

Caractérisation de signaux spatio-temporels par complexité de Lempel-Ziv multidimensionnelle

Steeve ZOZOR

LIS (UMR 5083), groupe Non-linéaire
Domaine Universitaire, B.P. 46 38402 Saint Martin d'Hères, France
Steeve.Zozor@lis.inpg.fr

Résumé – L'objectif de ce papier est de caractériser le degré d'organisation de signaux spatio-temporels. Dans une perspective de travail sur des signaux biomédicaux multidimensionnels, aux mécanismes sous-jacents déterministes et non linéaires, nous nous focalisons sur la complexité de Lempel-Ziv : nous proposons une extension multidimensionnelle de cette complexité et en donnons certaines propriétés et non propriétés. Nous présentons alors des premiers résultats de la complexité de Lempel-Ziv conjointe sur un réseau binaire aléatoire ainsi que sur des électrocardiogrammes (classification rythme sinus normal/arythmie).

Abstract – The purpose of this paper is to characterize a measure of organization of spatio-temporal signals. In order to work on biomedical signals, that are issued from nonlinear deterministic mechanisms, we focus on the Lempel-Ziv complexity: we propose a multidimensional extension of this tool and give some properties and non properties of this extension. Then we present some previous results of this tool on random boolean networks and on electrocardiograms (classification normal sinus rhythm/arrhythmia).

1 Introduction

Un des enjeux importants de l'analyse de signaux biomédicaux concerne la classification "aveugle" de différents types de pathologies. Dans le cas d'électrocardiogrammes (ECG), il s'agit par exemple de faire la distinction entre des signaux non pathologiques et des signaux d'arythmie, etc. Etant donnée la dynamique complexe sous-jacente aux signaux généralement étudiés, c'est naturellement soit vers des outils de la théorie de l'information, soit vers des outils de l'analyse non linéaire, que se penchent les analystes de signaux biomédicaux soucieux de caractériser au mieux le "niveau d'organisation" de ces signaux. La première de ces deux approches est plutôt de type statistique et les outils utilisés sont divers et variés comme de types entropie [1, 2, 3], des mesures statistiques à l'ordre deux [4], de l'analyse spectrale [5], etc. La seconde approche se justifie par le fait que les mécanismes sous-jacents aux signaux biomédicaux sont généralement déterministes non linéaires : dans l'exemple des ECG, les cellules cardiaques provoquent la propagation d'ondes électriques dans le tissu cardiaque et l'ECG est une mesure du champs électrique que cette propagation engendre. Les auteurs utilisent alors naturellement la panoplie des outils de la dynamique non linéaire pour caractériser ces signaux, comme les outils du chaos [6] (dimensions, exposants de Lyapunov), ou encore les outils de type complexité au sens de Kolmogorov, la complexité de Lempel-Ziv en particulier [7, 8].

Dans ce papier, nous nous focalisons sur la complexité de Lempel-Ziv (CLZ). Dans la littérature, cet outil est utilisé pour analyser des signaux mono-dimensionnels [7, 8]. Nous proposons ici d'étendre son utilisation à des signaux de type vectoriel et proposons en ce sens une extension de sa définition aux séquences vectorielles. L'objectif est d'utiliser cet outil pour caractériser un système (ou une pathologie) à partir de plusieurs signaux de même nature (multicapteurs), ou de plusieurs

séquences dérivées d'un même signal, ou encore de signaux de natures différentes.

2 Rappels sur la CLZ

Considérons une séquence (ou mot) $S = s_1 \dots s_n$ de taille n dont les éléments s_i appartiennent à un alphabet \mathcal{A} de taille finie α . Par définition, la complexité au sens de Kolmogorov d'une telle séquence est la taille du programme binaire minimal qui permet de générer cette séquence [9]. Derrière cette notion très générale, pouvoir calculer cette complexité (en temps de calcul fini) n'est pas garantie [9]. Dans leur papier référence [10], Lempel et Ziv proposent de définir une complexité au sens de Kolmogorov, en se limitant aux programmes basés sur deux opérations élémentaires de copiage et collage (récurifs). Ils définissent ainsi deux notions, au coeur de la complexité de Lempel-Ziv (CLZ) : la production et la reproduction. Notons SQ l'opération de concaténation de deux séquences, $\ell(S)$ la longueur de la séquence S , $S(i, j)$ le sous-mot $s_i s_{i+1} \dots s_j$ et π l'opération de suppression du dernier échantillon de la séquence (i.e. $S\pi = S(1, \ell(S) - 1)$). Ces deux opérations se définissent de la manière suivante :

Reproduction : Une extension $R = SQ$ est reproductible à partir de S si Q appartient à l'ensemble des sous-séquences de $SQ\pi$. On notera alors $S \rightarrow R$ et l'entier $p \leq \ell(S)$ tel que $Q = R(p, \ell(Q)+p-1)$ est appelé pointeur pour la reproduction $S \rightarrow R$.

Production : Une séquence S non nulle est dite productible à partir d'un de ses préfixes $S(1, j)$ si $S(1, j) \rightarrow S\pi$ et $j < \ell(S)$. On notera $S(1, j) \Rightarrow S$.

Toute séquence peut être vue comme un processus de production, du type $s_1 \Rightarrow S(1, h_2) \Rightarrow S(1, h_3)$ et ainsi de suite [10]. Lempel et Ziv définissent ensuite une histoire d'une séquence S via des opérations de productions $H(S) = S(1, h_1)S(h_1 + 1, h_2) \dots S(h_{m-1} + 1, h_m)$ où forcément

$h_1 = 1$ et $h_m = \ell(S)$. Les $H(h_{i-1} + 1, h_i)$ sont les composantes de $H(S)$. Une composante $S(h_{i-1} + 1, h_i)$ de l'histoire est dite exhaustive si $S(1, h_{i-1}) \not\rightarrow S(1, h_i)$. Une histoire de S est dite exhaustive si chaque composante, sauf éventuellement la dernière, est exhaustive. En notant $c_H(S)$ le nombre de composantes de l'histoire $H(S)$, Lempel et Ziv définissent la CLZ comme étant le minimum sur toutes les histoires de $c_H(S)$, i.e. $c(S) = \min_H c_H(S)$ (processus de production le plus court). Lempel et Ziv montrent alors que chaque séquence a une histoire exhaustive unique et que la CLZ est le nombre de composantes de son histoire exhaustive [10]. En terme de quantité d'information, si on connaît la taille de chaque mot d'une histoire exhaustive, l'ensemble des pointeurs pour chaque reproduction et la dernière lettre de chaque mot exhaustif, on sera capable de reproduire la séquence entière uniquement par copier-coller récursif de lettres.

Une telle approche permet de définir une complexité de manière très simple et correspond bien à la notion de complexité au sens de Kolmogorov. Une propriété intéressante de la CLZ, $c(S)$, d'une séquence $S = s_1 s_2 \dots s_n$ de variables indépendantes et identiquement distribuées (iid), est que $c(S) \frac{\log(n)}{n}$ tend vers l'entropie de Shannon des s_i [10, 9] : asymptotiquement la CLZ rejoint la notion de "quantité d'information moyenne" au sens de Shannon.

3 Extension multidimensionnelle

Dans [11], Kaspar et Schuster proposent d'utiliser la CLZ pour analyser des signaux spatio-temporels en effectuant à chaque instant t du signal, un calcul de CLZ spatial. Ils regardent alors comment cette CLZ spatiale évolue dans le temps : si elle décroît, ils peuvent en déduire que le signal tend à s'organiser. Néanmoins, cette approche purement spatiale ne tient pas compte des enchaînements temporels. Dans le cas limite d'un signal à 2 dimensions par exemple, la CLZ spatiale est toujours égale à 2 et clairement ne peut pas caractériser le comportement spatio-temporel de la séquence (i.e. dimension spatiale pas suffisante).

Une seconde approche qui semble naturelle pour étendre la CLZ aux signaux à plusieurs composantes est simplement d'étendre l'alphabet de travail. Prenons le cas de deux séquences X et Y de lettres prises sur un alphabet \mathcal{A} de taille α . Sans que ce soit une restriction, considérons que $\mathcal{A} = \{0, \dots, \alpha - 1\}$. On peut alors construire un signal Z dont la décomposition de base α de chaque échantillon z_i est $z_i = x_i + y_i \cdot \alpha$. On écrira symboliquement $Z = X + Y \cdot \alpha$. Z est donc défini sur un alphabet \mathcal{B} de taille α^2 . Dans toute la suite, nous noterons \mathcal{A} l'alphabet de cardinal α et \mathcal{B} l'alphabet étendu. Nous proposons alors comme définition de la complexité conjointe de X et Y :

$$c(X, Y) = c(X + Y \cdot \alpha) \quad (1)$$

Propriété 1. *La complexité de Lempel-Ziv conjointe est symétrique :*

$$c(X, Y) = c(Y, X) \quad (2)$$

Démonstration. Considérons l'histoire exhaustive de $Z = X + Y \cdot \alpha$, $H_Z(Z) = Z(1, h_1) \dots Z(h_{m-1} + 1, h_m)$. Dans la mesure où $Z(1, h_{i-1}) \implies Z(1, h_i)$ et $Z(1, h_{i-1}) \not\rightarrow Z(1, h_i)$, il existe $p_i \leq h_i$ tel que $Z(h_{i-1} + 1, h_i - 1) =$

$Z(p_i, p_i + h_i - h_{i-1})$ et $z_{h_i} \neq z_{p_i + h_i - h_{i-1} + 1}$. Par conséquent, par bijectivité de la décomposition de base α , $X(h_{i-1} + 1, h_i - 1) = X(p_i, p_i + h_i - h_{i-1})$, de même pour Y et $(x_{h_i}, y_{h_i}) \neq (x_{p_i + h_i - h_{i-1} + 1}, y_{p_i + h_i - h_{i-1} + 1})$. Par suite, si on définit $Z' = Y + X \cdot \alpha$, on a $Z'(h_{i-1} + 1, h_i - 1) = Z'(p_i, p_i + h_i - h_{i-1})$ et $z'_{h_i} \neq z'_{p_i + h_i - h_{i-1} + 1} : H_Z(Z')$ est également une histoire exhaustive de Z' et donc leurs CLZ sont égales. \square

Ainsi, peu importe l'ordre des signaux choisi pour étendre l'alphabet. On peut généraliser cette démarche à des signaux k -dimensionnels et donc $c(X_1, \dots, X_k) = c\left(\sum_{i=1}^k X_i \cdot \alpha^i\right)$ et la CLZ conjointe ainsi définie est invariante par permutation des X_k . On pourra noter que dans [10], bien que cela ne soit pas suggéré, les éléments de l'alphabet pourraient être considérés comme des vecteurs. Cela signifie en définitive que pour X et Y vecteurs lignes, $c(X, Y) = c([X^t Y^t]^t)$. L'intérêt de la formulation par décomposition de base α est essentiellement pratique (comparaisons de scalaires pour calculer la CLZ). D'autres constructions, de type concaténation ou entrelacement déchantillons, brisent la symétrie et ne permettent pas d'appréhender les liens à la fois spatiaux et temporels.

La CLZ ainsi étendue possède un certain nombre de propriétés, dont toutes celles de la CLZ de [10].

Propriété 2. *Pour une séquence temporellement iid,*

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} c(X, Y) \frac{\log(n)}{n} = h(X, Y) \quad (3)$$

où $h(X, Y)$ est l'entropie conjointe des (x_i, y_i) .

Démonstration. Considérons $Z = X + Y \cdot \alpha$. D'après [10, 9], si Z est iid, alors $\lim c(Z) \frac{\log(n)}{n} = -\sum_{i=0}^{\alpha^2-1} \Pr[z_k = i] \log(\Pr[z_k = i])$. Pour tout $i = i' + j' \cdot \alpha$, $\Pr[z_k = i] = \Pr[x_k = i', y_k = j']$ et le résultat est immédiat. \square

Cette propriété met en évidence que les liens spatiaux sont pris en compte (au moins asymptotiquement et statistiquement) dans cette CLZ conjointe.

Propriété 3. *La complexité conjointe vérifie l'inégalité*

$$c(X, Y) \geq \max(c(X), c(Y)) \quad (4)$$

Démonstration. Considérons $Z = X + Y \cdot \alpha$ et $H_Z(Z) = Z(1, h_1) \dots Z(h_{m-1} + 1, h_m)$ son histoire exhaustive. $Z(1, h_{i-1}) \implies Z(1, h_i)$ et $Z(1, h_{i-1}) \not\rightarrow Z(1, h_i)$ impliquent que $X(1, h_{i-1}) \implies X(1, h_i)$ et de même pour Y . $H_Z(X)$ est donc une histoire de X et $H_Z(Y)$ une histoire de Y . Par conséquent, d'après la définition de la CLZ, $c(X) \leq c_{H_Z}(X) = c(Z)$ et de même pour Y . \square

Propriété 4. *Soit X et Y séquences de lettres de \mathcal{A} . S'il existe une bijection σ de \mathcal{A} dans \mathcal{A} telle que $y_i = \sigma(x_i)$ pour tout i , alors $c(X, Y) = c(X) = c(Y)$. En particulier $c(X, X) = c(X)$. La réciproque est fausse.*

Démonstration. Considérons l'histoire exhaustive de X , $H_X(X) = X(1, h_1) \dots X(h_{m-1} + 1, h_m)$. Comme $X(1, h_{i-1}) \implies X(1, h_i)$ et $X(1, h_{i-1}) \not\rightarrow X(1, h_i)$, il existe $p_i \leq h_i$ tel que $X(h_{i-1} + 1, h_i - 1) = X(p_i, p_i + h_i - h_{i-1})$ et $x_{h_i} \neq x_{p_i + h_i - h_{i-1} + 1}$. Par conséquent, par bijectivité de σ , $(\sigma(x_{h_{i-1} + 1}), \dots, \sigma(x_{h_i})) = (\sigma(x_{p_i}), \dots, \sigma(x_{p_i + h_i - h_{i-1}}))$ et $\sigma(x_{h_i}) \neq \sigma(x_{p_i + h_i - h_{i-1} + 1})$

et donc $H_X(Y)$ est également une histoire exhaustive de Y . Puis pour $Z = X + Y.\alpha$, on a forcément $Z(h_{i-1} + 1, h_i - 1) = Z(p_i, p_i + h_i - h_{i-1})$ et $z_{h_i} \neq z_{p_i+h_i-h_{i-1}+1}$. En conclusion $H_X(Z)$ est également une histoire exhaustive de Z , ce qui termine la preuve. Réciproquement, dans le cas $\alpha = 2$, $X = 010010$ et $Y = 011011$ donnent $c(X) = c(Y) = c(X, Y)$ sans que Y ne se déduise de X par une bijection sur $\{0, 1\}$. \square

Cette propriété est similaire à une propriété triviale sur l'entropie de Shannon, à sa réciproque près : si la probabilité de X conditionnée par Y est égale à 1 (i.e. X entièrement déterminé par Y) alors $h(X, Y) = h(X)$. Mais contrairement à l'entropie de Shannon, $c(X) = c(X, Y)$ ne signifie pas que Y est entièrement déterminé par X . Il faudra donc prendre des précautions quant à l'interprétation d'un tel résultat en pratique.

Par analogie avec l'entropie de Shannon, on peut aussi définir une complexité conditionnelle $c(Y|X) = c(X, Y) - c(X)$, une complexité mutuelle $I_c(X; Y) = c(X) + c(Y) - c(X, Y) = c(X) - c(X|Y) = c(Y) - c(Y|X)$, et ainsi de suite. Ces quantités sont asymptotiquement reliées aux entropies conditionnelles et mutuelles au sens de Shannon, pour des séquences temporellement iid (puisque les CLZ et CLZ conjointes le sont). D'après la propriété 3, nous avons $c(Y|X) \geq 0$, comme c'est le cas pour l'entropie de Shannon, mais la propriété 4 limite l'analogie : Y entièrement déterminé par X implique l'égalité mais la réciproque est fautive.

L'information mutuelle est souvent utilisée comme critère de mesure d'indépendance et donc à des fins de séparation de source ou classification. On souhaite ici utiliser la complexité conjointe pour améliorer la caractérisation de signaux, ou encore I_c comme mesure de "distance" à une classe de signaux. Il faut néanmoins noter que I_c peut être négatif (ex. $X = 00100100100$ et $Y = 01010100000$ donne $I_c(X, Y) = -1$) ce qui rend délicat l'utilisation de I_c comme mesure de distance. De même, la non réciprocity de la propriété 4 ainsi que la non existence d'inégalité triangulaire (ex. $X = 00110$, $Y = 01000$ et $Z = 01010$ donne $4 = \rho(X, Z) > \rho(X, Y) + \rho(Y, Z) = 1 + 1 = 2$) empêchent de construire une métrique avec $c(X|Y) + c(Y|X)$, même en étendant la notion d'égalité de séquences (via une permutation sur \mathcal{A}), contrairement à ce qui peut être fait avec l'entropie de Shannon [9]. Cet ensemble de non-propriétés brise l'analogie avec l'entropie de Shannon et surtout nécessite de prendre beaucoup de précautions quant à l'analyse des résultats pratiques obtenus en termes de CLZ.

4 Analyse de signaux par CLZ

4.1 Réseau binaire aléatoire

Ce premier exemple sert à illustrer comment la complexité conjointe peut capter le "degré d'organisation" spatio-temporel d'un signal. Le signal qu'on étudie est un réseau binaire aléatoire (connu sous RBN pour random boolean network dans la littérature). Il s'agit de N automates où chaque cellule i est spatialement liée à K autres cellules, et dont l'évolution temporelle est définie par $f_i : \{0, 1\}^K \rightarrow \{0, 1\}$, $x_i(t+1) = f_i(x_{i_1}(t), \dots, x_{i_K}(t))$. Le réseau peut être contrôlé par le gel de $F(t)\gamma N$ cellules à chaque instant ($F \in [0, 1]$ et $\gamma \in [0, 1]$)

proportion maximum de cellules gelées). En dépit de son nom, ce type de réseau peut être vu comme déterministe car toutes les parties aléatoires (états initiaux, fonctions f_i , connectivités i_j et cellules contrôlées) sont tirées une fois pour toute et restent figées tout au long de l'évolution du processus. Pour plus de détail sur un RBN et son contrôle, on pourra se reporter à [12] et aux références incluses.

La figure 1 (haut) représente l'évolution d'un tel réseau, libre au début, contrôlé pendant un certain temps, puis évoluant à nouveau librement. Dans sa phase d'évolution libre, le comportement est plutôt désordonné, tandis qu'il est plus organisé lors de son contrôle (visuellement, apparition de motifs spatio-temporels périodiques). La seconde courbe de la figure représente l'évolution de la CLZ spatiale comme proposé dans [11]. Sur cet exemple, la CLZ spatiale n'appréhende pas le comportement plus organisé durant le contrôle du réseau. Les deux courbes suivantes de la figure 1 représentent l'évolution de la CLZ, sur une fenêtre glissante, respectivement pour la cellule 1 et la cellule 50, tandis que la dernière courbe donne l'évolution de la CLZ conjointe de l'ensemble des cellules. Ces figures illustrent le fait que la complexité conjointe arrive à capter les liens temporels simultanés de l'ensemble des variables (nous retrouvons le comportement de la fonction de contrôle), alors que la CLZ sur une variable capte plus difficilement l'organisation spatio-temporelle. Pour terminer sur cet exemple, notons que la CLZ conjointe nous permet également de retrouver certains résultats de [12] (discrimination des zones d'ordre et chaos en fonction de la connectivité et de la probabilité utilisée pour tirer les f_i , etc.).

4.2 Illustration sur des ECG

Dans cet exemple, nous avons utilisé des signaux de la base de données du MIT [13], en particulier des signaux non pathologiques (rythme sinus de la base "nsrdb") et des signaux d'arythmie (base "mitdb"). Les signaux ont été débarrassés de leur éventuelle dérive par filtrage passe haut, puis afin de pouvoir comparer les résultats de la CLZ, les signaux non pathologiques ont été sur-échantillonnés afin que les deux jeux de données soient échantillonnés à la même cadence (360Hz). Sur chaque signal nous avons alors fait glisser une fenêtre de 5 secondes, sans recouvrements. Sur chaque fenêtre nous avons créé deux signaux binaires : le premier, qu'on notera X en mettant à 1 tous les échantillons plus grand que 30% de la valeur maximale de l'ECG sur la fenêtre ; le second, Y , en mettant à 1 tous les échantillons plus petits que 10% de la valeur minimale (négative) sur la fenêtre. De ce fait, nous espérons repérer les pics R des complexes QRS (voir figure 2) sur le signal X , et les ondes S et/ou Q sur le signal Y . Dans la mesure où la variabilité du rythme cardiaque (intervals RR) est généralement admis comme étant un critère de caractérisation des pathologies cardiaques ou non, nous espérons via le signal binaire X appréhender cette variabilité. Avec le signal Y nous espérons alors retenir plus d'information en utilisant l'information sur l'onde Q et/ou S. La figure 2 montre l'évolution de la CLZ sur les fenêtres pour le signal X dans un cas non pathologique (les 100000 premiers points du signal # 16265 sur-échantillonné de la base "nsrdb") et dans le cas d'un signal d'arythmie (signal # 100 de la base "mitdb"), ainsi que l'évolution de la CLZ conjointe entre X et Y . Les CLZ $c(X)$

sont sensiblement identiques pour les deux types de signaux, tandis que les CLZ conjoints $c(X, Y)$ sont bien différentes dans les deux cas de figure : on peut ainsi espérer utiliser cet outil pour classifier ces deux types de pathologies. Ce résultat est une première ébauche mais illustre la possibilité que peut offrir la CLZ conjointe par rapport à la CLZ sur un seul signal comme utilisé dans [8]. Bien que non représenté ici, des histogrammes de $c(X)$ et de $c(X, Y)$ sur ces deux cas de figure tendent vers la même conclusion, bien que la classification entre les deux cas soit moins nette que sur l'exemple présenté.

5 Discussion

Les premiers résultats d'utilisation de la CLZ conjointe sur des ECG semblent prometteurs mais doivent être étudiés plus en détail. En particulier il convient de pré-traiter correctement les signaux pour nettoyer correctement les complexes QRS, de repérer proprement les ondes R et S pour choisir judicieusement les seuils (ex. mi-hauteur pour chaque onde) etc. Des analyses statistiques sur les bases de données doivent être effectuées et comparées à d'autres résultats [1]-[8]. A titre de perspectives, une autre idée peut être de travailler avec la CLZ simultanément sur des signaux issus de plusieurs électrodes. En effet, dans l'exemple d'une propagation électrique normale sur le tissu, un front d'onde passera sous une électrode, puis sous l'autre, ce qui doit conduire schématiquement à deux ECG décalés dans le temps. Dans le cas d'un flotteur, une spirale électrique tournera sur elle même, ce qui aura pour conséquence que deux électrodes ne verront pas exactement les mêmes variations du champs électrique : c'est l'idée exploitée dans [4, 5]. Nous espérons ainsi que l'analyse conjointe de plusieurs ECG améliore les schémas de classification de [7, 8] par exemple. Dans le cas d'enregistrements mono-capteur, une autre idée est de comparer un signal à une référence via une sorte de distance au sens de la complexité, avec toutes les précautions d'interprétation qui s'imposent.

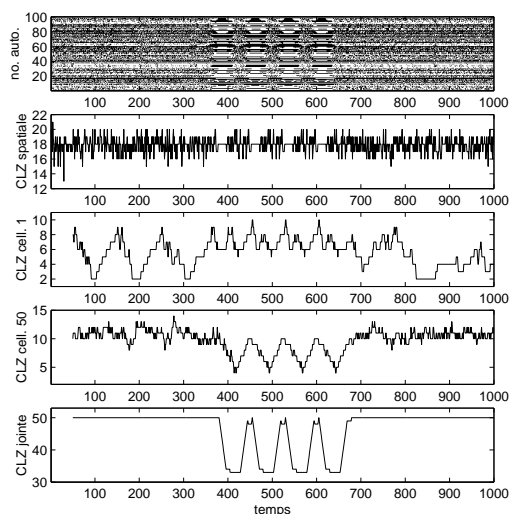


FIG. 1 – RBN pour 100 automates ($K = 3$, $\gamma = 75\%$, $F(t) = \sin(\pi(t - 350)/75)^2$ appliqué entre $t = 350$ et $t = 649$). Les tracés représentent respectivement l'évolution spatio-temporelle du réseau, l'évolution temporelle de la CLZ spatiale [11], les CLZ de la cellule 1, de la cellule 50, et la CLZ conjointe des 100 cellules (fenêtre glissante de taille 50, recouvrement maximum).

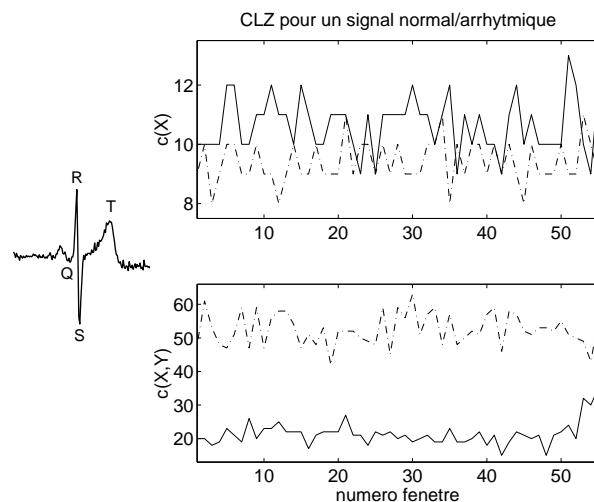


FIG. 2 – Gauche : complexe QRS; Droite haut : complexité pour le signal X sur des fenêtres glissantes (sans recouvrement) pour un ECG normal (trait plein) et un ECG d'arythmie (trait mixte); Droite bas : complexités jointe $c(X, Y)$ dans les deux cas de figure précédent.

Références

- [1] C. Cysarz, H. Bettermann, and P. Van Leeuwen, *Entropies of short binary sequences in heart period dynamics*, *AJP Heart and Circ. Physiol.*, 278(6) :H2163, 2000.
- [2] S. Pincus, *Approximate entropy (ApEn) as a complexity measure*, *Chaos*, 5(1) :110, 1995.
- [3] M. E. Torres and L. G. Gamero, *Relative complexity changes in time series using information measures*, *Physica A*, 286(3/4) :457, 2000.
- [4] G. W. Botteron and J. M. Smith, *A technique for measurement of the extent of spatial organization of atrial activation during atrial fibrillation in the intact human heart*, *IEEE trans. on BME*, 42(6) :548, 1995.
- [5] T. H. Evrett, J. R. Moorman, L.-C. Kok, J. G. Akar, and D. E. Haines, *Assessment of global atrial fibrillation organization to optimize timing of atrial defibrillation*, *Circulation*, 103(23) :2857, 2001.
- [6] M. I. Owis, A. H. Abou-Zied, A.-B. M. Youssef, and Y. M. Kadah, *Study of features based on nonlinear dynamical modeling in ECG arrhythmia detection and classification*, *IEEE trans. on BME*, 49(7) :733, 2002.
- [7] N. Radhakrishnan, *Quantifying physiological data with Lempel-Ziv complexity – certain issues*, *IEEE trans. on BME*, 49(11) :1371, 2002.
- [8] X.-S. Zhang, Y.-S. Zhu, N. V. Thakor, and Z.-Z. Wang, *Detecting ventricular tachycardia and fibrillation by complexity measure*, *IEEE trans. on BME*, 46(5) :548, 1999.
- [9] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*, John Wiley & Sons, New-York, 1991.
- [10] A. Lempel and J. Ziv, *On the complexity of finite sequences*, *IEEE trans. on IT*, 22(1) :75, 1976.
- [11] F. Kaspar and H. G. Schuster, *Easily calculable measure for the complexity of spatiotemporal patterns*, *Phys. Rev. A*, 36(2) :842, 1987.
- [12] F. J. Ballesteros and B. Luque, *Random boolean networks response to external periodic signals*, *Physica A*, 313(3-4) :289, 2002.
- [13] <http://www.physionet.org/physiobank/database/>.