

Séquences de canalisation chaotiques pour les systèmes CDMA Multicodes

Mourad Khanfouci, Sylvie Marcos
Laboratoire des signaux et systèmes
SUPELEC plateau de moulon
91192, Gif sur Yvette CEDEX (FRANCE)
Email : khanfouci, marcos@lss.supelec.fr

Résumé- Nous proposons dans cette communication une méthode simple et systématique pour la construction/ le choix de séquences d'étalement pour un système d'accès multiple par répartition des codes, basée sur la technique d'étalement du spectre par séquence directe (DS-CDMA) et employant plusieurs séquences par utilisateur. La technique de construction des séquences d'étalement proposée minimise la statistique d'ordre 2 de l'interférence et les séquences d'étalement optimales peuvent être très simplement implémentées par les séquences chaotiques (10, 2)–Markoviennes [5], [7], [8], [20].

I. INTRODUCTION

Les systèmes accès multiple par répartition des codes, employant plusieurs séquences d'étalement par utilisateur, i.e. systèmes CDMA multicodes, ont suscité l'intérêt d'une communauté de plus en plus importante de chercheurs en traitement du signal et en communications numériques [4], [11], [14]–[16], [19].

En effet, les systèmes CDMA multicodes permettent d'augmenter le débit de transmission des utilisateurs du système en gardant les avantages des systèmes CDMA conventionnels, i.e. résistance à une interférence bande-étroite, faible probabilité d'interception, résistance aux multi-trajets, etc.

Néanmoins, l'emploi de plusieurs séquences d'étalement par utilisateur, réduit de façon dramatique les ressources disponibles dans le domaine des codes [14], ce qui induit une interférence inter-utilisateurs nettement plus importante que pour les systèmes CDMA conventionnels et détériore les performances du système, évaluées en termes de taux d'erreurs binaires (TEB) [18].

Ce problème a donné lieu à tout un ensemble de travaux sur l'optimisation et le partage des ressources du système dans le domaine des codes [2], [3], [10], [14], [16], [21].

Dans [2], [3], [14], [21] les auteurs ont proposé, des procédures d'allocation dynamique des séquences d'étalement, appelées encore codes de canalisation. Cette procédure se base sur le *partage* d'une ou d'un groupe de séquences d'étalement pour un groupe d'utilisateurs actifs dans le système. Le contrôle du débit des utilisateurs peut se faire

en choisissant, en plus du nombre des séquences d'étalement, une constellation de modulation différente [14]. Les séquences d'étalement considérées sont des séquences orthogonales, obtenues à partir des séquences de Hadamard [16], ou encore des *séquences composites* obtenues par un mélange de séquences de Hadamard avec des séquences pseudo-aléatoires conventionnelles [13].

Dans cette contribution, on propose une autre solution au problème de la saturation des performances du système CDMA multicode. Cette solution se base sur une construction de séquences de canalisation, minimisant les statistiques d'ordre 2 de l'interférence inter-utilisateurs du système. Les séquences optimales ainsi définies peuvent être alors implémentées en utilisant les séquences chaotiques (10, 2)–Markoviennes [5], [7], [8], [20].

Dans la section II nous allons détailler un modèle analytique du système CDMA multicodes, employant des séquences d'étalement BPSK très générales, considéré en lien montant et en situation de contrôle parfait des puissances. On décrira les interférences associées au système multicode ainsi que les performances du système en approximation Gaussienne ainsi que le profil de corrélation aperiodique optimal associé [12].

Nous décrirons dans la section III le formalisme associé aux séquences d'étalement chaotiques Markoviennes en montrant que l'on peut générer les séquences de canalisation optimales du système en modifiant correctement le générateur chaotique associé [20].

Dans la section IV on présentera une validation des séquences proposées en considérant différents scénarii de simulation, en montrant que les performances des séquences proposées sont nettement supérieures à celles des séquences de canalisation orthogonales et mélangées.

On finira par une conclusion et quelques remarques dans la section V.

II. MODÈLE DU SYSTÈME ET FORMULATION DU PROBLÈME

Considérons un modèle très général du système CDMA multicodes, en lien montant et en situation de contrôle parfait des puissances où chaque utilisateur emploie L_k séquences d'étalement, prises dans un ensemble de séquences $\mathcal{A}_k = \{a_{k,0}(t), \dots, a_{k,L_k-1}(t)\}$. Le signal mélange $r(t)$ à la

sortie du système s'exprime comme

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=0}^{L_k-1} b_k(mL_k + l) a_{k,l}(t - mT_s - \tau_k) + n(t) \quad (1)$$

où $\{b_k(n)\}_{n=0}^{L_k-1}$ est un bloc de L_k symboles de l'utilisateur k , transmis sur les L_k canaux parallèles associés aux séquences \mathcal{A}_k , T_s est la période symbole, τ_k est le retard d'accès de l'utilisateur k , K est le nombre des utilisateurs actifs dans le système et $n(t)$ est un bruit additif Gaussien et réel de densité spectrale de puissance $\sigma_n^2 = N_0/2$. La statistique de décision associée à la voie p d'un récepteur conventionnel [11] associé à l'ensemble des séquences \mathcal{A}_1 pour l'utilisateur 1 et le symbole $m = 0$, peut se mettre sous la forme

$$z_{1,p}(0) = b_1(p)T_s + \sum_{l=0, l \neq p}^{L_1-1} b_1(l)\rho_{p,l}^{(1)} + \sum_{k=2}^K \int_0^{T_s} S^{(k)}(t - \tau_k) a_{1,p}(t) dt + \eta_{1,p} \quad (2)$$

où $S^{(k)}(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=0}^{L_k-1} b_k(mL_k + l) a_{k,l}(t - mT_s)$, est le signal transmis par l'utilisateur k , $\rho_{p,l}^{(1)} = \int_0^{T_s} a_{1,l}(t) a_{1,p}(t) dt$ est le coefficient de corrélation entre les séquences $a_{1,l}(t)$ et $a_{1,p}(t)$ de l'utilisateur 1 et $\eta_{1,p}$ est un bruit filtré par la séquence $a_{1,p}(t)$. L'expression (2) montre la présence de deux interférences limitant les performances du système CDMA multicodes. Une interférence *inter-voies*, appelée encore interférence intra-utilisateur et déterminée par $I_{1,p} = \sum_{l=0, l \neq p}^{L_1-1} b_1(l)\rho_{p,l}^{(1)}$ et une interférence inter-utilisateurs, déterminée par $M_{1,p} = \sum_{k=2}^K \int_0^{T_s} S^{(k)}(t - \tau_k) a_{1,p}(t) dt$. L'approximation Gaussienne [11] de l'interférence $\mathcal{I}_{1,p}$, donnée par $\mathcal{I}_{1,p} = I_{1,p} + M_{1,p}$, permet d'évaluer très simplement la probabilité d'erreur du système par

$$P_e \approx Q \left(\sqrt{\frac{1}{\sigma_{\mathcal{I}_{1,p}}^2 + N \frac{N_0}{2}}} \right) \quad (3)$$

où $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy$, N est le facteur d'étalement et $\sigma_{\mathcal{I}_{1,p}}^2$ est la statistique d'ordre 2 de l'interférence totale du système $\mathcal{I}_{1,p}$. L'optimisation des performances du système CDMA multicode asynchrone est équivalente dans le contexte de l'approximation Gaussienne au choix/construction des séquences d'étalement qui minimisent $\sigma_{\mathcal{I}_{1,p}}^2$, la statistique d'ordre 2 de l'interférence $\mathcal{I}_{1,p}$. Le moment d'ordre 2 de l'interférence peut être réécrit comme

$$\sigma_{\mathcal{I}_{1,p}}^2 = \frac{(L_1 - 1)}{N^2} + \frac{T_s^2}{3N^3} \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L_k-1} \{2\mu_{k,p,1,l}(0) + \mu_{k,p,1,l}(1)\} \quad (4)$$

où $\mu_{k,p,1,l}(n) = \sum_{\nu=1-N}^{N-1} C_{k,p,1,l}(\nu) C_{k,p,1,l}(\nu + n)$ et $C_{k,p,1,l}(\nu)$ est la fonction de corrélation aperiodique de

Pursley [12], donnée par

$$C_{k,p,1,l}(\nu) = \begin{cases} \sum_{m=0}^{N-n-1} a_{p,m}^{(k)} a_{l,m+\nu}^{(1)} & \text{si } 0 \leq n \leq N-1 \\ \sum_{m=0}^{N+n-1} a_{p,m}^{(k)} a_{l,m-\nu}^{(1)} & \text{si } 1-N \leq n < 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (5)$$

En considérant l'hypothèse asymptotique des facteurs d'étalement très grands, i.e. $N \gg 1$, $\sigma_{\mathcal{I}_{1,p}}^2$ est déterminé par l'interférence inter-utilisateurs $M_{1,p}$. Le profil de corrélation aperiodique $C_{\text{opt}}(\nu)$ minimisant $\sigma_{\mathcal{I}_{1,p}}^2$ est identique au profil optimal pour les systèmes CDMA conventionnels. Il est donné par

$$C_{\text{opt}}(\nu) = (N - |\nu|) (-r)^\nu \quad (6)$$

avec $r = 2 - \sqrt{3}$. Nous proposons d'implémenter les séquences optimales ainsi construites par le biais de séquences chaotiques (10,2)-Markoviennes. Ces séquences ont été récemment proposées pour l'optimisation des systèmes CDMA, munis d'une détection multi-utilisateurs linéaires [20].

III. SÉQUENCES CHAOTIQUES MARKOVIENNES

Les séquences chaotiques Markoviennes peuvent être décrites par les équations de transitions d'état et d'observation suivantes [1].

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= f(x_n) + \epsilon w_n \\ \tilde{a}_n &= \tilde{Q}(x_n) \end{aligned} \quad (7)$$

avec $n \in \{0, \dots, N-1\}$, x_0 est la condition initiale, appelée encore état initial du système, $f(\cdot)$ est le générateur chaotique du système, et $\tilde{Q}(\cdot)$ est une fonction de quantification, w_n est un bruit d'état, associé à l'évolution du système $\{x_k\}_{k=0}^{N-1}$ et ϵ une constante réelle tel que $\epsilon \ll 1$. Dans ce travail, on s'intéressera à des générateurs chaotiques très simples, où $f(x)$ est une fonction linéaire par parties, affine et Markovienne [5], [8], [20]. On définira le générateur $f(x)$ sur une partition $\mathcal{C}(N_p)$ de l'intervalle réel $I = [0, 1]$ et de cardinalité N_p . La distribution du bruit d'état $f_{w_n}(w_n)$ est la distribution invariante $\tilde{f}(x)$ du système [1], [9]. Dans notre cas, cette distribution invariante est la distribution uniforme $\mathcal{U}_I(x)$ [1].

La séquence binaire, $\{\tilde{a}_n\}_{n=0}^{N-1}$, obtenue par la quantification du système dynamique (7) est utilisée pour construire la séquence d'étalement BPSK $a_k(t)$ de la manière suivante.

On génère, tout d'abord la condition initiale, $x_0^{(l)}$ de manière i.i.d. à partir de la distribution invariante du système $\tilde{f}(x) = \mathcal{U}_I(x)$, ensuite, la séquence $\{\tilde{a}_n\}_{n=0}^{N-1}$ est construite à partir de la condition initiale $x_0^{(l)}$ et les équations de transition et d'observation (7). La séquence d'étalement $a_k(t)$ est alors construite par modulation BPSK de la séquence $\{\tilde{a}_n\}_{n=0}^{N-1}$.

Les propriétés de corrélation aperiodique des séquences Markoviennes peuvent être très simplement évaluées en

¹Le n -ième chip de la séquence $a_k(t)$ est donné par $a_{k,n} = (-1)^{\tilde{a}_n}$

utilisant la matrice de transition \mathcal{K} du système chaotique [20].

Les entrées $\mathcal{K}_{i,j}, i, j = 0, \dots, N_p - 1$ représentent la proportion de l'élément $I_i \in \mathfrak{C}$, transformée en I_j par les compositions successives du générateur $f(\cdot)$. On peut alors écrire les éléments de la matrice \mathcal{K} comme :

$$\mathcal{K}_{i,j} = \frac{\mu(I_i \cap f^{-1}(I_j))}{\mu(I_i)} \quad i, j \in \{0, \dots, N_p - 1\} \quad (8)$$

où $\mu(\cdot)$ est la mesure standard de Lebesgue associée à la distribution invariante du système ².

La fonction d'auto-corrélation aperiodique moyenne des séquences peut être exprimée par la forme quadratique suivante

$$C(n) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} \tilde{Q}(I_i) \mathcal{K}_{i,j}^{(n)} \tilde{Q}(I_j) \quad (9)$$

où la matrice $\mathcal{K}^{(n)}$ est la n -ième puissance de la matrice de transition \mathcal{K} . Par convention $\mathcal{K}^{(0)}$ est la matrice identité $N_p \times N_p$.

En rajoutant une queue de t_p décalages au générateur N_p -Markovien, il est possible de construire très simplement une famille de séquences d'étalement chaotiques, ayant des profils d'auto-corrélation aperiodiques à décroissance exponentielle.

Un exemple typique de ces séquences (N_p, t_p) -Markoviennes est donné par le générateur $f(x)$ de la figure (1). En utilisant (8) et (9)

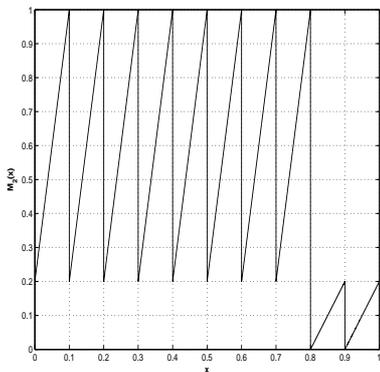


Fig. 1. Générateur $(10, 2)$ -Markovien

il est possible, là encore d'évaluer la fonction d'auto-corrélation aperiodique moyenne des séquences (N_p, t_p) -Markoviennes. On peut montrer que cette fonction s'exprime comme

$$C(n) = \begin{cases} N & \text{si } n = 0 \\ (N - |n|)h^n & \text{sinon} \end{cases} \quad (10)$$

Le paramètre h est donné en fonction des paramètres du générateur comme $h = \frac{-t_p}{N_p - t_p}$. Il est donc possible de générer une variété de séquences d'étalement BPSK ayant

²Pour tout élément I_i de la partition \mathfrak{C} , on a $\mu(I_i) = \int_{I_i} \mathcal{U}_I(x) dx$

des profils d'auto-corrélation à décroissance exponentielle par un réglage des paramètres N_p et t_p du générateur chaotique $f(\cdot)$.

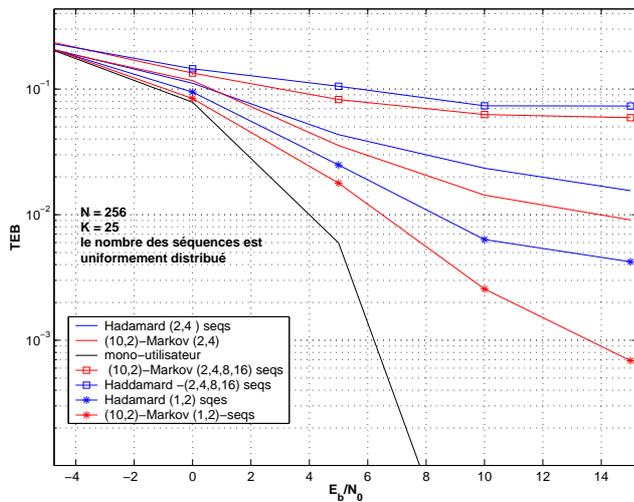
Pour le choix particulier de $N_p = 10$ et $t_p = 2$, on obtient une famille de séquences avec $h = -0.25$ ce qui correspond au profil d'auto-corrélation aperiodique optimal $r = 2 - \sqrt{3}$, décrit dans la section II. Nous proposons donc d'utiliser les séquences $(10, 2)$ -Markoviennes comme des séquences de canalisation dans le système CDMA multicodes décrit précédemment. Nous allons évaluer dans la section (IV) les performances des séquences proposées.

IV. RÉSULTATS DE SIMULATION

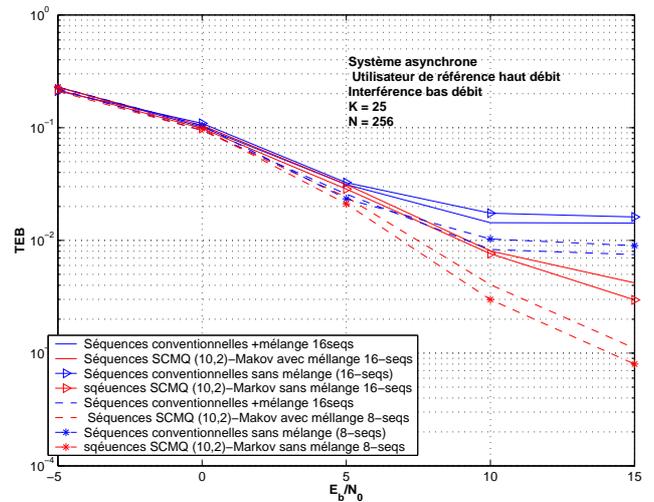
Dans la figure (2), nous avons comparé les performances des séquences de canalisation $(10, 2)$ -Markoviennes et celles de schémas de canalisation classiques, basés sur l'emploi de séquences binaires orthogonales, i.e. séquences de Hadamard [6], en considérant des séquences de mélange de Gold de période $N_m = 511$. Le facteur d'étalement est fixé à $N = 256$. On considère des systèmes CDMA multicodes asynchrones en situation de contrôle parfait des puissances avec $K = 25$ utilisateurs. Afin d'illustrer les performances des séquences proposées dans des situations de débit non-homogène des utilisateurs, nous avons considéré que le nombre des séquences par utilisateur L_k est défini comme $L_k \in \{1, 2, \dots, L_{\max}^{(k)}\}$. Dans la figure (2(b)), nous avons augmenté le débit de l'utilisateur de référence, i.e. l'utilisateur 1, en gardant la même configuration de l'interférence inter-utilisateurs que dans les systèmes CDMA conventionnels, i.e. $\{L_{\max}^{(k)} = 1\}_{k=2}^K$. Nous appellerons ce cas "interférence bas-débit". Dans la figure (2(a)), nous avons fixé le débit de l'utilisateur de référence à $R_1 = 1/N$, i.e. $L_{\max}^{(1)} = 1$, le nombre de séquences L_k des utilisateurs contribuant à l'interférence est alors uniformément choisi dans $\{1, 2, \dots, L_{\max}^{(k)}\}$, avec $L_{\max}^{(k)} = 2, 4, 8, 16$ séquences respectivement. Dans les deux résultats proposés, on constate la supériorité des performances des séquences $(10, 2)$ -Markoviennes par rapport aux séquences de Hadamard et séquences de Hadamard mélangées.

V. CONCLUSION

Nous avons proposé dans cette communication une nouvelle optimisation des séquences d'étalement pour le système CDMA multicodes et asynchrone, considéré en situation de contrôle parfait des puissances et employant des séquences BPSK ainsi qu'une mise en forme rectangulaire des chips. L'optimisation proposée dans ce travail consiste à construire des séquences d'étalement à partir de séquences chaotiques Markoviennes pour minimiser les statistiques d'ordre 2 de l'interférence à accès multiple du système. Nous avons évalué les performances des séquences d'étalement ainsi construites, et comparé leurs performances par rapport aux séquences classiques de Hadamard, mélangées par des séquences PN linéaires [17]. Nos résultats montrent que l'on peut améliorer d'au moins



(a) Interférence bas- débit



(b) Interférence haut- débit

Fig. 2. Performances des séquences (10, 2)–Markoviennes

2 dB les performances, en termes de TEB du système par l'emploi des séquences (10, 2)–Markoviennes.

REFERENCES

- [1] M.C.MacKey A.Lasota. *Chaos fractals and noise*. Springer-Verlag, 1994.
- [2] R.D.Gitlin C.Lin. Multi-Code CDMA Wireless Personal communications Networks. *Proceedings of the ICC'95*, pages 1060–1064, 1995.
- [3] R.D.Gitlin C.Lin, G.P.Pollini. Performance of Multi-Code CDMA. *Proceedings of the IEEE Golbal communication conference, GLOBECOM'95*, pages 907–911, 1995.
- [4] V.K.Bhargava D.I.Kim. Performance of Multidimensional Multicode DS-CDMA using code diversity and error detection. *IEEE transactions on communications*, 49(5) :875–887, May 2001.
- [5] R. Rovatti G. Mazzini. Interference minimisation based on correlation shaping in asynchronous DS-CDMA. *Electronics Letters*, 35(13) :1054–1055, 1998.
- [6] G.E.Bottomley. Signature sequence selection in a CDMA system with orthogonal coding. *IEEE Transactions on Vehicular technology*, 42(1) :62–68, February 1993.
- [7] R.Rovatti G.Mazzini, G.Setti. Chaotic complex spreading sequences for asynchronous DS-CDMA part : II, some theoretical performance bounds. *IEEE transactions on circuits and systems*, 45(4) :496–506, April 1998.
- [8] G.Mazzini,G.Setti, R.Rovatti. Chaotic complex spreading sequences for asynchronous DS-CDMA Part : I, System modeling and results. *IEEE transactions on circuits and systems*, 44(10) :937–947, October 1997.
- [9] G.Setti,G.Mazzini,R.Rovatti,S.Callegari. Statistical modeling of discrete-time chaotic process-Basic finite dimensional tools and applications. *Proceedings of the IEEE*, 90(5) :662–690, May 2002.
- [10] J.Zou ,V.K.Bhagrava. Design issues in a CDMA cellular system with heterogenous traffic types. *IEEE Transactions on vehicular technology*, 47(3) :871–883, August 1998.
- [11] K.B.Letaief and al. Multicode high speed transmission of wireless mobile communications. *IEEE Global communication conference, GLOBECOM'95*, 3 :1835–1839, november 1995.
- [12] M.B.Pursley. Performance evaluation of phase coded SSMA part I : System analysis. *IEEE transactions on communications*, 25(8) :795–799, August 1977.
- [13] Q.Wang Mo-Han.Fan, V.K.Bhargava. Concatenated orthogonal/PN spreading sequences and their application to cellular DS-CDMA Systems with integrated traffic. *IEEE Journal on selected areas in communications*, 14(3) :547–558, April 1996.
- [14] L.B.Milstein N.Guo. On rate-variable multidimensional DS/SSMA with sequence sharing. *IEEE Journal on selected areas in communications*, 17(5) :902–916, May 1999.
- [15] F.Gourge P.Agin. Comparison between Multicode with fixed spreading and single with variable spreading operation in UTRA/TDD. *IEEE Workshope in signal processing advances in Wireless communications*, pages 325–328, 1999.
- [16] D.V.Sarwate P.K.Engel. Spread-Spectrum Multiple-Access of orthogonal Codes : Linear Receivers. *IEEE Transactions on communications*, COM-35(12) :1309–1319, December 1987.
- [17] R.Padovani. Reverse link performance of IS-95 based cellular systems. *IEEE Transactions on personal Communications*, pages 28–34, 1994.
- [18] R.Zhang and al. BER performance comparison of single code and multicode DS/CDMA channelization schemes for high rate data transmission. *IEEE Communication letters*, 5(2) :67–69, February 2001.
- [19] H.W.Lee et D.K.sung S.J.Lee. Capacities of single code and multicode DS-CDMA system accomodating multiclasse services. *IEEE Transactions on vehicular technology*, 48 :376–384, Mars 1999.
- [20] M.Khanfouci S.Marcos. Performances des séquences Markoviennes linéaires par parties (PLM) dans un système AMRC asynchrone. *GRETSI'03*, 2 :43–48, September 2003.
- [21] H.Kikuchi H.Watanabe J.Zhu S.Sasaki. Performances evaluation of parallel combinatory SSMA in Rayleigh fading channels. *Proceedings of ISSTA'94*, pages 198–202, 1994.