

Égalisation aveugle de mélanges convolutifs MIMO

Ludwig ROTA, Pierre COMON, Sylvie ICART

Laboratoire I3S, Les Algorithmes/Euclide B
2000 route des Lucioles, BP 121, 06903 Sophia-Antipolis Cedex, France.
rota@i3s.unice.fr, comon@i3s.unice.fr, icart@i3s.unice.fr

Résumé – Cet article décrit un nouvel algorithme d'égalisation aveugle pour des mélanges convolutifs MIMO. Une factorisation de l'égaliseur, sous forme de rotations planes et de retards purs, est proposée lorsque les observations ont été préalablement blanchies. La recherche de l'égaliseur optimal s'effectue par résolution d'un système polynomial basé sur les valeurs des cumulants observés. Contrairement à notre algorithme PAJOD [3] [2], la matrice para-unitaire n'est plus représentée approximativement par une matrice semi-unitaire, mais par une factorisation exacte.

Abstract – This article describe a novel algorithm for blind equalization of convolutives mixtures in a multipath environment. The equalizer is factorized with plane rotations and pure delays. The best equalizer is searched by testing roots of a polynomial system based on values of observed cumulants. Contrary to PAJOD [3] [2], the para-unitary matrix is not made of semi-unitary matrices, but with an exact factorization.

1 Introduction

La plupart des systèmes de communication numérique utilisent des séquences d'apprentissage pour résoudre le problème d'égalisation. Le principal inconvénient de ces méthodes est la réduction du débit utile, puisqu'une partie de l'information est utilisée pour l'égalisation du système.

Les algorithmes d'égalisation dite *aveugle* ou *autodidacte* permettent de remédier à cette limitation du débit. En effet, la plupart de ces algorithmes d'égalisation utilisent les statistiques d'ordre supérieur [4] [12] [8] [9]; cela peut se faire par l'utilisation de critères à module constant [5] [11] ou à puissance constante [6].

Dans cet article, nous nous intéressons au cas où N signaux observés sont issus des N signaux sources transmis à travers un milieu de propagation *multi-trajets*. Ce canal, de type MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*), est très représentatif des systèmes de communication à antennes multiples.

Des algorithmes comme PAJOD [3] [1] ont déjà été présentés pour des canaux MIMO. Malheureusement, dans ces méthodes, la contrainte de para-unitarité n'est pas toujours vérifiée pour l'égaliseur [2], notamment pour un faible rapport signal à bruit (SNR). La factorisation utilisée dans la section 3 impose à l'égaliseur calculé à la section 4 d'être para-unitaire.

2 Modèle et notations

Considérons le système de communication *multi-trajets* (MIMO) de la figure 1. Soit les vecteurs suivants:

- $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_N)^T$ le vecteur source du signal complexe (en bande de base),
- $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_N)^T$ le vecteur des observations,
- $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_N)^T$ le vecteur des sources estimées.

Notons que tous ces vecteurs de dimension N sont spatialement et temporellement blancs à l'ordre 2. Prenons $\{\mathbf{G}(k), k \in$

$\mathbb{Z}\}$, la matrice de la réponse impulsionnelle du système telle que

$$\mathbf{a}(n) = \sum_k \mathbf{G}(n-k)\mathbf{s}(k). \quad (1)$$

Sa fonction de transfert est donc $\mathbf{G}[z] \stackrel{\text{def}}{=} \sum_k \mathbf{G}(k)z^{-k}$. Les composantes de la matrice \mathbf{G} seront notées par la suite G_{ij} (i^{me} ligne, j^{me} colonne). Maintenant, considérons un système

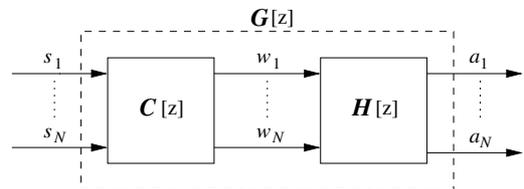


FIG. 1 – Le système global \mathbf{G} : les sources s_i sont filtrées par le canal $\mathbf{C}[z]$, et les observations w_i sont séparées par l'égaliseur $\mathbf{H}[z]$.

inversible linéaire et invariant dans le temps (LTI) $\mathbf{C}[z]$ de longueur L , filtrant N processus aléatoires blancs tel que:

$$\mathbf{w}(n) = \sum_k \mathbf{C}(n-k)\mathbf{s}(k) \quad (2)$$

où $\{\mathbf{C}(n), n \in \mathbb{Z}\}$ est un séquence de matrices $N \times N$ correspondant à la Réponse Impulsionnelle Finie (FIR) du canal $\mathbf{C}[z]$. Nous pouvons ainsi faire une première remarque:

Remarque 1. Le cas $L = 0$ correspondant à un mélange instantané n'est pas pris en compte dans cet article. Ainsi, nous considérerons que $L > 0$.

Le problème de la déconvolution aveugle MIMO consiste à trouver un filtre LTI $\mathbf{H}[z]$ (l'égaliseur), afin de retrouver les N signaux d'entrée $s_i(n)$, uniquement à partir des observations en sortie du canal $\mathbf{C}[z]$. Il est désormais connu que les

signaux ainsi estimés peuvent être permutés (matrice de permutation \mathbf{P}), et retardés (filtre diagonal $\mathbf{\Lambda}[z]$), de telle façon que $\mathbf{C}[z]\mathbf{H}[z] = \mathbf{\Lambda}[z]\mathbf{P}$. Ainsi, nous pouvons définir les sources estimées avec la relation suivante : $\mathbf{a}(n) = \sum_k \mathbf{H}(n-k)\mathbf{w}(k)$.

Nous considérons par la suite que les entrées du système, $s_i(n)$, sont blanches, indépendantes et identiquement distribuées, de moyenne nulle et de variance unité et que le vecteur $\mathbf{s}(n)$ est stationnaire jusqu'à l'ordre 4. Ainsi, les cumulants marginaux d'ordre 4 :

$$\mathbf{C}_p^q[s_i] = \text{Cum}[\underbrace{s_i(n), \dots, s_i(n)}_{p \text{ terms}}, \underbrace{s_i^*(n), \dots, s_i^*(n)}_{q=r-p \text{ terms}}] \quad (3)$$

sont indépendants de n .

Définition 1: Para-unitaire. Une matrice polynomiale $\mathbf{H}[z]$ de dimensions $N \times N$ est dite para-unitaire si :

$$\mathbf{H}^H[1/z^*]\mathbf{H}[z] = \mathbf{I}_N \quad (4)$$

où \mathbf{I}_N est la matrice identité de taille $N \times N$.

Ainsi, nous considérons que $\mathbf{C}[z]$, $\mathbf{H}[z]$, et $\mathbf{G}[z]$ sont para-unitaires. Nous avons donc la relation suivante :

$$\mathbf{G}[z]\mathbf{G}[1/z^*]^H = \mathbf{H}[z]\mathbf{C}[z]\mathbf{C}^H[1/z^*]\mathbf{H}^H[1/z^*] = \mathbf{I}_N. \quad (5)$$

Remarque 2. L'hypothèse de para-unitarité n'est pas limitative puisqu'il est toujours possible de blanchir les observations en utilisant un filtre de pré-blanchiment (factorisation de la matrice de densité spectrale de puissance).

3 Factorisation de l'égaliseur

Proposition 1: Un filtre FIR para-unitaire $\mathbf{H}[z]$ de dimensions $N \times N$ et de longueur $L \geq 0$ peut être factorisé sous la forme suivante :

$$\mathbf{H}[z] = \mathbf{A}[z]\mathbf{W}_{\ell_b}\mathbf{B}[z] \quad (6)$$

où \mathbf{W}_{ℓ_b} est une matrice unitaire $N \times N$, $\mathbf{A}[z]$ et $\mathbf{B}[z]$ sont des filtres FIR para-unitaires de longueurs respectives ℓ_a et ℓ_b , avec : $0 \leq \ell_a \leq L$, $0 \leq \ell_b \leq L$, et $\ell_a + \ell_b = L$.

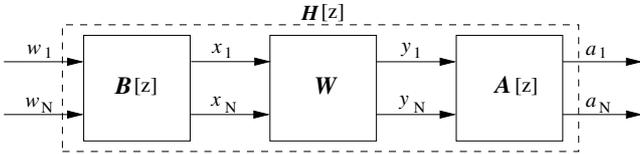


FIG. 2 – Factorisation d'un égaliseur para-unitaire.

Preuve. En reprenant la factorisation para-unitaire de [10] dans le cas complexe, nous obtenons la factorisation suivante pour N entrées :

$$\mathbf{H}[z] = \mathbf{W}_L\mathbf{Z}[z]\mathbf{W}_{L-1}\dots\mathbf{Z}[z]\mathbf{W}_1\mathbf{Z}[z]\mathbf{W}_0 \quad (7)$$

où les \mathbf{W}_p , $p \in \{0, \dots, L\}$, sont des matrices $N \times N$ unitaires, et $\mathbf{Z}[z]$ est une matrice $N \times N$ diagonale :

$$\mathbf{Z}[z] = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{N-1} & 0 \\ 0 & z^{-1} \end{pmatrix}.$$

Ainsi, pour $\ell_a > 0$, nous avons :

$$\mathbf{A}[z] = \mathbf{W}_L\mathbf{Z}[z]\dots\mathbf{W}_{\ell_b+1}\mathbf{Z}[z] \quad (8)$$

et pour $\ell_b > 0$, nous avons :

$$\mathbf{B}[z] = \mathbf{Z}[z]\mathbf{W}_{\ell_b-1}\dots\mathbf{Z}[z]\mathbf{W}_0. \quad (9)$$

Quand $\ell_a = 0$ (respectivement $\ell_b = 0$), nous pouvons remplacer $\mathbf{A}[z]$ (respectivement $\mathbf{B}[z]$) par \mathbf{I}_N . \diamond

3.1 Construction des \mathbf{W}_p

La proposition 1 implique que toutes les matrices \mathbf{W}_p doivent être $N \times N$ unitaires afin d'obtenir un égaliseur para-unitaire. Nous pouvons écrire les matrices unitaires \mathbf{W}_p sous la forme de produits de $M = N(N-1)/2$ rotations de Givens. Les M rotations décrivent toutes les paires (i, j) possibles avec $1 \leq i < j \leq N$. Ainsi, notons $U[i, j](\theta, \phi)$ la rotation de Givens qui agit sur les indices (i, j) , et qui est définie par les angles θ et ϕ :

$$U_{ii}[i, j](\theta, \phi) = U_{jj}[i, j](\theta, \phi) = \cos \theta,$$

et

$$U_{ij}[i, j](\theta, \phi) = -U_{ji}[i, j](\theta, \phi)^* = \sin \theta e^{j\phi},$$

où $U[i, j](\theta, \phi)$ correspond à la matrice identité \mathbf{I}_N sauf pour les 4 entrées précédentes et $j = \sqrt{-1}$. Ainsi, cette méthode nous permet de développer des algorithmes de type "Jacobi" pour l'égaliseur de la proposition 1.

Remarque 3. Pour $N = 2$, chaque matrice unitaire \mathbf{W}_p nécessite une seule rotation puisque dans ce cas $M = 1$:

$$\mathbf{W}_p = \begin{pmatrix} \cos \theta_p & \sin \theta_p e^{j\phi_p} \\ -\sin \theta_p e^{-j\phi_p} & \cos \theta_p \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Ainsi, une seule paire d'angles (θ_p, ϕ_p) est nécessaire pour chaque \mathbf{W}_p .

3.2 Les relations d'entrée-sortie

Nous prendrons la notation suivante pour les cumulants :

$$\Gamma_{eg, fh}^{\mathbf{w}}(\boldsymbol{\nu}) = \text{Cum}[w_e(n - \nu_1), w_f^*(n - \nu_2), w_g(n - \nu_3), w_h^*(n - \nu_4)], \quad (11)$$

où les indices e, f, g, h prennent leurs valeurs dans l'intervalle $\{1, \dots, N\}$, et $\nu_i \in \mathbb{N}, \forall i \in \{1, \dots, 4\}$.

Prenons maintenant les relations d'entrée-sortie du modèle de la figure 2 :

$$a_i(n) = \sum_{q, r, m} A_{iq}(m)W_{qr}x_r(n - m), \quad (12)$$

$$\text{et } x_r(n - m) = \sum_{s, l} B_{rs}(l)w_s(n - m - l). \quad (13)$$

A partir de (12), et grâce à la propriété de multilinéarité des cumulants, nous pouvons exprimer les relations d'entrée-sortie entre les cumulants de \mathbf{x} et les cumulants de \mathbf{a} :

$$\Gamma_{ik, jl}^{\mathbf{a}} = \sum_{abcd} \sum_{\boldsymbol{\tau}} \sum_{qrst} A_{iq}(\tau_1)A_{jr}^*(\tau_2)A_{ks}(\tau_3)A_{lt}^*(\tau_4) W_{qa}W_{rb}^*W_{sc}W_{td}^*\Gamma_{ac, bd}^{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\tau}) \quad (14)$$

avec $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4)$. Puisque \mathbf{a} est la sortie du filtre $\mathbf{A}[z]$, alors $\tau_i \in [0, \dots, \ell_a]$ et tous les indices $a, b, c, d, i, j, k, l, q, r, s, t$ prennent leurs valeurs dans $\{1, \dots, N\}$. Nous pouvons écrire une relation similaire entre les cumulants de \mathbf{w} et les cumulants de \mathbf{x} :

$$\Gamma_{ac,bd}^{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\tau}) = \sum_{\boldsymbol{\rho}} \sum_{efgh} B_{ac}(\rho_1) B_{bf}^*(\rho_2) B_{cg}(\rho_3) B_{dh}^*(\rho_4) \Gamma_{eg,fh}^{\mathbf{w}}(\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\rho}) \quad (15)$$

avec $\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4)$. Dans ce cas $\rho_i \in [0, \dots, \ell_b]$ puisque les entrées sont filtrées par $\mathbf{B}[z]$. La relation d'entrée-sortie globale de l'égaliseur $\mathbf{H}[z]$ peut être déduite facilement en combinant (14) et (15).

4 Contraste utilisé

Maintenant, intéressons-nous au contraste utilisé pour égaliser notre système. Pour séparer les signaux, nous utilisons les statistiques d'ordre supérieur, et plus précisément les cumulants d'ordre 4. Nous pouvons alors faire la proposition suivante:

Proposition 2: *Il est possible de séparer les sources du système en maximisant le contraste suivant:*

$$\Upsilon_{1,4} = \sum_{i=1}^N |\Gamma_{ii,ii}^{\mathbf{a}}|. \quad (16)$$

Dans ce cas, $\Gamma_{ii,ii}^{\mathbf{a}}$ inclut les entrées des matrices \mathbf{W}_p . Ainsi, afin d'estimer $\mathbf{H}[z]$, le critère peut être réécrit sous la forme:

$$\mathbf{H} = \text{Arg max}_{\mathbb{W}} \Upsilon_{1,4} \quad (17)$$

où $\mathbb{W} = \{\mathbf{W}_p, p \in \{0, \dots, L\}\}$.

Ainsi, nous devons trouver toutes les paires (θ, ϕ) , qui maximisent (16) indépendamment des autres paires. Pour atteindre cet objectif, nous devons simplifier (14) en le développant dans un premier temps, puis en regroupant les termes en θ ou ϕ . De cette manière, nous obtenons l'expression suivante:

$$\Gamma_{ii,ii}^{\mathbf{a}} = \sum_{\alpha=0}^4 \left(\sum_{\beta=0}^{4-\alpha} \mathcal{K}_{\alpha}^{2\beta+\alpha-4} (\cos \theta)^{\alpha} (\sin \theta)^{4-\alpha} e^{j(2\beta+\alpha-4)\phi} \right) \quad (18)$$

où chaque $\mathcal{K}_{\alpha}^{2\beta+\alpha-4}$ correspond au produit de 4 entrées de la fonction de transfert $\mathbf{A}[z]$, en fonction des indices a, b, c, d, q, r, s, t , ainsi que α et β . Nous effectuons ensuite les changements de variables $u = \tan \theta$ et $t = \tan \frac{\phi}{2}$.

Afin de trouver les points stationnaires de $\Upsilon_{1,4}$, il est nécessaire de calculer les racines du système polynomial suivant:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(u, t) &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \Upsilon_{1,4}}{\partial u} \\ \Phi_2(u, t) &\stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial \Upsilon_{1,4}}{\partial t} \end{aligned} \right\}. \quad (19)$$

Après quelques simplifications et en considérant uniquement la variable u pour $\Phi_1(u, t)$ et $\Phi_2(u, t)$, puis en regroupant les

termes de même degré en u , le système (19) peut être réécrit sous la forme suivante:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(u, t) &= \sum_{k=0}^4 \lambda_{4-k}(t) u^k \\ \Phi_2(u, t) &= \sum_{k=0}^3 \xi_{3-k}(t) u^k \end{aligned} \right\}. \quad (20)$$

Le système polynomial (20) admet une solution si et seulement si le résultant (déterminant de la matrice de Sylvester) est nul:

$$\begin{vmatrix} \xi_0(t) & 0 & 0 & 0 & \lambda_0(t) & 0 & 0 \\ \xi_1(t) & \xi_0(t) & 0 & 0 & \lambda_1(t) & \lambda_0(t) & 0 \\ \xi_2(t) & \xi_1(t) & \xi_0(t) & 0 & \lambda_2(t) & \lambda_1(t) & \lambda_0(t) \\ \xi_3(t) & \xi_2(t) & \xi_1(t) & \xi_0(t) & \lambda_3(t) & \lambda_2(t) & \lambda_1(t) \\ 0 & \xi_3(t) & \xi_2(t) & \xi_1(t) & \lambda_4(t) & \lambda_3(t) & \lambda_2(t) \\ 0 & 0 & \xi_3(t) & \xi_2(t) & 0 & \lambda_4(t) & \lambda_3(t) \\ 0 & 0 & 0 & \xi_3(t) & 0 & 0 & \lambda_4(t) \end{vmatrix} = 0 \quad (21)$$

Le polynôme obtenu (d'ordre 56) n'admet généralement pas plus de 16 racines réelles. Quand toutes les racines sont trouvées, nous pouvons les tester une à une afin de sélectionner la racine optimale pour le contraste (16).

5 Algorithme

Grâce à l'étude précédente, nous avons pu développer un nouvel algorithme pour le modèle para-unitaire MIMO à N entrées. Il a été implémenté pour $N = 2$. Cet algorithme est résumé dans la figure 3. Afin d'augmenter la précision des angles, nous proposons d'exécuter $T = \lceil \sqrt{L} \rceil + 1$ balayages.

1. Calculer le tenseur de cumulants $\Gamma_{eg,fh}^{\mathbf{w}}(\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\rho})$ défini dans (11) et de longueur $L = \max\{\boldsymbol{\tau}\} + \max\{\boldsymbol{\rho}\}$.
2. Fixer $M = N(N-1)/2$. Initialiser l'égaliseur $\mathbf{H}[z]$ avec $(\theta_k = 0, \phi_k = 0)$, $\forall k \in \{0, \dots, M(L+1)-1\}$.
3. Boucle sur $k = 0, \dots, M(L+1)-1$,
 - (a) Calculer le tenseur de cumulants $\Gamma_{ac,bd}^{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\tau})$,
 - (b) Chercher les paires (θ_k, ϕ_k) qui maximisent $\Upsilon_{1,4}$,
 - (c) Tester les angles (θ_k, ϕ_k) dans \mathbf{U}_k et actualiser les filtres \mathbf{W}_p , $\mathbf{A}[z]$ et $\mathbf{B}[z]$ (avec $p = NL - k$),
4. Retourner en 3 tant qu'il n'y a pas eu T boucles.

FIG. 3 – Algorithme pour N entrées ($N > 1$)

Le fait de prendre $T > 1$ permet d'accroître la précision des angles. En effet, ceux-ci sont initialisés à 0 à l'étape 2.

6 Performances

L'algorithme a été testé sur 100 mélanges complexes FIR de longueur $L = 3$, avec $N = 2$ sources QPSK de variance

unité. Les canaux générés sont para-unitaires afin de préserver le blanchiment à l'ordre 2. Les 4 paires (θ_k, ϕ_k) , pour $0 \leq k \leq M(L+1) - 1$, sont générées suivant une distribution uniforme dans $[0, 2\pi]$. Pour chaque canal, des blocs d'observations bruitées de 800 symboles sont générés puis filtrés tels que: $\mathbf{w}(n) = \sum_{k=0}^L \mathbf{C}(n-k)\mathbf{s}(k) + \rho\mathbf{v}(n)$, où $\mathbf{v}(n)$ est un bruit blanc gaussien complexe et circulaire ayant une matrice de covariance identité. Le paramètre ρ est introduit de manière à contrôler le rapport signal à bruit (SNR) par symbole: $SNR_{dB} = -20 \log_{10} \rho$. L'égaliseur retourné est alors testé avec 2 processus blancs de 5000 symboles chacun afin de calculer le taux d'erreur symbole (SER). La figure 4 nous montre la médiane des résultats des 100 essais. Nous pouvons remarquer que la médiane passe en dessous de la résolution minimale $((2 * 5000 * 100)^{-1} = 10^{-7})$ lorsque le SNR est plus grand que 12dB.

Afin d'observer l'efficacité de cette factorisation exacte, nous avons utilisé le critère de "distance" tel qu'il est décrit dans l'article [2]. Ce critère peut se résumer à un calcul de la norme de Froebenius entre l'égaliseur trouvé, dont chaque ligne est normalisée par son élément de plus grand module, et l'égaliseur optimal obtenu en prenant l'inverse du canal (méthode du *Zero-Forcing*). Ainsi, plus la distance est petite, plus l'égaliseur trouvé est proche de l'égaliseur optimal. La figure 5 compare les "distances" obtenues avec notre méthode par factorisation para-unitaire (en trait plein) et l'algorithme PAJOD (en trait discontinu). Ces résultats témoignent du bon comportement de l'algorithme pour de faibles valeurs de SNR.

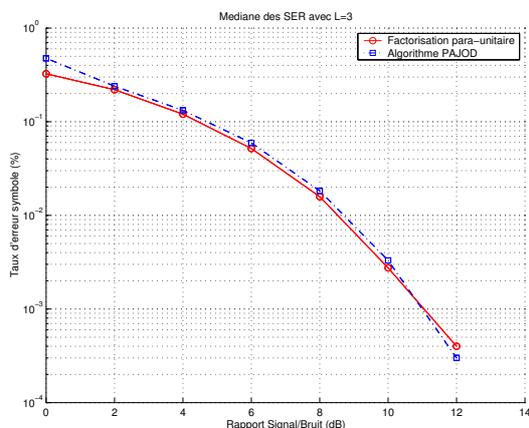


FIG. 4 – Comparaison des taux d'erreur entre PAJOD et la factorisation para-unitaire, pour des canaux de longueur 3 et à partir de 800 symboles QPSK.

7 Conclusions

Dans cet article, nous avons proposé un nouvel algorithme de calcul d'un égaliseur MIMO. Cet algorithme exploite la para-unitarité du canal. Cette para-unitarité peut toujours être obtenue en blanchissant au préalable les observations (l'étape de préblanchiment n'a pas été abordée ici). Le problème d'égalisation se réduit alors à une factorisation de filtres para-unitaires. La complexité de l'algorithme numérique est assez faible puisque le calcul de l'égaliseur s'effectue en cherchant la racine optimale d'un polynôme d'ordre 56. Quant aux résultats des si-

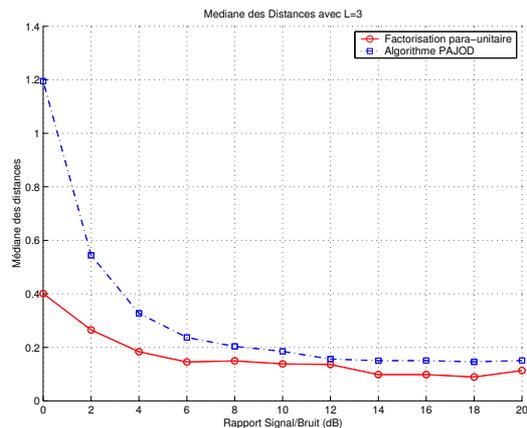


FIG. 5 – Comparaison des "distances" entre PAJOD et la factorisation para-unitaire.

mulations, ils nous montrent que la factorisation exacte para-unitaire permet d'améliorer sensiblement l'égalisation par rapport à l'algorithme PAJOD lorsque le bruit est important, c'est à dire pour un rapport signal à bruit inférieur à 10dB environ.

Références

- [1] P. COMON and E. MOREAU, "Blind MIMO equalization and joint-diagonalization criteria", In *ICASSP'01*, Salt Lake City, May 7-11 2001.
- [2] P. COMON, E. MOREAU, and L. ROTA, "Séparation de mélanges convolutifs par diagonalisation conjointe", In *18eme Colloque Grestis*, Toulouse, 10-13 Sept 2001.
- [3] P. COMON and L. ROTA, "Blind separation of independent sources from convolutive mixtures", *IEICE Trans. on Fundamentals of Elec. Com. Comput. Sciences*, E86-A(3):550-563, March 2003.
- [4] D. DONOHO, "On minimum entropy deconvolution", In Academic Press, editor, *Applied time series analysis II*, pages 565-609, 1981.
- [5] I. FIJALKOW, A. TOUZNI, and J. R. TREICHLER. "Fractionally spaced equalization using CMA: Robustness to channel noise and lack of disparity", *IEEE Trans. Sig. Proc.*, 45(1):56-66, Jan. 1997.
- [6] O. GRELLIER, P. COMON, B. MOURRAIN, and P. TREBUCHET, "Analytical blind channel identification", *IEEE Trans. Signal Processing*, 50(9), September 2002.
- [7] L. ROTA and P. COMON and S. ICART, "Blind MIMO Paraunitary Equalizer", In *ICASSP'03*, Hong Kong, April 6-10 2003.
- [8] O. SHALVI and E. WEINSTEIN, "New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems", *IEEE Trans. Inf. Theory*, 36(2):312-321, Mar. 1990.
- [9] J. K. TUGNAIT. "Identification and deconvolution of multichannel non-gaussian processes using higher order statistics and inverse filter criteria", *IEEE Trans. Sig. Proc.*, 45:658-672, Mar. 1997.
- [10] P. P. VAIDYANATHAN, *Multirate Systems and Filter Banks*. Prentice-Hall, London, 1993.
- [11] A. J. van der VEEN and A. PAULRAJ, "An analytical constant modulus algorithm", *IEEE Trans. Sig. Proc.*, 44(5):1136-1155, May 1996.
- [12] D. YELLIN and E. WEINSTEIN, "Criteria for multichannel signal separation", *IEEE Trans. Sig. Proc.*, 42(8):2158-2168, Aug. 1994.