

# Filtrage matriciel multicomposante et estimation de la polarisation

Caroline PAULUS, Jérôme I. MARS

Laboratoire des Images et des Signaux  
961 rue de la Houille Blanche, BP46,  
38402 St-Martin d'hères cedex, France

caroline.paulus@lis.inpg.fr, jerome.mars@lis.inpg.fr

**Résumé** – Ce papier présente une méthode de séparation des ondes polarisées reçues sur des réseaux de capteurs multicomposantes. Cette méthode est basée sur la diagonalisation d'une matrice spectrale large bande multicomposante assurant la prise en compte de toute l'information disponible. De plus, une méthode permettant l'analyse de la polarisation de ces ondes à partir de la matrice spectrale est aussi proposée. Enfin, les performances du filtrage sont testées sur des données synthétiques et comparées à une autre méthode multicomposante.

**Abstract** – This paper presents a method of separation of polarized waves received on multicomponent sensors arrays. This method is based on the diagonalisation of a multicomponent wide band spectral matrix ensuring the taking into account of all the available information. Moreover, one method allowing the polarization analysis of the waves using the spectral matrix terms is also proposed. Finally, performances of filtering are tested on synthetic data and compared to another multicomponent method.

## 1 Introduction

Les capteurs multicomposantes (2C, 3C ou 4C) sont de plus en plus utilisés pour les acquisitions sismiques. Ils peuvent enregistrer le déplacement dans plusieurs directions de l'espace ainsi que les variations de pression. Le développement de traitements adaptés à ce type de données est nécessaire. Le but de ce travail est de présenter une méthode permettant d'une part le débruitage de données sismiques multicomposantes et la séparation des différents champs d'ondes ou encore l'estimation de la polarisation des ondes. Cette méthode, appelée filtrage matriciel large-bande multicomposante [6], dérivée de la méthode monocomposante [3, 7], prend en compte l'information de polarisation et traite les différentes composantes de façon globale et non indépendamment. Le principe utilisé est celui de la décomposition en valeurs propres d'une matrice spectrale pour permettre une séparation efficace de l'espace des données de départ en deux espaces complémentaires (sous-espace signal et sous-espace bruit). Les résultats obtenus sur des données synthétiques sont présentés afin d'évaluer les performances de la méthode.

## 2 Filtrage matriciel large-bande multicomposante

### 2.1 Modèle et définition de la matrice spectrale

On considère une antenne linéaire uniforme constituée de  $N_x$  capteurs chacun ayant  $N_c$  composantes. Les données enregistrées dépendent de trois paramètres : le temps d'enregistrement ( $N_t$  échantillons), la distance (ou offset)

et la direction. Par suite du théorème de superposition, le signal reçu sur les trois composantes d'un capteur de l'antenne est une combinaison linéaire des  $P$  ondes polarisées reçues à laquelle s'ajoute un bruit aléatoire blanc, indépendant des ondes.

L'utilisation de la matrice spectrale a été introduite en géophysique par Samson [7] dans le cas de signaux monocomposantes à bande étroite. Nous généralisons au cas de signaux large bande et multicomposantes. Pour ce faire, l'utilisation de long-vecteurs est nécessaire et permet de ne pas avoir à utiliser des tenseurs de taille trop importante. Ainsi, le cube des données sismiques de taille  $(N_x, N_f, N_c)$  est déplié pour former un vecteur de taille  $(N_x N_f N_c)$  contenant les  $N_f$  canaux fréquentiels de chaque composante de chaque capteur :

$$\underline{W} = [\underline{X}(f_1)^T, \dots, \underline{X}(f_{N_f})^T, \underline{Y}(f_1)^T, \dots, \underline{Y}(f_{N_f})^T, \underline{Z}(f_1)^T, \dots, \underline{Z}(f_{N_f})^T]^T \quad (1)$$

avec  $\underline{X}(f_i)$ ,  $\underline{Y}(f_i)$  et  $\underline{Z}(f_i)$  des vecteurs de taille  $(N_x)$  qui correspondent respectivement à la  $i^{eme}$  composante fréquentielle du signal reçu sur les  $N_x$  capteurs des composantes X, Y and Z ( $N_c = 3$ ).

Ces signaux sont de la forme :

$$\underline{W} = \underline{S} \cdot \underline{A} + \underline{B} \quad (2)$$

avec  $\underline{S}$ , une matrice décrivant la propagation des  $P$  ondes de taille  $(N_x N_f N_c, P)$ ;  $\underline{A}$ , un vecteur de taille  $(P, 1)$  correspondant à l'amplitude de chaque onde et  $\underline{B}$  un bruit additif, temporellement et spatialement blanc, non polarisé et de densité spectrale de puissance  $\sigma_b^2$ .

La matrice spectrale large-bande multicomposante de dimension  $(N_x N_f N_c, N_x N_f N_c)$  est donc définie par :

$$\underline{\Gamma} = E\{\underline{W} \cdot \underline{W}^H\} \quad (3)$$

avec  $^H$  l'opérateur transposé conjugué. Cette matrice est constituée des matrices spectrales large-bande monocomposantes associées aux composantes X, Y, Z situées sur les blocs de la diagonale principale et des matrices spectrales large-bande inter-composantes. Ces dernières contiennent l'information relative à l'interaction entre deux composantes et à la polarisation des ondes reçues.

Cette matrice spectrale est composée de plusieurs termes. Le premier correspond à l'interaction des ondes avec elles-mêmes, le deuxième correspond à l'interaction des ondes entre elles et le dernier correspond au bruit. Ayant une seule observation disponible, il est nécessaire d'utiliser un opérateur de moyenne pour estimer cette matrice. Il doit permettre de diminuer l'influence des deux derniers termes et ainsi décorrélés les ondes du bruit et décorrélés les ondes entre elles. Il a aussi pour rôle d'augmenter le rang de la matrice spectrale. En pratique, ce moyennage est réalisé à l'aide de lissages spatiaux et fréquentiels qui permettent d'obtenir à partir d'une unique observation plusieurs réalisations  $K$  en opérant des décalages spatiaux-fréquentiels [8].

## 2.2 Estimation du sous-espace signal

Une fois la matrice spectrale  $\underline{\underline{\Gamma}}$  estimée, deux étapes sont nécessaires : la diagonalisation puis la projection des données initiales sur les vecteurs propres appartenant au sous-espace signal.

**Diagonalisation et étude des valeurs propres :** D'après les hypothèses émises dans la section précédente, nous obtenons :

$$\underline{\underline{\Gamma}} = \underline{\underline{S}} \cdot \underline{\underline{\Gamma}}_A \cdot \underline{\underline{S}}^H + \sigma_b^2 \cdot \underline{\underline{I}} \quad (4)$$

Si  $\underline{\underline{\Gamma}}_A = E[\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{A}}^H]$  est non singulière (ondes partiellement corrélées ou décorrélées) et les colonnes de  $\underline{\underline{S}}$  sont linéairement indépendantes, le rang de  $\underline{\underline{\Gamma}}_s = \underline{\underline{S}} \cdot \underline{\underline{\Gamma}}_A \cdot \underline{\underline{S}}^H$  est  $P$ . La matrice  $\underline{\underline{\Gamma}}$  étant carrée, elle peut être diagonalisée par une décomposition en valeurs propres [2] selon la formule :

$$\underline{\underline{\Gamma}} = \underline{\underline{U}} \cdot \underline{\underline{\Lambda}} \cdot \underline{\underline{U}}^H = \sum_{i=1}^{N_x N_f N_c} \lambda_i \underline{\underline{u}}_i \underline{\underline{u}}_i^H \quad (5)$$

- $\underline{\underline{\Lambda}} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{N_x N_f N_c})$  est une matrice diagonale contenant les valeurs propres  $\lambda_i$  représentant l'énergie associée au vecteur propre  $\underline{\underline{u}}_i$  ;
- $\underline{\underline{U}}$  contient les vecteurs propres  $\underline{\underline{u}}_i$ .

Les valeurs propres  $\lambda_i$  sont arrangées par ordre décroissant :

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{N_x N_f N_c} \geq 0 \quad (6)$$

Si l'on considère l'équation (5),  $\underline{\underline{\Gamma}}$  possède  $N_x N_f N_c$  valeurs propres. Cependant, la propriété de rang énoncée précédemment implique que :

- les  $(N_x N_f N_c) - P$  plus petites valeurs propres sont égales à  $\sigma_b^2$  ;
- les vecteurs propres correspondant à ces valeurs propres sont orthogonaux aux colonnes de la matrice  $\underline{\underline{S}}$ .

Par conséquent, l'espace généré par les plus petites valeurs propres est appelé sous espace bruit et son complémentaire, le sous espace signal.

**Réduction d'espaces :** Il est alors possible de réaliser une séparation de l'espace initial des données en deux

sous-espaces : le sous-espace signal ( $\underline{\underline{\Gamma}}_s$ ) et le sous-espace bruit ( $\underline{\underline{\Gamma}}_b$ ), le but étant d'améliorer le RSB et de séparer les ondes entre elles. L'estimation du nombre de valeurs propres caractérisant  $\underline{\underline{\Gamma}}_s$  se fait à l'aide de méthodes statistiques, ou par observation de la décroissance des valeurs propres. Ce nombre de valeurs propres est égal à  $P$  (le nombre d'ondes) dans le cas où le bruit est spatialement blanc et décorrélé du signal. Ainsi,  $\underline{\underline{\Gamma}}$  se décompose :

$$\underline{\underline{\Gamma}} = \sum_{i=1}^P \lambda_i \underline{\underline{u}}_i \underline{\underline{u}}_i^H + \sum_{i=P+1}^{N_x N_f N_c} \lambda_i \underline{\underline{u}}_i \underline{\underline{u}}_i^H = \underline{\underline{\Gamma}}_s + \underline{\underline{\Gamma}}_b \quad (7)$$

**Projection sur le sous-espace signal :** Le long-vecteur contenant les données initiales  $\underline{\underline{W}}$  est projeté sur le sous-espace signal :  $\sum_{i=1}^P \langle \underline{\underline{W}}, \underline{\underline{u}}_i \rangle \cdot \underline{\underline{u}}_i$ . puis il est réarrangé sous la forme d'un cube de données (opération inverse de Eq.(1)). Enfin, une transformée de Fourier inverse est réalisée pour repasser dans le domaine temps-distance.

## 3 Analyse de la polarisation

La polarisation caractérise le mouvement d'une particule du sol au passage d'une onde sismique [5, 9]. L'étude de la polarisation d'une onde consiste à établir les relations d'amplitude et de phase de cette onde sur les capteurs multicomposantes.

Une fois les ondes séparées, leurs paramètres de polarisation peuvent être caractérisés en fonction des éléments de la matrice spectrale  $\underline{\underline{\Gamma}}_s$  résultant du filtrage de cette onde. Pour une fréquence donnée  $f$  et un capteur  $n$ ,  $\underline{\underline{\Gamma}}_s(n, f)$  peut s'exprimer :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\Gamma}}_s(n, f) &= \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Gamma}}_{s_{X,X}}(n, f) & \underline{\underline{\Gamma}}_{s_{Z,X}}(n, f) \\ \underline{\underline{\Gamma}}_{s_{X,Z}}(n, f) & \underline{\underline{\Gamma}}_{s_{Z,Z}}(n, f) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_1^2 & A_1 A_2 e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} \\ A_1 A_2 e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} & A_2^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

avec  $(A_1/A_2)$  et  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  respectivement le rapport d'amplitude et le déphasage entre les deux composantes. Les paramètres de polarisation ( $\beta$  and  $\theta$ ) représentent le rapport entre le petit axe et le grand axe de l'ellipse de polarisation,  $\tan(\beta)$ , et l'angle que fait cette même ellipse avec l'axe des abscisses. On rappelle que l'ellipse de polarisation correspond au tracé de l'amplitude de la composante Z sur le capteur  $n$  en fonction de l'amplitude de la composante X sur la capteur  $n$ . De plus, Le signe de  $\beta$  indique le sens dans lequel l'ellipse est décrite. En utilisant les résultats présentés dans [1], on peut montrer que :

$$\sin(2\beta) = \frac{2A_1 A_2}{A_1^2 + A_2^2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{i(\underline{\underline{\Gamma}}_{X,Z}(n, f) - \underline{\underline{\Gamma}}_{Z,X}(n, f))}{\underline{\underline{\Gamma}}_{X,X}(n, f) + \underline{\underline{\Gamma}}_{Z,Z}(n, f)} \quad (9)$$

Ainsi,  $\beta$  est entièrement déterminé par les éléments de la matrice spectrale. Si l'on considère l'onde comme étant monochromatique,  $\beta$  est indépendant de la fréquence. Néanmoins, l'estimation sera meilleure si la fréquence choisie pour estimer  $\beta$  est proche de la fréquence centrale de l'ondelette.

$\theta$  est estimé en réalisant une analyse en composante principale (ACP) sur l'ellipse de polarisation. Le premier axe principal trouvé correspond au grand axe de l'ellipse. On en déduit ainsi la valeur de  $\theta$ .

## 4 Applications

La méthode est appliquée sur un jeu de données 2C synthétiques dans le but d'améliorer le RSB et d'estimer la polarisation des ondes.

### 4.1 Filtrage de données

Les données utilisées sont reçues sur une antenne synthétique linéaire uniforme de 20 capteurs à 2 composantes (X : composante horizontale et Z : composante verticale) sur 128 échantillons. L'onde présente (Fig.1) possède une vitesse apparente négative et une polarisation elliptique. Le rapport d'amplitude entre la composante X et Z est de 0.7 et le déphasage inter-composante est de 0.8 rad. A ce modèle s'ajoute un bruit aléatoire blanc (Fig.3). Le RSB sur la composante X est de -2 dB et de -4 dB sur la composante Z. Les données filtrées (Fig.5) sont obtenues par projection des données bruitées sur le premier vecteur propre de la matrice spectrale. Le filtrage permet de récupérer l'onde et d'enlever la majeure partie du bruit comme nous pouvons le constater sur la Figure 6 qui représente la différence entre l'onde obtenue par filtrage (Fig.5) et le modèle (Fig.1).

Nous avons voulu tester la méthode de filtrage 3DSVD [4] sur les mêmes données pour comparer les résultats. La Figure 9 correspond à l'onde filtrée par la 3DSVD et la Figure 10 à la différence entre cette onde et le modèle. On constate qu'une certaine partie de l'onde n'a pas été correctement filtrée et a donc été rejeté dans le sous espace bruit. Pour une comparaison quantitative, nous avons calculé l'erreur quadratique moyenne entre le modèle et l'onde filtré. Avec la matrice spectrale, l'erreur est de  $34.10^{-4}$  alors qu'elle est de  $80.10^{-4}$  pour la 3DSVD.

### 4.2 Estimation de la polarisation

L'onde présente dans le profil possède une polarisation elliptique. La figure de polarisation de l'onde sans bruit sur l'un des capteurs (Fig.2) est une pseudo-ellipse. Le rapport d'amplitude est de 0.7 et le déphasage de 0.8 rad, ce qui explique la forme elliptique. La figure de polarisation obtenue après filtrage des données est présentée en Figure 7, elle est amélioré par rapport à celle obtenue directement sur les données bruitées (Fig.4). L'extraction des paramètres de polarisation d'après la méthode vue en Section 3, nous permet de trouver un rapport d'amplitude de 0.74 et un déphasage de 0.77 rad. La figure de polarisation obtenue après correction du déphasage est représentée sur la Figure 8. On voit qu'après correction, l'ellipse tend vers une droite qui correspondrait à une onde de polarisation linéaire.

## 5 Conclusion

Les acquisitions sismiques multicomposantes étant largement répandues, des traitements spécifiques pour ces données sont développés. Ce papier présente une nouvelle méthode réalisant un filtrage matriciel large bande multicomposante. En termes d'amélioration de RSB et de séparation d'ondes, cette méthode donne de bons résultats.

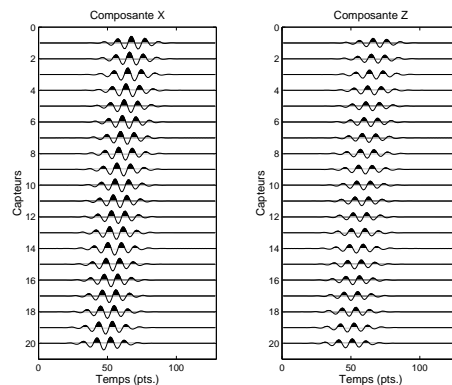


FIG. 1 – Modèle : Onde elliptique

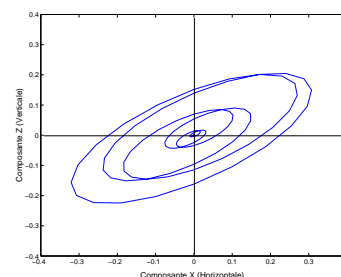


FIG. 2 – Polarisation de l'onde sans bruit

tats. De plus, il est possible d'estimer la polarisation des ondes. Par comparaison avec d'autres méthodes multicomposantes comme la 3DSVD, la méthode proposée à l'avantage de ne nécessiter d'aucun pré-traitement.

## Références

- [1] M. Born and E. Wolf. *Principles of optics : Electromagnetic theory of propagation interference and diffraction of light*. Pergamon Press, sixth edition edition, 1980.
- [2] G. H. Golub and C. F. Van Loan. *Matrix Computations*. The John Hopkins University Press, Baltimore, London, 3rd edition edition, 1996.
- [3] P. Gounon, J. I. Mars, and D. Goncalves. Wideband spectral matrix filtering. In *Meeting of Society of Exploration Geophysicists*, 1998.
- [4] N. Le Bihan and G. Ginolhac. Three-mode data set analysis using higher order subspace method : application to sonar and seismo-acoustic signal processing. *Signal Processing*, 84 :919–942, May 2004.

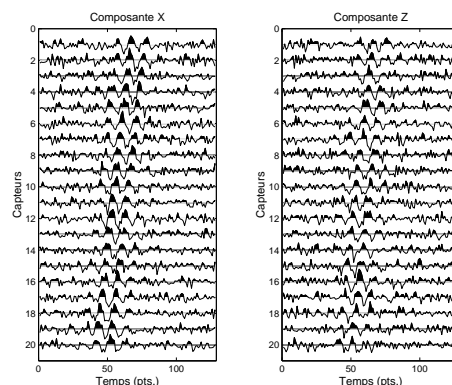


FIG. 3 – Données initiales bruitées

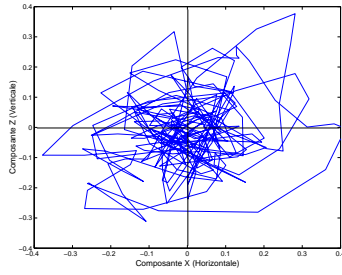


FIG. 4 – Polarisation de l'onde avec bruit

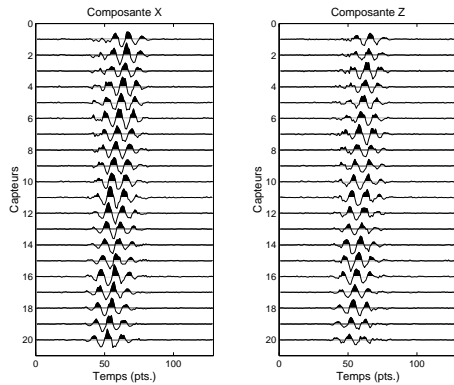


FIG. 5 – Onde filtrée avec la matrice spectrale

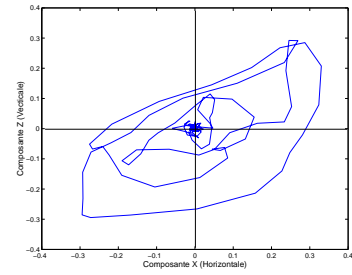


FIG. 7 – Polarisation de l'onde filtrée

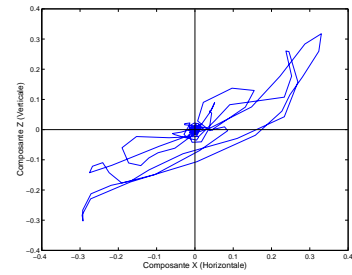


FIG. 8 – Polarisation de l'onde filtrée après correction du déphasage inter-composante

- [5] J.I. Mars, Lacoume J.-L., J.-L. Mari, and F. Glangeaud. *Traitement du signal pour géologues et géophysiciens*, chapter 1, pages 92–123. Edition technip edition, 2004.
- [6] C. Paulus, P. Gounon, and J. I. Mars. Wideband spectral matrix filtering for multicomponent sensors array. In *Meeting of Society of Exploration Geophysicists*, 2004.
- [7] J. C. Samson. The spectral matrix, eigenvalues, and principal components in the analysis of multichannel geophysical data. *Annales Geophysicae*, 1(2) :115–119, 1983.
- [8] T.-J. Shan, M. Wax, and T. Kailath. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals. *IEEE Trans. ASSP*, 33 :806–811, August 1985.
- [9] B. D. Smith and S. H. Ward. On the computation of polarization ellipse parameters. *Geophysics*, 39 :867–869, December 1974.

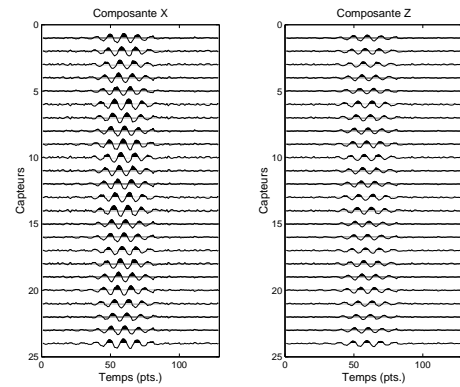


FIG. 9 – Onde filtrée par 3DSVD

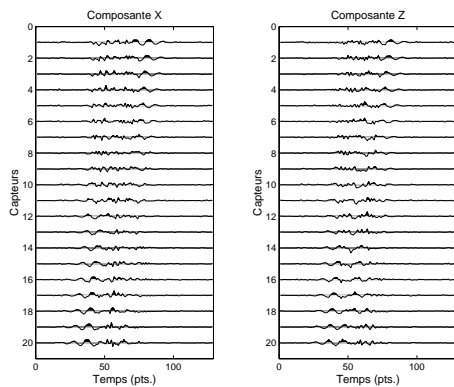


FIG. 6 – Différence entre le modèle et l'onde filtrée par la matrice spectrale

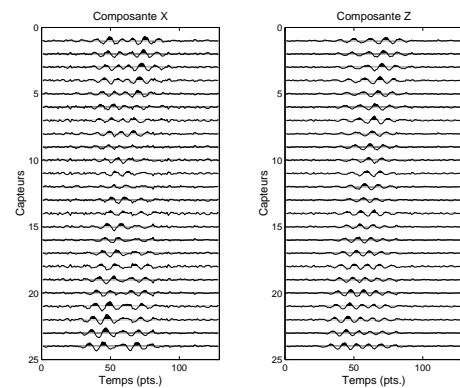


FIG. 10 – Différence entre le modèle et l'onde filtrée par 3DSVD