

# Application d'une méthode MIMO pour le traitement des effets du canal ionosphérique en contexte radar

Robert CHAVANNE<sup>1</sup>, Karim ABED-MERAÏM<sup>1</sup>, Dominique MÉDYNSKI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>École Nationale Supérieure des Télécommunication (Télécom Paris) Département TSI,  
46, rue Barrault, 75634 Paris Cedex 13, France

<sup>2</sup>Département Électromagnétisme et Radar ONERA Centre de Salon de Provence,  
B.A. 701, 13661 Salon Air Cedex, France

chavanne@tsi.enst.fr, abed@tsi.enst.fr, Dominique.Medynski@onera.fr

**Résumé** – Ce travail traite de l'identification du canal ionosphérique en contexte radar transhorizon par l'application de méthode d'identification aveugle MIMO habituellement utilisée en communication numérique. Le doppler des multitrajets dû à l'ionosphère implique l'existence d'une diversité de récurrence à récurrence qui nous permet d'écrire le système sous une forme MIMO dont les sorties sont les signaux de récurrence et les entrées les échos du fouillis de mer. Nous adoptons un modèle paramétrique pour le canal et utilisons une méthode issue des techniques sous-espaces pour estimer les paramètres du canal. Le comportement de notre algorithme est illustré par des simulations.

**Abstract** – This work deals with the identification of ionospheric channel in over-the-horizon radar context by the mean of blind MIMO identification technique usually used in communication context. Due to the doppler of the channel multipaths, there exists some diversity from one pulse repetition interval to another that enables the description of the system by a MIMO scheme. The outputs are given by the observation data for each pulse repetition interval whereas the input is sea clutter. We use some parametric model for the channel and apply some subspace based method to estimate channel's parameters. The behavior of our algorithm is illustrated with simulations.

## 1 Introduction

Les radars transhorizons utilisent l'ionosphère pour illuminer des zones se trouvant au-delà de l'horizon des radars classiques par réflexion (onde de ciel). Ils fonctionnent dans la gamme HF et permettent de surveiller des zones éloignées de plusieurs milliers de kilomètres. Le radar transhorizon NO-STRADAMUS est monostatique et fonctionne donc alternativement en émission puis en réception. La zone observée est balayée à intervalle régulier et on collecte ainsi un certain nombre de récurrences correspondant à une même zone d'observation. Une formation de voie et le filtrage adapté au code émis (chirp) sont alors appliqués. Puis, les réflecteurs sont discriminés selon leurs vitesses par un traitement doppler de récurrence à récurrence.

Malheureusement, l'ionosphère est un milieu de propagation difficile. En particulier, ses couches constitutives engendrent un nombre discret de multitrajets correspondant aux modes de propagation[2] ainsi que de la contamination (décalage en fréquence). Ceci rend difficile la détection et le pistage des réflecteurs. Le nombre de multitrajets étant discret, le canal est spéculaire et creux, chaque trajet se caractérise alors par une amplitude, un retard et un doppler. Cependant selon la distance à laquelle se trouve le réflecteur ces paramètres varient car la géométrie du canal de propagation évolue au cours d'une récurrence.

L'idée développée dans ce travail est de s'affranchir de la variabilité du canal sur une récurrence en ne considérant qu'un faible nombre d'échantillons (cases distances) sur lesquels le canal ionosphérique est supposé stationnaire. Pour cela, on uti-

lise les méthodes d'identification du type sous-espace, en utilisant les signaux de récurrence comme des signaux de capteurs. On exploite alors la diversité entre les différentes récurrences due à l'effet doppler. On peut disposer ainsi d'un très grand nombre de mesures. Notre approche pour l'estimation du canal est paramétrique car la diversité obtenue est faible et l'estimation directe des coefficients des canaux est très sensible à la présence de bruit, le nombre de coefficients étant proportionnel au nombre de récurrences utilisé, alors que le nombre de paramètre de canal effectif est relativement faible.

## 2 Le système MIMO

### 2.1 Les entrées

Le fouillis est le seul signal fort présent en permanence c'est pourquoi il constitue notre signal d'entrée. Ce travail considère uniquement le cas du fouillis de mer. Nous adoptons un modèle simple en ne prenant en compte que le premier ordre dans le spectre. Ceci revient à écrire les échos du fouillis de mer comme la somme des contributions de deux sinusoïdes[3] de dopplers connus  $\pm f_D = \pm \sqrt{\frac{g}{\pi\lambda}}$ ,  $g$  étant l'accélération de la pesanteur et  $\lambda$  la longueur d'onde de travail du radar. L'écho rétrodiffusé par la case de mer numéro  $k$  (i.e. le  $k^{\text{ème}}$  échantillon de la récurrence) pour la  $n^{\text{ème}}$  récurrence sera alors du type :

$$s_n\left(\frac{k}{B}\right) = A^+ e^{j(\phi_k^+ + 2\pi f_D n T_r)} + A^- e^{j(\phi_k^- - j2\pi f_D n T_r)}$$

Où  $A^+$  (respectivement  $A^-$ ) est l'amplitude de la réponse de la raie de doppler positif (respectivement négatif),  $T_r$  est la période de récurrence et  $B$  est la bande du radar. Nous faisons l'hypothèse que les  $\{\phi_k^+\}$  et les  $\{\phi_k^-\}$  sont des séquences i.i.d indépendantes.

On note :

$$s_n(t) = \sum_k s_n(k) \delta(t - \frac{k}{B})$$

$$s^+(k) = A^+ e^{j\phi_k^+} \text{ et } s^-(k) = A^- e^{j\phi_k^-}$$

seront nos signaux source.

## 2.2 Les canaux

Pour la  $n^{\text{ème}}$  récurrence, le filtre de transmission global (après filtrage adapté) peut s'écrire :

$$h_n(\tau, t) = \sum_{i=1}^d a_i z_c(\tau - \tau_i(t)) e^{j2\pi f_i(t)(t+nT_r)}$$

$d$  est le nombre de trajets supposé connu,  $a_i$  est l'amplitude du  $i^{\text{ème}}$  trajet,  $\tau_i(t)$  son retard et  $f_i(t)$  son doppler dû au mouvement des couches.  $z_c(\tau)$  est la corrélation du code émis (ici on considère un signal chirp). Ce modèle montre que la réponse impulsionnelle globale varie avec l'indice de récurrence. On voit donc que chaque récurrence correspond à un canal différent. c'est cette diversité qu'on exploite ici pour l'identification aveugle du canal.

D'autre part, les retards varient au cours de la récurrence car la géométrie de la propagation est différente d'une case de résolution à l'autre. Cependant nous supposons les paramètres des canaux invariants sur la profondeur d'observation  $N$  que nous limitons à quelques dizaines de cases c'est-à-dire quelques dizaines d'échantillons. D'où, après échantillonnage au rythme  $\frac{1}{B}$ ,

$$h_n(\frac{k}{B}) = \sum_{i=1}^d a_i z_c(\frac{k}{B} - \tau_i) e^{j2\pi f_i(\frac{k}{B} + nT_r)}$$

## 2.3 Signal reçu

Le signal reçu à la récurrence  $n$  après échantillonnage et filtrage adapté sera de la forme :

$$x_n(\frac{k}{B}) = \sum_{l \in \mathbb{Z}} \sum_{i=1}^d a_i z_c(\frac{l}{B} - \tau_i) s(\frac{k-l}{B}) e^{j2\pi f_i(\frac{l}{B} + nT_r)}$$

$$x_n(\frac{k}{B}) = (h_n^+(\frac{k}{B}) * s^+(k)) + (h_n^-(\frac{k}{B}) * s^-(k))$$

Où  $h_n^+$  et  $h_n^-$  sont définis par :

$$h_n^+(\frac{k}{B}) = \sum_{i=1}^d a_i z_c(\frac{k}{B} - \tau_i) e^{j2\pi(f_i(\frac{k}{B} + nT_r) + f_D n T_r)}$$

$$h_n^-(\frac{k}{B}) = \sum_{i=1}^d a_i z_c(\frac{k}{B} - \tau_i) e^{j2\pi(f_i(\frac{k}{B} + nT_r) - f_D n T_r)}$$

En recueillant les observations sur  $N_r$  récurrences on obtient alors un système à 2 entrées et  $M(\leq N_r)$  sorties sélectionnées à intervalles réguliers, l'indice des récurrences sera du

type  $m(p) = n_0 + (p-1)q$  avec  $p = 0 \dots M$ ,  $n_0$  et  $q$  entiers constants. Pour estimer les canaux, nous pouvons alors appliquer une méthode d'identification du type sous-espace en contexte MIMO.

On remarque que si les paramètres des canaux sont invariants, ce n'est pas le cas des canaux eux-même puisque le terme doppler dépend explicitement du temps. Cependant, les variations de ce terme sont négligeables sur la profondeur d'observation, les doppler des multitrajets étant généralement inférieurs à 1Hz.

Nous supposons que les canaux sont de longueur maximale  $L < N$  connue. Cette hypothèse est vérifiée car la corrélation du chirp ne possède que quelques coefficients forts. Sous forme matricielle le système s'écrit en présence de bruit (supposé blanc) :

$$\mathbf{x}(\frac{k}{B}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^+ & \mathbf{H}^- \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{s}^+ \\ \mathbf{s}^- \end{pmatrix} + \mathbf{b}(\frac{k}{B})$$

Où,

$$\mathbf{h}^\pm(\frac{k}{B}) = \left[ h_{m(1)}^\pm(\frac{k}{B}) \dots h_{m(M)}^\pm(\frac{k}{B}) \right]^T,$$

$$\mathbf{H}^\pm = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^\pm(0) & \dots & \mathbf{h}^\pm(L-1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x}(\frac{k}{B}) = \begin{bmatrix} x_{m(1)}(\frac{k}{B}) & \dots & x_{m(M)}(\frac{k}{B}) \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{s}^\pm(k) = \begin{bmatrix} s^\pm(k) & \dots & s^\pm(k-L+1) \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{b}(\frac{k}{B}) = \begin{bmatrix} b_{m(1)}(\frac{k}{B}) & \dots & b_{m(M)}(\frac{k}{B}) \end{bmatrix}^T,$$

## 3 Algorithme proposé

### 3.1 Estimation des doppler

Pour estimer les doppler des multitrajets, on utilise un algorithme MUSIC sous-échantillonné introduit dans [1]. L'idée originelle est d'éloigner artificiellement des sinusoides en sous-échantillonnant temporellement le signal. On applique ensuite l'algorithme MUSIC de façon classique. Dans notre cas, en sélectionnant les récurrences, le sous-échantillonnage est implicite. D'autre part, on sait que chaque raie doppler engendre  $d$  multitrajets, et qu'on a  $d$  paires de sinusoides écartées de  $2f_D$  en fréquence. D'où l'algorithme :

1. décomposition en valeur singulière de la matrice des observations  $\mathbf{X}$  définie par :

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}(0) \dots \mathbf{x}(N)]$$

2. construction du sous-espace bruit  $\mathbf{U}$  à partir des  $2d$  vecteurs propres associés aux plus petites valeurs propres obtenues.
3. calcul du spectre en fréquence (voir figure 1) à partir de l'équation :

$$S(f) = \frac{1}{\| \exp \{ 2\pi j f T_r [m(1) \ m(2) \ \dots \ m(M)]^* \} \mathbf{U} \|^2}$$

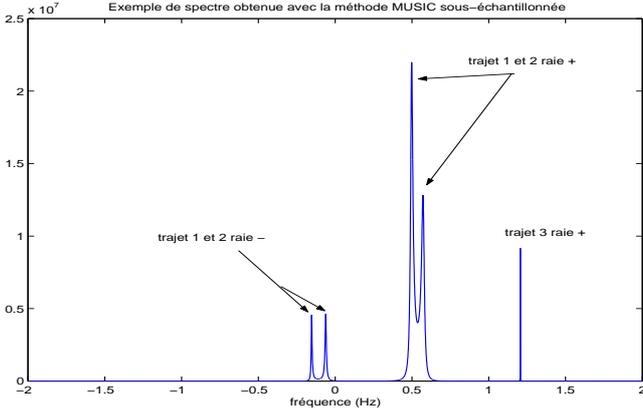


FIG. 1 – spectre obtenu pour trois trajets de doppler différentiel (en Hz) [0.17 0.26 0.89]

4. détermination des  $2d$  fréquences correspondant aux maxima du spectre. Il faut noter qu'on restreint la recherche à un intervalle de quelques Hertz centré en 0, le spectre étant périodique.
5. appariement des  $2d$  pics pour déterminer les  $d$  fréquences des multitrajets. Pour cela on crée toutes les paires possibles et les  $d$  paires dont l'écart en fréquence est le plus proche de  $2f_D$  sont sélectionnées<sup>1</sup>. On obtient ainsi une estimée  $\hat{f}$  des doppler différentiel des multitrajets.

## 3.2 Estimation des retards

### 3.2.1 Méthode des sous-espaces paramétriques

Introduite par Perros-Meilhac [4] dans le cadre des communications numériques en système multicapteur monosource (SIMO), la méthode des sous-espaces paramétriques prend en compte la connaissance du filtre de mise en forme  $g(t)$ , e.g. un cosinus surélevé, pour dériver à partir du critère de la méthode sous-espace classique un critère permettant une estimation paramétrique des canaux. Dans le cas de canaux de propagation spéculaires à  $d$  trajets caractérisés par des retards identiques sur chaque capteurs et des amplitudes différentes, les réponses impulsionnelles échantillonnées à  $B$  pour les  $M$  capteurs sont du type :

$$h_p\left(\frac{l}{B}\right) = \sum_{i=1}^d a_i^p g\left(\frac{l}{B} - \tau_i\right) \quad p = 1 \dots M$$

Le critère de la méthode sous-espace s'écrit alors :

$$J = \min_{\mathbf{h}} (\mathbf{h}^H \mathbf{Q} \mathbf{h}) = \min_{\mathbf{a}, \tau} \left( \mathbf{a}^H \mathbf{G}^H(\tau) \mathbf{Q} \mathbf{G}(\tau) \mathbf{a} \right)$$

Avec,

$$\mathbf{h} = [h_1(0) \dots h_1\left(\frac{L-1}{B}\right) h_2(0) \dots h_M\left(\frac{L-1}{B}\right)]^T,$$

$$\mathbf{a} = [a_1^1 a_2^1 \dots a_d^1 \dots a_{d-1}^M a_d^M]^T,$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{I}_M \otimes \begin{pmatrix} g(0 - \tau_1) & \dots & g(0 - \tau_d) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ g\left(\frac{L-1}{B} - \tau_1\right) & \dots & g\left(\frac{L-1}{B} - \tau_d\right) \end{pmatrix}$$

<sup>1</sup>Dans la situation où le nombre de pics est inférieur à  $2d$ , on procède par élimination.

$\mathbf{Q}$  est une matrice obtenue à partir des  $(M \times K - (K + L - 1))$  vecteurs de bruit,  $K$  étant la taille de la fenêtre sur laquelle est calculée la covariance des observations  $\mathbf{X}$ . Sous la contrainte  $\|\mathbf{a}\| = 1$ , le critère réduit devient :

$$\tilde{J} = \min_{\tau} \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{G}^H(\tau) \mathbf{Q} \mathbf{G}(\tau))}{\lambda_{\min}(\mathbf{G}^H(\tau) \mathbf{G}(\tau))}$$

$\lambda_{\min}$  est la valeur propre minimale. Le terme au dénominateur servant à éviter la solution triviale annulant le critère pour laquelle deux retards sont identiques. Le vecteur des amplitudes de taille  $(M \times d)$  est alors donné par :

$$\mathbf{a} = v.p.\min(\mathbf{G}^H(\tau) \mathbf{Q} \mathbf{G}(\tau))$$

$v.p.\min(\mathbf{A})$  est le vecteur propre associée à la plus petite valeur propre de  $\mathbf{A}$ .

### 3.2.2 Application en contexte radar

La connaissance du code émis en radar permet d'élaborer une méthode similaire. Nous avons étendu la méthode au cas de deux sources, ce qui n'est possible que parce que le canal ionosphérique est le même pour les deux sinusoides. Les canaux pour les 2 sources ne diffèrent que parce que les pulsations des deux sinusoides sont différentes. Ceci implique que les  $\tau_i$ ,  $a_i$  et  $f_i$  sont les mêmes. Les canaux sont de la forme :

$$\mathbf{h}_m^{\pm} = \mathbf{Z}_{cm}^{\pm}(\tau, \hat{\mathbf{f}}^{\pm}) \mathbf{a}$$

Où  $\hat{\mathbf{f}}^{\pm} = \hat{\mathbf{f}} \pm f_D$ ,  $\mathbf{a} = [a_1 \dots a_d]^T$ ,

$$\mathbf{Z}_{cm}^{\pm} = \begin{pmatrix} z_{cm}^{\pm}(0 - \tau_1) & \dots & z_{cm}^{\pm}(0 - \tau_d) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ z_{cm}^{\pm}\left(\frac{L-1}{B} - \tau_1\right) & \dots & z_{cm}^{\pm}\left(\frac{L-1}{B} - \tau_d\right) \end{pmatrix}$$

et

$$z_{cm}^{\pm}\left(\frac{k}{B}\right) = \sum_{i=1}^d a_i z_c\left(\frac{k}{B} - \tau_i\right) e^{2\pi j(f_i(\frac{k}{B} + m(p)T_r) \pm f_D m(p)T_r)}$$

Dans le cas de deux sources, la matrice  $\mathbf{Q}$  est construite à partir des  $(M \times K - 2(K + L - 1))$  vecteurs propres de bruit. Si on concatène l'ensemble des canaux dans un seul vecteur,

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{m(1)}^+ \\ \mathbf{h}_{m(1)}^- \\ \mathbf{h}_{m(2)}^+ \\ \mathbf{h}_{m(2)}^- \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{m(M)}^+ \\ \mathbf{h}_{m(M)}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{c1}^+ \\ \mathbf{Z}_{c1}^- \\ \mathbf{Z}_{c2}^+ \\ \mathbf{Z}_{c2}^- \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{cM}^+ \\ \mathbf{Z}_{cM}^- \end{pmatrix} \mathbf{a} = \mathbf{Z}(\tau, \hat{\mathbf{f}}) \mathbf{a}$$

Le critère de la méthode des sous-espace structurés devient :

$$\tilde{J} = \min_{\tau} \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Z}^H(\tau, \hat{\mathbf{f}}) \mathbf{Q} \mathbf{Z}(\tau, \hat{\mathbf{f}}))}{\lambda_{\min}(\mathbf{Z}^H(\tau, \hat{\mathbf{f}}) \mathbf{Z}(\tau, \hat{\mathbf{f}}))}$$

Ce critère est non linéaire et nécessite une minimisation du type recuit simulé.

Une fois  $\hat{\tau}$  obtenu, le vecteur des amplitudes est donné par

$$\hat{\mathbf{a}} = v.p.\min(\mathbf{Z}^H(\hat{\tau}, \hat{\mathbf{f}}) \mathbf{Q} \mathbf{Z}(\hat{\tau}, \hat{\mathbf{f}}))$$

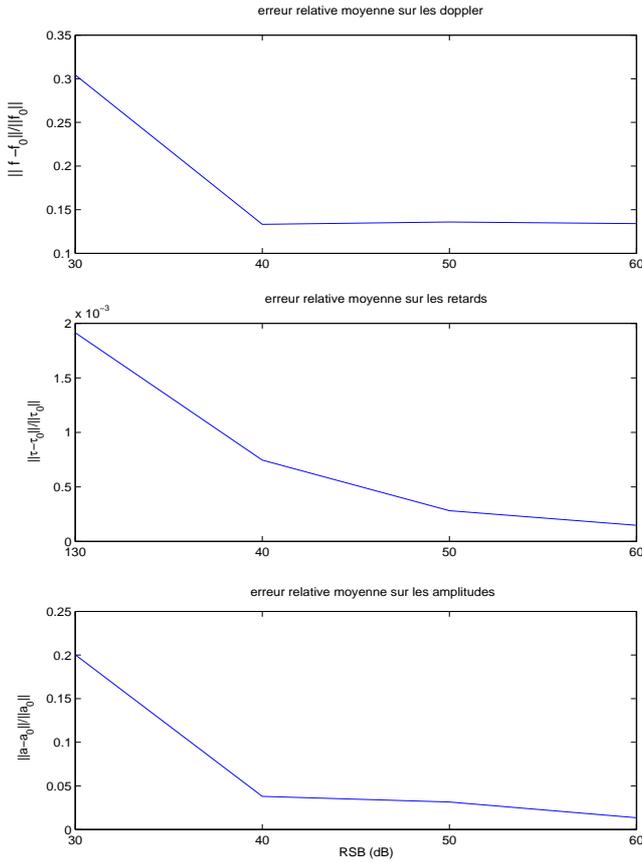


FIG. 2 – Évolution de l’erreur sur l’estimation des paramètres du canal de propagation à trois trajets en fonction du rapport signal à bruit.  $\tau_0$ ,  $f_0$ ,  $a_0$  sont les vraies valeurs des paramètres.

## 4 Simulations

Pour illustrer les performances obtenues avec notre méthode, nous avons simulé un canal de propagation à trois trajets de même amplitude, les retards en nombre d’échantillons (nombre de cases) sont  $[0.0002; 3.88; 7.27]$ , les dopplers sont tirés aléatoirement et inférieurs au Hertz. Les phases des échos de mer sont tirées uniformément dans  $[0, 2\pi[$ , leurs amplitudes sont données par :

$$A^+ = a + (1 - a) * \cos(\theta/2)^2 \quad a + (1 - a) * \cos((\theta - \pi)/2)^2$$

Où  $a = 0.01$  et  $\theta$  l’angle entre la direction des vagues et l’angle de visée du radar. Le bruit est gaussien circulaire. Nous avons simulé  $M = 10$  récurrences de durée 20ms espacées de 400ms (20 récurrences). Nous avons restreint l’application de nos algorithmes à 40 échantillons temporels. La covariance est calculée en appliquant une fenêtre de taille  $K = 7$  échantillons. De plus, pour l’étape d’estimation, on prend  $L = 11$ . Les résultats ont été obtenus en moyennant les résultats sur 100 tirages de bruit. La figure 2, présente les erreurs d’estimation sur les paramètres du canal. On constate que l’estimation des doppler et des retards est relativement bonne même à 30dB. Par contre l’erreur sur les amplitudes est assez forte à 30dB de RSB. L’estimation des amplitudes est très sensible au RSB et donc on peut supposer que l’estimation des canaux le sera également.

Ceci est confirmé sur la figure 3 où est tracé l’EQMM sur les coefficients des canaux en fonction du RSB. Il est visible que l’estimation des canaux est mauvaise à faible RSB.

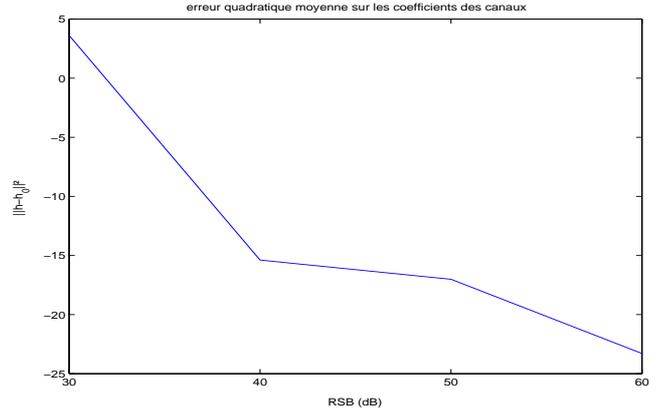


FIG. 3 – MSE sur la réponse impulsionnelle des canaux (en dB).

## 5 Conclusion

Nous avons appliqué une méthode issue des communications numériques au domaine des radars transhorizons. Ainsi, nous avons montré qu’il était possible de trouver l’équivalent du schéma MIMO usuel en considérant les récurrences radars comme des signaux issus de capteurs différents. Dans le cas du fouillis de mer dont les composantes principales sont assimilables à deux raies spectrales de pulsations différentes mais liées, on aboutit à un système à 2 entrées et  $M$  sorties identifiable par les méthodes sous-espace. L’algorithme d’estimation s’appuie sur une écriture paramétrique des canaux nécessaire pour espérer les identifier en présence de bruit. L’estimation des canaux est possible même quand on ne dispose que d’un faible nombre d’échantillons sur lesquels le canal ionosphérique est supposé stationnaire. Cependant l’estimation des amplitudes des trajets est sensible au bruit et par conséquent celle des canaux aussi.

## Références

- [1] Bijit Halder and Thomas Kailath. Efficient estimation of closely spaced sinusoidal frequencies using subspace-based methods. *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 4(num. 2) :p. 49–51, 1997.
- [2] A. A. Kolosov. *Over-The-Horizon Radar*. Artech House, 1987.
- [3] J. Parent and A. Bourdillon. A method to correct hf sky-wave backscattered signals for ionospheric frequency modulation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 36(Issues 1) :p. 127–135, 1988.
- [4] L. Perros-Meilhac. *Identification autodidacte spatio-temporelle de canaux de propagation à trajets multiples*. PhD thesis, ENST, 2001.