

Le spectre à la sortie d'un amplificateur de puissance non linéaire

Yide WANG, Frédéric LAUNAY, Serge TOUTAIN

Laboratoire IRCCyN/SETRA, UMR CNRS 6597, Ecole polytechnique de l'Université de Nantes
La Chantrerie, BP50609, 44306 Nantes, Cedex 3
yide.wang@polytech.univ-nantes.fr

Résumé – Dans cet article, nous proposons de déterminer une formule analytique de la densité spectrale de puissance du signal à la sortie d'un amplificateur de puissance, supposé sans mémoire et modélisé par un modèle comportemental polynomial de coefficients complexes. Des simulations ont été effectuées afin de valider nos résultats.

Abstract – In this paper we have derived a simple closed form expression of the power spectral density of the output of a memoryless nonlinear PA, based on a complex polynomial behavior model. Some simulation results are provided in order to validate the analytical formula.

1 Introduction

Les réseaux cellulaires actuels atteindront rapidement leur limite de capacité. Les ressources fréquentielles étant limitées, de nouvelles techniques de modulation et de partage de ressources ont été proposées afin de s'affranchir de ces limites. Dans le système de télécommunications radio-mobiles de futures générations, la norme DS-CDMA large bande a été adoptée, et la modulation linéaire QPSK, voire 16QAM ou 64QAM a été choisie. Ces modulations possèdent une efficacité spectrale beaucoup plus grande que la modulation non linéaire GMSK utilisée dans la norme GSM actuelle, permettant ainsi d'augmenter la capacité du réseau.

La contrepartie est la perte de robustesse vis à vis de la non-linéarité des amplificateurs de puissance. En effet, la modulation GMSK est une modulation à enveloppe constante. Elle est ce fait moins sensible aux non-linéarités. D'un point de vue système, les effets liés aux non-linéarités présentées par des amplificateurs de puissance sont doubles. D'abord ces non-linéarités vont générer des distorsions sur les signaux à transmettre. Ensuite elles vont créer des signaux parasites dans les canaux adjacents, caractérisées par le paramètre ACPR (Adjacent Channel Power Ratio). Ce mécanisme est également appelé phénomène de remontée spectrale. Il va influencer la qualité des communications dans les cellules voisines et réduire la capacité du réseau.

A l'heure actuelle, afin de résoudre ces problèmes liés aux non-linéarités, l'amplificateur de puissance est utilisé dans sa zone linéaire. Ceci conduit à un surdimensionnement de l'amplificateur et donc à une augmentation du coût de celui-ci et à une perte de rendement. Or, la notion de rendement est très importante dans une application radio-mobile. C'est lui qui conditionne la dimension du portable et son autonomie en communication. Il est donc intéressant a priori de travailler au voisinage

du point de compression afin de bénéficier du rendement maximal de l'amplificateur de puissance tout en respectant les contraintes imposées par la norme. D'où l'importance de pouvoir calculer le niveau de remontée spectrale en fonction des paramètres physiques de l'amplificateur.

Dans cet article, nous proposons de déterminer une formule analytique de la densité spectrale de puissance du signal à la sortie de l'amplificateur. Dans la section 2, nous formulons le problème. Dans la sections 3, nous fournissons les résultats de calcul et dans la section 4, quelques résultats de simulation sont présentés afin de valider les calculs théoriques. Finalement nous concluons cet article.

2 Formulation du problème

Le calcul de la densité spectrale de puissance (DSP) du signal à la sortie de l'amplificateur de puissance est important à deux titres. Premièrement, pour un amplificateur donné, ce calcul permet de savoir si celui-ci satisfait la contrainte d'ACPR imposée par la norme. Deuxièmement, connaissant le niveau d'ACPR imposé, on peut concevoir des amplificateurs de rendement maximal satisfaisant les contraintes. C'est pour ces raisons que l'on a vu apparaître dernièrement dans la littérature, plusieurs publications traitant de ce problème [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8]. Mais la plupart des méthodes proposées sont limitées, et certaines sont même erronées à cause des hypothèses faites sur la modélisation des signaux et sur la modélisation de l'amplificateur.

En général, un signal modulé numériquement peut être décrit de la façon suivante [9] :

$$x(t) = \text{Re} \left[\tilde{x}(t) e^{j(2\pi f_c t + \theta_0)} \right] \quad (1)$$

avec

$$\tilde{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n h(t - nT) e^{j\Phi_n} \quad (2)$$

avec f_c la fréquence porteuse, T la durée d'un symbole élémentaire, θ_0 la phase initiale de la porteuse, A_n , Φ_n correspondant aux modulations d'amplitude et de phase respectivement, $h(t)$ est la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme et $\tilde{x}(t)$ est l'enveloppe complexe du signal modulé $x(t)$.

A cause de la non-linéarité de l'amplificateur de puissance, le signal à l'entrée de l'amplificateur $x(t)$ subit une distorsion aussi bien en amplitude (AM/AM) qu'en phase (AM/PM). Le signal à la sortie de l'amplificateur peut donc être représenté par [7] :

$$\begin{aligned} y(t) &= \text{Re} \left\{ \tilde{y}(t) e^{j(2\pi f_c t + \theta_0)} \right\} \\ &= \text{Re} \left\{ F(|\tilde{x}(t)|) e^{j \arg(\tilde{x}(t))} e^{j(2\pi f_c t + \theta_0)} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

où $\tilde{y}(t)$ est l'enveloppe complexe du signal $y(t)$, $F(|\tilde{x}(t)|)$ représente la fonction de transfert de l'enveloppe complexe de l'amplificateur de puissance, $|F(|\tilde{x}(t)|)|$ la distorsion d'amplitude AM/AM et $\arg(F(|\tilde{x}(t)|))$ la distorsion de phase AM/PM.

Pour un amplificateur bande étroite et sans mémoire travaillant dans sa zone non-linéaire, la fonction de transfert de l'enveloppe complexe $F(b)$ peut être modélisée par une série de Taylor d'ordre impaire [7] :

$$F(b) = \sum_{k=0}^N a_{2k+1} b^{2k+1} \quad (4)$$

avec b un nombre non négatif et a_{2k+1} des coefficients complexes.

D'après (3) et (4), l'enveloppe complexe du signal à la sortie de l'amplificateur s'écrit alors [9] :

$$\tilde{y}(t) = \sum_{k=0}^N a_{2k+1} |\tilde{x}(t)|^{2k} \tilde{x}(t) \quad (5)$$

Cette modélisation est une bonne approximation pour un amplificateur bande étroite sans mémoire et elle est communément adoptée. La plupart des publications traitant dans la littérature de l'amplificateur bande étroite sans mémoire sont basées sur ce modèle.

Les méthodes proposées dans [1], [5], [8] ne considèrent que l'influence de la distorsion de l'amplitude (caractéristique AM/AM) et ignorent l'influence de la distorsion de phase (AM/PM). Dans notre méthode, nous considérons non seulement la distorsion d'amplitude AM/AM, mais aussi la distorsion de phase AM/PM. Les méthodes proposées dans [4], [6] sont basées sur les statistiques d'ordres supérieurs. Outre l'extrême complexité de calcul, les résultats sont difficilement exploitables.

Dans la suite, nous décrivons notre méthode qui fournira une formule analytique de la DSP du signal à la sortie d'un amplificateur de puissance bande étroite sans mémoire et modélisé par un polynôme de coefficients complexes. Notre méthode prend en compte aussi bien la distorsion d'amplitude AM/AM que la distorsion de phase AM/PM.

3 La DSP à la Sortie de l'Amplificateur de Puissance

Il est connu que la DSP de $y(t)$ est liée à celle de $\tilde{y}(t)$ par la relation suivante [9] :

$$P_y(f) = \frac{1}{4} [P_{\tilde{y}}(-f - f_c) + P_{\tilde{y}}(f - f_c)] \quad (6)$$

Afin de simplifier le calcul, nous supposons pour l'instant que la durée de la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme est limitée à $[-T/2, T/2]$. Sous cette condition et d'après (2) et (5), l'enveloppe complexe à la sortie de l'amplificateur s'écrit :

$$\tilde{y}(t) = \sum_{k=0}^N a_{2k+1} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^{2k+1} h^{2k+1}(t - nT) e^{j\Phi_n}$$

La transformée de Fourier de $\tilde{y}(t)$ est alors donnée par :

$$Y(f) = \sum_{\substack{k=0, N \\ n=-\infty, \infty}} a_{2k+1} A_n^{2k+1} H_{2k+1}(f) e^{j\Phi_n} e^{-j2\pi f n T}$$

où

$$H_{2k+1}(f) \triangleq TF(h^{2k+1}(t))$$

donc

$$\begin{aligned} H_1(f) &\triangleq H(f) = TF(h(t)) \\ H_3(f) &= H(f) \otimes H(f) \otimes H(f) \\ H_{2k+1} &= (H(f) \text{ convoluée } 2k+1 \text{ fois}) \end{aligned}$$

Alors, nous avons :

$$\begin{aligned} \Gamma(f_1, f_2) &= E [Y(f_1) Y^*(f_2)] \\ &= \sum_{k, k'=0, N} a_{2k+1} a_{2k'+1}^* H_{2k+1}(f_1) H_{2k'+1}^*(f_2) \end{aligned}$$

$$\sum_{m, n=-\infty, +\infty} E \left[A_m^{2k+1} e^{j\Phi_m} A_n^{2k'+1} e^{-j\Phi_n} \right] e^{-j2\pi(f_1 m - f_2 n) T}$$

notons $m = n + l$, les symboles émis étant stationnaires, l'espérance mathématique précédente ne dépend que de l'indice l , d'où $E \left[A_m^{2k+1} e^{j\Phi_m} A_n^{2k'+1} e^{-j\Phi_n} \right] = g(l, k, k')$, et

$$\begin{aligned} \Gamma(f_1, f_2) &= \sum_{k, k'=0, N} a_{2k+1} a_{2k'+1}^* H_{2k+1}(f_1) H_{2k'+1}^*(f_2) \\ &\quad \sum_{n, l=-\infty, +\infty} g(l, k, k') e^{-j2\pi f_1 l T} e^{-j2\pi(f_1 - f_2) n T} \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k, k'=0, N} a_{2k+1} a_{2k'+1}^* H_{2k+1}(f_1) H_{2k'+1}^*(f_2) \\ &\quad \sum_{n, l=-\infty, +\infty} g(l, k, k') e^{-j2\pi f_1 l T} \delta(f_1 - f_2 - \frac{n}{T}) \end{aligned}$$

par conséquent, nous avons l'expression de la densité spectrale de puissance du signal à la sortie de l'amplificateur :

$$\begin{aligned} P_y(f) &= \frac{1}{T} \sum_{k=0}^N \sum_{k'=0}^N a_{2k+1} a_{2k'+1}^* H_{2k+1}(f) H_{2k'+1}^*(f) \\ &\quad \sum_{l=-\infty}^{+\infty} g(l, k, k') e^{-j2\pi f l T} \end{aligned} \quad (7)$$

Notons que l'expression (7) est une formule générale, elle est valide pour une modulation linéaire quelconque. Elle peut être simplifiée grandement dans des cas particuliers.

3.1 Première simplification

Si la modulation est du type de modulation de phase, alors $A_m = A$, pour m quelconque, nous avons alors :

$$g(l, k, k') = A^{2(k+k'+1)} E(e^{j\Phi_{n+l}} e^{-j\Phi_n}) = A^{2(k+k'+1)} \alpha_l$$

et la DSP du signal à la sortie de l'amplificateur (7) devient :

$$P_y(f) = \frac{1}{T} \left| \sum_{k=0}^N a_{2k+1} A^{2k+1} H_{2k+1}(f) \right|^2 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \alpha_l e^{-j2\pi f l T} \quad (8)$$

D'après cette formule, on constate que la DSP du signal à la sortie de l'amplificateur dépend de la transmittance du filtre de mise en forme, de la caractéristique de l'amplificateur de puissance et de la corrélation entre les symboles émis. On remarque aussi que pour réduire la remontée spectrale, on peut introduire des corrélations de façon astucieuse entre les symboles émis. Ce dernier point fait l'objet de recherche dans notre laboratoire.

Nous constatons également que si l'amplificateur travaille dans sa zone linéaire, alors $N = 0$, (8) devient :

$$P_y(f) = \frac{|a_1 A|^2}{T} |H(f)|^2 \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \alpha_l e^{-j2\pi f l T}$$

qui est la formule connue de la DSP d'un signal modulé linéairement en phase, [9].

3.2 Deuxième simplification

La formule générale peut encore être simplifiée si l'on suppose que les symboles émis sont non corrélés. Sous cette hypothèse, nous avons :

$$\alpha_l = \begin{cases} \sigma_\alpha^2 + \mu^2 & \text{si } l = 0 \\ \mu^2 & \text{sinon} \end{cases} \quad (9)$$

avec σ_α^2 la variance et μ la moyenne de $e^{j\Phi_n}$.

La formule générale (8) prend alors la forme suivante :

$$P_y(f) = \frac{\sigma_\alpha^2}{T} \left| \sum_{k=0}^N a_{2k+1} A^{2k+1} H_{2k+1}(f) \right|^2 + \frac{\mu^2}{T^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| \sum_{k=0}^N a_{2k+1} A^{2k+1} H_{2k+1}\left(\frac{m}{T}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right)$$

Si la moyenne des symboles émis est nulle, nous obtenons la formule très simple suivante :

$$P_y(f) = \frac{\sigma_\alpha^2}{T} \left| \sum_{k=0}^N a_{2k+1} A^{2k+1} H_{2k+1}(f) \right|^2 \quad (10)$$

Sous ces conditions, et dans le cas particulier où $N = 2$ ou bien $N = 3$, nous retrouvons les formules proposées dans [5] et [6].

Notre méthode fournit une formule analytique plus générale, contrairement aux méthodes proposées dans [5] et [6] dont les formules sont limitées à l'ordre 2 ou 3 et aux signaux de modulation de phase dont les symboles sont indépendants et de moyenne nulle.

4 Simulation

Dans la suite, nous proposons quelques simulations afin de valider nos résultats de calcul. L'amplificateur de puissance ZJL-3G d'Alcatel a été adopté dans nos simulations. La méthode des moindres carrés a été utilisée pour modéliser l'amplificateur par un polynôme impaire (4), de coefficients complexes d'ordre 11, dont les valeurs sont résumées dans le tableau suivant :

Coefficient	valeur
a_1	-33.8790 - 37.6302i
a_3	-0.0020 - 0.0111i
a_5	8.9246e-6 + 6.7661e-6i
a_7	-3.8122e-9 - 1.8921e-9i
a_9	6.7910e-13 + 2.8319e-13i
a_{11}	-4.263e-17 - 1.6363e-17i

Dans toutes les simulations, 25600 échantillons de modulation QPSK ont été générés, le débit symbole est de 3.84M symbole/s et le nombre d'échantillons par durée symbole est pris égal à 20, donc la fréquence d'échantillonnage est égale à $f_e = 3.84 \times 20 = 76.8MHz$.

On utilise le périodogramme moyenné [10] pour estimer la DSP des signaux à l'entrée et à la sortie de l'amplificateur. Pour cela, d'abord, les 25600 échantillons sont subdivisés en 50 sous-segments disjoints de 512 échantillons. Ensuite, la fenêtre de Hamming de longueur 512 est appliquée sur chaque segment. Finalement la FFT de 1024 points avec zero padding est effectuée sur chaque segment pondéré afin de calculer le périodogramme moyenné pour estimer les DSP de différents signaux.

Dans la première simulation, la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme est de forme rectangulaire de durée symbole :

$$h(t) = \begin{cases} 1 & -T/2 \leq t \leq T/2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \iff H(f) = T \text{sinc}(\pi f T)$$

pour cette forme d'onde, nous avons $h^{2k+1}(t) = h(t)$, d'où $H_{2k+1}(f) \triangleq TF(h^{2k+1}(t)) = TF(h(t)) = T \text{sinc}(\pi f T)$. Le signal à l'entrée de l'amplificateur étant à enveloppe constante, la DSP du signal à la sortie est de la même forme que celle du signal d'entrée, qui est donnée par (10) :

$$P_y(f) = \left| \sum_{k=0}^N a_{2k+1} A^{2k+1} \right|^2 T \text{sinc}^2(\pi f T)$$

Afin de simplifier la comparaison, nous avons normalisées les DSP de différents signaux de telle sorte que la valeur maximale est égale à 0dBm. Pour un signal d'entrée de puissance égale à -5dBm, les DSP des signaux à l'entrée et à la sortie de l'amplificateur ainsi que la DSP du signal à la sortie calculée théoriquement (10) sont présentées figure 1. On constate une bonne concordance entre les trois spectres qui permet de valider en partie les résultats théoriques.

Dans la deuxième et la troisième simulations, la forme de cosinus a été choisie pour la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme, qui est donnée par :

$$h(t) = \begin{cases} \sqrt{2} \cos(\pi t/T) & -T/2 \leq t \leq T/2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Pour la puissance d'entrée égale à -15dBm , l'amplificateur travaille dans sa zone linéaire, il n'y a donc pas de déformation de la DSP due à l'amplificateur. Ceci est bien vérifiée par la figure 2, qui montre que les DSP des signaux à l'entrée et à la sortie de l'amplificateur et la DSP du signal à la sortie calculée théoriquement (10) sont très proches.

Pour la puissance d'entrée égale à -5dBm , l'amplificateur travaille dans sa zone non-linéaire, on s'attend à ce qu'il y a une remontée spectrale à la sortie de l'amplificateur de puissance. Ceci peut être constaté par les résultats de la figure 3.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons déterminé la DSP du signal en sortie d'un amplificateur de puissance sans mémoire modélisé par un polynôme de coefficients complexes, sous la condition que la durée de la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme soit limitée à la durée symbole. Des études sont en cours afin de calculer la DSP du signal à la sortie d'un amplificateur en tenant compte de la vraie nature du filtre de mise en forme.

Références

- [1] Wu Q., Testa M., Larkin R. . Linear RF power amplifier design for CDMA signals. *Int. J. Microwave Millimeter Wave Computer Aided Eng.*, pages 283–292, Feb. 1998.
- [2] Gard K.G., Gutierrez H.M., Steer M.B. . Characterization of spectral regrowth in microwave amplifiers based on the nonlinear transformation of a complex gaussian process. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 47(7):1059–1069, July 1999.
- [3] Gutierrez H., Gard K.G., Steer M.B., . Spectral regrowth in microwave amplifiers using transformation of signal statistics. In *IEEE MTT Symp. Digest*, pages 985–988, 1999.
- [4] Zhou G.T. . Analysis of spectral regrowth of weakly nonlinear power amplifiers. In *ICASPP*, Istanbul, Turquie, May 2000.
- [5] Liu C., Xiao H., Wu Q., Li F. . Linear RF power amplifier design for TDMA signals: A spectrum analysis approach. In *ICASPP*, Salt Lake City, Utah, USA, May 2001.
- [6] Raich R., Zhou G.T. . Analyzing spectral regrowth of QPSK and OQPSK signals. In *ICASPP*, Salt Lake City, Utah, USA, May 2001.
- [7] Seung-June Yi, Sangwook Nam, Sung-Hoon Oh, Jae-Hee Han . Prediction of a CDMA output spectrum based on intermodulation products of two-tone test. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 49(5):938–946, May 2001.
- [8] Liu C., Xiao H., Wu Q., Li F. . Linear RF power amplifier design for MIRS M-16-QAM signals: A spectrum analysis approach. In *ICASPP*, Orlando, Florida, USA, May 2002.

- [9] Benedetto S., Biglieri E. . *Principles of Digital Transformation with Wireless Applications*. Kluwer Academic/Plenum, New York, 1999.
- [10] Kay S.M. . *Modern Spectral Estimation: Theory and Application*. PRENTICE HALL, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.

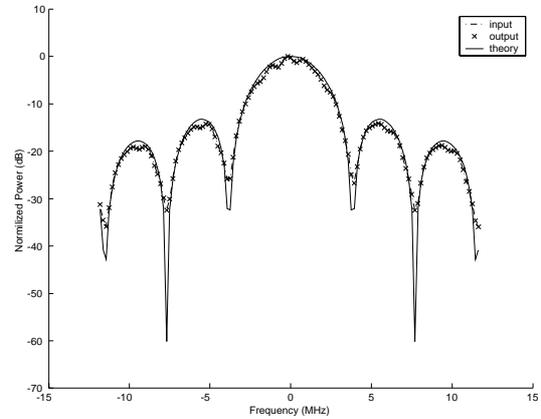


Fig.1 : Forme d'onde rectangulaire $P_e = -5\text{dBm}$

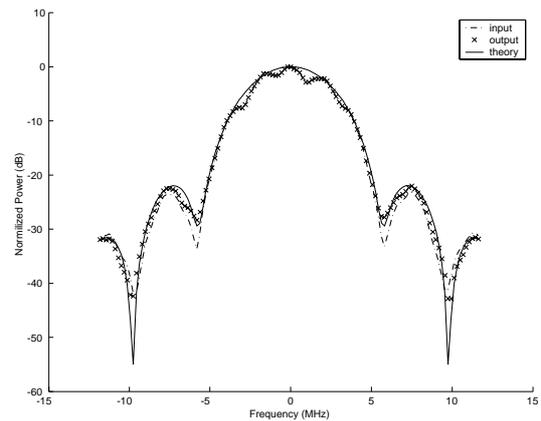


Fig. 2: Forme d'onde cosinus $P_e = -15\text{dBm}$

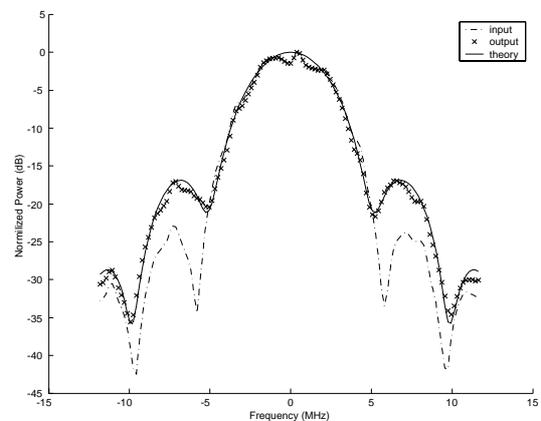


Fig. 3: Forme d'onde cosinus, $P_e = -5\text{dBm}$