de Bayes).

4.1.1 MLSE

L'utilisation du MLSE dans le cas d'une transmission multi-canal n'est pas récente [3] mais son utilisation dans le cadre de transmissions sans étalement de spectre l'est davantage. Le principe du MLSE est de maximiser pour chaque sous-porteuse i

$$p(\mathbf{y}_i | \mathbf{H}_i, \sigma^2, \mathbf{a}_i)_{1 \leq i \leq N_{SC}}$$

donc le MLSE a pour sortie un symbole vérifiant :

$$\mathbf{a}_i = \arg \max_{\mathbf{a}_i} p(\mathbf{y}_i | \mathbf{a}_i, \mathbf{H}_i, \sigma^2)$$

La probabilité de l'observation est :

$$p(\mathbf{y}_i | \mathbf{a}_i, \mathbf{H}_i, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma^{2N_R N_T}} \exp - \frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \mathbf{a}_i\|^2$$

Donc \mathbf{a}_i est estimé par :

$$\mathbf{a}_i = \arg \min_{\mathbf{a}_i} \|\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \mathbf{a}_i\|^2$$

4.1.2 MLsE

Le récepteur MLsE maximise la probabilité pour un symbole donné d'avoir une certaine valeur. Cette maximisation par la formule de Bayes (cf introduction) sera équivalente a une maximisation a posteriori.

$$p(\mathbf{y}_i | \mathbf{H}_i, \sigma^2, a_i^k) \approx p(a_i^k | \mathbf{y}_i, \mathbf{H}_i, \sigma^2)$$

Cette probabilité se trouve en utilisant la formule de la probabilité marginale.

$$p(a_i^k = a | \mathbf{y}_i, \mathbf{H}_i, \sigma^2) = \sum_{\mathbf{a}_t \in A_a^k} p(\mathbf{a}_t | \mathbf{y}_i, \mathbf{H}_i, \sigma^2)$$

Où $A_a^k = \{\mathbf{a} | a^k = a\}$ et où A est l'ensemble des combinaisons de symboles possibles. Sous les mêmes hypothèses et en appliquant la même méthode que dans le cas du MLSE :

$$p(a_i^k = a | \mathbf{y}_i, \mathbf{H}_i, \sigma^2) = \frac{\sum_{\mathbf{a}_t \in A_a^k} p(\mathbf{y}_i | \mathbf{a}_t, \mathbf{H}_i, \sigma^2)}{\sum_{\mathbf{a}_t \in A} p(\mathbf{y}_i | \mathbf{a}_t, \mathbf{H}_i, \sigma^2)}$$

Et donc :

$$a_i^k = \arg \max_{a_i^k} \frac{\sum_{\mathbf{a}_t \in A_a^k} p(\mathbf{y}_i | \mathbf{a}_t, \mathbf{H}_i, \sigma^2)}{\sum_{\mathbf{a}_t \in A} p(\mathbf{y}_i | \mathbf{a}_t, \mathbf{H}_i, \sigma^2)}$$

4.2 Récepteurs linéaire

Le MMSE est une amélioration du Zéro Forcing. En effet, comme ce dernier il inverse le canal, mais en prenant en compte la puissance du bruit. Le MMSE cherche pour chaque sous-porteuse le filtre \mathbf{M} qui minimise l'erreur sur les symboles estimés :

$$\mathbf{M}_i = \arg \min_{\mathbf{M}_i} \|\mathbf{M}_i \mathbf{y}_i - \mathbf{a}_i\|^2$$

Et donc :

$$\mathbf{M}_i = (\mathbf{H}_i^\dagger \mathbf{H}_i + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}_i^\dagger$$

5 Performances

Les performances présentées ci-dessous ont été réalisées avec les paramètres suivants (paramètres de l'HiperLAN/2) : $N_{SP} = 52$, $N_{DFP} = 64$, $N_{lgr_{PC}} = 16$, $N_{lgr_H} = N_{lgr_{PC}} = 16$. Le "mapping" est de Gray. Le nombre d'utilisateurs et de récepteurs varient d'une simulation à l'autre. Les canaux de propagation sont au maximum de la longueur du préfixe cyclique (16 échantillons). Les échantillons du canal sont tirés aléatoirement selon une loi de Rayleigh. Les signaux des différents utilisateurs arrivent au récepteur de façon synchronisée : l'écart temporel entre le premier trajet reçu et le dernier trajet reçu est inférieur à la durée du préfixe cyclique. En revanche, les signaux reçus sont dans une plage d'incertitude de 20 échantillons (nécessitant une synchronisation). L'estimation de canal et la synchronisation se fait quant à elle sur 2 symboles OFDM.

La figure 1 représente les performances dans le cas SISO. Dans ce cas, les différents récepteurs ont les mêmes résultats (l'estimation étant basée sur une maximum de vraisemblance, les résultats sont identiques pour les différentes tailles de préambules).

La figure 2 présente les performances des différents récepteurs dans un cas MIMO sans estimation de canal.

Enfin la figure 3 est la représentation des performances des récepteurs dans le cas avec estimation de canal.

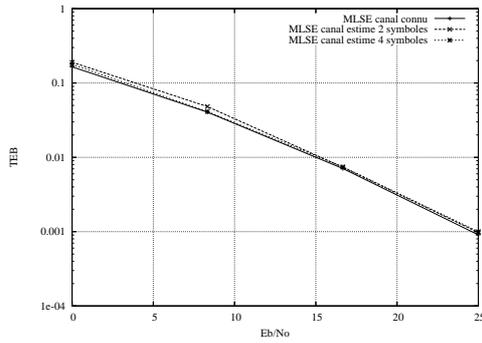


FIG. 1: Comparaison des performances dans le cas SISO avec canal connu et estime modulation BPSK

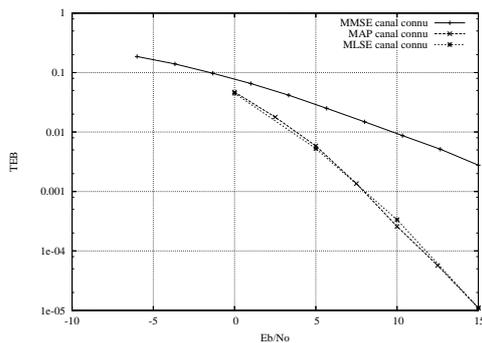


FIG. 2: Comparaison des performances dans le cas MIMO avec canal connu

Les performances sont les moyennes des TEB sur l'ensemble des utilisateurs et le rapport E_b/N_0 est celui du cas SISO. Ainsi, en augmentant le nombre d'utilisateurs, nous avons également augmenté la puissance totale dans la "cellule". Pour se ramener à un cas d'énergie constante émise, il faut translater les courbes des TEB du cas MIMO de $6dB$.

On note un gain de $6dB$ pour le cas du MMSE à canal connu. Donc à puissance constante dans la cellule, il est possible de multiplier par trois le nombre d'utilisateurs sans perte de performances en démodulation. Il est également intéressant de remarquer que les performances du MLSE sont très largement supérieures celles du MMSE. Notons enfin que dans les portions de TEB d'intérêt ($5 \cdot 10^{-2} - 10^{-3}$), elles sont largement limitées par l'estimateur du canal lorsqu'il n'y a que deux symboles connus.

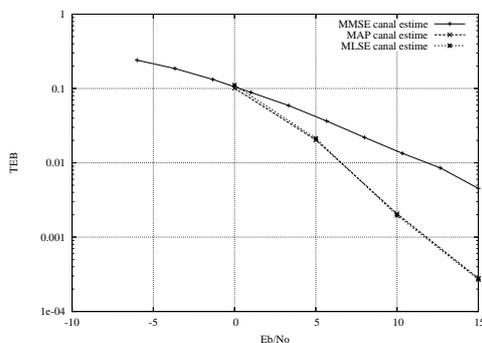


FIG. 3: Comparaison des performances dans le cas MIMO avec canal estime

6 Conclusion

Dans cet article, les performances d'un récepteur (estimant conjointement le canal et le décalage en fréquence) utilisant le maximum de vraisemblance ont été étudiées. L'estimateur de canal fournit de bons résultats dans le cas MIMO lorsqu'il est utilisé avec des paramètres du cas SISO. Ainsi cet estimateur n'a-t-il pas besoin de profonds remaniements pour fonctionner dans le cas MIMO.

Il faut aussi remarquer que l'utilisation d'estimateur de type MLSE dans le cas MIMO augmente de façon conséquente la capacité du canal par rapport au cas SISO, au prix d'une augmentation de la complexité. De plus les performances du MMSE-MIMO montrent qu'avec une faible augmentation de la complexité, il est possible de multiplier le nombre d'utilisateurs simultanés sans augmenter la puissance totale de la cellule.

Références

- [1] Y. Li, N. Seshadri, and S. Ariyavisitakul. Channel estimation for ofdm systems with transmitter diversity in mobile wireless channels. *IEEE JSAC*, Vol. 17(No. 3):pp. 461–471, March 1999.
- [2] A.N. Mody and G.L. Stüber. Synchronization for mimo ofdm. In *GLOBECOM 2001*, volume vol. 1, pages pp. 509–513.
- [3] S. Verdù. Minimum probability of error for asynchronous gaussian multiple-access channels. *IEEE Trans Information Theory*, Vol. 32:pp. 85–96, January 1986.
- [4] F.W. Vook and T.A. Thomas. Mmse multi-user channel estimation for broadband wireless communications. In *GLOBECOM 2001*, volume Vol. 1, pages pp. 470–474.