

Algorithmes à norme constante pour les systèmes de communication MIMO

A. IKHLEF¹, D. LE GUENNEC¹, J. PALICOT¹

¹IETR / Supelec-Campus de Rennes, Avenue de la Boulaie, BP 81127, 35511 Cesson-Sévigné, France

aissa.ikhlef@supelec.fr, daniel.leguennec@supelec.fr, jacques.palicot@supelec.fr

Résumé – Un nouvel algorithme de séparation aveugle de sources pour les systèmes MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) de type BLAST (Bell Labs Layered Space-Time) est proposé, basé sur un critère de norme constante CN (Constant Norm), associé à la procédure d'orthogonalisation de Gram-Schmidt afin d'assurer l'indépendance des sorties de l'égaliseur. De cette approche deux nouveaux algorithmes sont déduits. Le premier appelé CQA (Constant sQuare Algorithm), est mieux adapté pour les modulations QAM que le classique CMA (Constant Modulus Algorithm), il fournit un niveau de bruit plus faible avec une complexité comparable. Le second est une pondération entre le CMA et le CQA pour tirer avantage des deux. Le coefficient de pondération est évalué dynamiquement, d'où son nom de CDNA (Constant Dynamic Norm Algorithm). Les algorithmes proposés reposent sur la minimisation d'une fonction de coût, construite à partir de normes, par un gradient stochastique sous la contrainte d'orthogonalité. En simulation, ces algorithmes montrent de meilleures performances comparés aux algorithmes CMA et MUK avec une complexité comparable. Le CQA atteint un meilleur état permanent que le CMA (gain de 3 dB) et le CDNA tend vers le meilleur algorithme dynamiquement entre le CMA et le CQA.

Abstract – In this paper we present a new algorithm for blind source separation (BSS) based on the Constant Norm (CN) criterion for Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) communication systems. The treated problem consists in blindly recovering (i.e. without the use of training sequences) the signals transmitted over a linear MIMO memoryless system, which introduces only Inter-User Interference (IUI). From the proposed algorithm, we deduce two other new algorithms designed especially for QAM modulation. The first one is named Constant sQuare Algorithm (CQA) and the second one, which is a weighting between the Constant Modulus Algorithm (CMA) and the CQA to get the advantages of both, is named Constant Dynamic Norm Algorithm (CDNA). At each iteration, the algorithms combine a stochastic gradient update and a Gram-Schmidt orthogonalization procedure. The simulation results show that the proposed algorithms have better performances compared to CMA and Multiuser Kurtosis Algorithm (MUK) with comparable complexity.

1. Introduction

Le problème de la séparation aveugle de sources, apparu il y a vingt ans, est rencontré dans une large variété d'applications en traitement du signal comme par exemple le traitement de la parole, l'analyse sismique, les applications médicales (EEG) [1] et d'autres encore. Depuis dix ans l'application de cette technique en communications numériques a reçu un intérêt croissant, comme dans [2] pour les communications multi-utilisateurs (CDMA) modélisées comme un système MIMO. Dans la littérature nous trouvons aussi les algorithmes de type MUK [3], basés sur les Kurtosis, qui sont une extension de l'algorithme proposé initialement pour l'égalisation aveugle de systèmes SISO présenté dans [4]. Plus récemment une technique de séparation aveugle de sources a été appliquée au système de communications BLAST (Bell Labs Space-Time) construite sur l'algorithme multi-modules MMA (multimodulus algorithm) [5].

Nous présentons ici un nouvel algorithme de séparation aveugle de sources pour les systèmes MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) de type BLAST. Il est basé sur le critère de la norme constante CN (Constant Norm) introduit récemment par [6], associé à la procédure d'orthogonalisation de Gram-Schmidt. Nous déduisons ensuite de cette approche deux nouveaux algorithmes. Le premier appelé CQA (Constant sQuare Algorithm), est mieux adapté pour les modulations

QAM que le classique CMA (Constant Modulus Algorithm), il fournit un niveau de bruit plus faible avec une complexité comparable. Le second est une pondération entre le CMA et le CQA pour tirer avantage des deux. Le coefficient de pondération est évalué dynamiquement, d'où son nom de CDNA (Constant Dynamic Norm Algorithm). Les algorithmes proposés reposent sur la minimisation d'une fonction de coût, construite à partir de normes, par un gradient stochastique sous une contrainte d'orthogonalité afin d'assurer l'indépendance des sorties de l'égaliseur à chaque itération.

Le reste du papier est organisé de la façon suivante : formulation du problème et hypothèses sont introduites en section 2. En section 3, nous présentons notre nouvel algorithme CNA. Les deux algorithmes dérivés CQA et CDNA sont développés en section 4 et 5 respectivement. Les performances des algorithmes proposés et des algorithmes CMA et MUK sont comparées en section 6. Enfin une conclusion est donnée en section 7.

2. Formulation du problème

On considère un système de transmission MIMO comprenant respectivement n_T et n_R antennes en émission et en réception (voir figure 1). Le canal est supposé linéaire, sans mémoire, introduisant uniquement de l'interférence

inter-antennes, plus communément appelée IUI pour « Inter User Interference ».

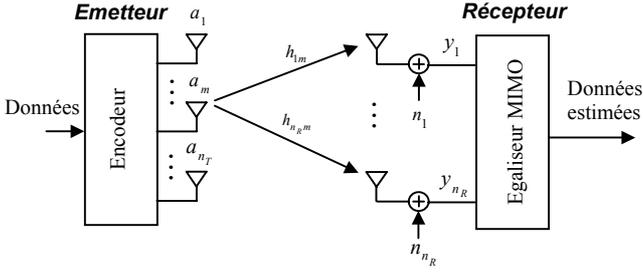


Figure 1. Modèle d'un système MIMO

Le signal reçu prend alors la forme générale :

$$Y(k) = \mathbf{H} A(k) + n(k) \quad (1)$$

où $A(k) = [a_1(k), \dots, a_{n_T}(k)]^T$ est le vecteur $(n_T \times 1)$ des signaux émis, \mathbf{H} représente la matrice $(n_R \times n_T)$ de canal instantané, $Y(k)$ est le vecteur $(n_R \times 1)$ des signaux reçus et $n(k)$ est le vecteur $(n_R \times 1)$ de bruit.

Nous considérons les hypothèses suivantes :

- $n_R \geq n_T$,
- \mathbf{H} est de rang plein n_T , avec des éléments complexes indépendants et identiquement distribués (i.i.d.), de moyenne nulle et de variance unité.
- Le bruit est additif, blanc gaussien, de moyenne nulle, indépendant des signaux source, et de matrice de covariance : $\mathbf{R}_n = E[n n^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{n_R}$ où \mathbf{I}_{n_R} représente la matrice identité $(n_R \times n_R)$.
- Les signaux source sont des séquences à temps discret, centrées, indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.), de matrice de covariance $\mathbf{R}_A = E[A A^H] = \mathbf{I}_{n_T}$.

Pour récupérer les signaux transmis, le signal reçu est filtré par une matrice $\mathbf{W}(k)$, $(n_R \times n_T)$, appelée matrice d'égalisation. La sortie de l'égaliseur devient alors :

$$\begin{aligned} Z(k) &= \mathbf{W}^T(k) Y(k) = \mathbf{W}^T(k) \mathbf{H} A(k) + \bar{n}(k) \\ &= \mathbf{G}(k) A(k) + \bar{n}(k) \end{aligned} \quad (2)$$

où $Z(k)$ est le vecteur $(n_T \times 1)$ de sortie,

$\mathbf{G}(k) = \mathbf{W}^T(k) \mathbf{H}$ est la matrice globale $(n_T \times n_T)$ canal-égaliseur et $\bar{n}(k)$ le bruit filtré en sortie du récepteur.

La séparation des signaux source est obtenue à une permutation près et à un déphasage près [3].

3. Algorithme MIMO-CNA

Pour réaliser la séparation, nous proposons un algorithme appelé (MIMO-CNA), basé sur le critère CN [6]. Le critère (MIMO-CNA) à minimiser s'écrit :

$$J_{MIMO-CNA}(\mathbf{W}) = \sum_{i=1}^{n_T} E[\mathcal{N}(z_i)^P - R]^q \quad (3)$$

où $\mathcal{N}(\cdot)$ est une norme sur \mathfrak{R}^2 et R est une constante donnée

$$\text{par : } R = \frac{E[\mathcal{N}^{2p}(a)]}{E[\mathcal{N}^p(a)]^2}, \text{ pour } q = 2.$$

Dans la suite nous considérons uniquement le cas où : $p = q = 2$.

Afin d'éviter une convergence vers un ensemble de signaux en sortie contenant plusieurs fois la même source, une contrainte est rajoutée au critère :

$$\min_{\mathbf{W}} J_{MIMO-CNA}(\mathbf{W}) = \sum_{i=1}^{n_T} E[\mathcal{N}(z_i)^2 - R]^2 \quad (4)$$

$$\text{Sous } \mathbf{G}^H \mathbf{G} = \mathbf{I}_{n_T}$$

La contrainte est issue de la condition $E[Z Z^H] = \mathbf{I}_{n_T}$ pénalisant l'extraction du même signal sur plusieurs sorties. Pour satisfaire cette contrainte, la matrice de canal \mathbf{H} est supposée être unitaire, la contrainte se ramène alors à :

$$\mathbf{W}^H(k+1) \mathbf{W}(k+1) = \mathbf{I}_{n_T}$$

Quand la matrice de canal n'est pas unitaire, une étape de pré-blanchiment est réalisée simplement par décomposition en valeurs propres.

Pour minimiser (4) nous utilisons un algorithme du gradient stochastique associée à une orthogonalisation de Gram-Schmidt [3] pour satisfaire la contrainte.

Lorsque la norme représente le module, c.à.d. $\mathcal{N}(\cdot) = |\cdot|$, nous retrouvons l'algorithme classique CMA, conçu initialement pour des signaux PSK.

L'utilisation du CMA pour des signaux QAM est possible [7], mais l'algorithme de descente génère alors un niveau de bruit significatif. C'est pour cette raison que nous proposons ci-dessous un nouvel algorithme spécialement conçu pour les signaux QAM.

4. Algorithme MIMO-CQA

De l'algorithme précédent, nous déduisons, pour le contexte MIMO, un algorithme CQA (Constant sQuare Algorithm), mieux adapté aux signaux QAM.

Les points de la constellation QAM sont en moyenne plus proches d'un carré que du cercle donné par le CMA (voir figure 2). L'idée est donc, plutôt que de contraindre les sorties de l'égaliseur à être sur un cercle comme dans le CMA, de les contraindre à être sur un carré. Le bruit résiduel est alors plus faible [6].

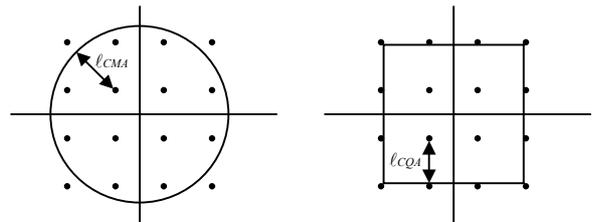


Figure 2. Principe du CMA et du CQA

Pour ceci, nous utilisons la norme infinie donnée par : $\|z_i\|_\infty = \text{Max}(|\Re z_i|, |\Im z_i|)$ où $\Re z_i$ et $\Im z_i$ sont respectivement les parties réelle et imaginaire de z_i . La fonction de coût (4) s'écrit alors:

$$\min_{\mathbf{W}} J_{\text{MIMO-CQA}}(\mathbf{W}) = \sum_{i=1}^{n_T} E[\|z_i\|_\infty^2 - R]^2$$

sous : $\mathbf{G}^H \mathbf{G} = \mathbf{I}_{n_T}$

$$\text{où } R \text{ est donné par: } R = \frac{E[\|z\|_\infty^4]}{E[\|z\|_\infty^2]}.$$

L'algorithme CQA force l'égaliseur à donner en sortie une constellation qui correspond à celle des signaux sources à une rotation de phase près, modulo $\pi/2$.

Après calculs, nous obtenons pour l'algorithme du gradient stochastique :

$$\overline{\mathbf{W}}(k+1) = \mathbf{W}(k) - \mu [\Delta_1(k) \dots \Delta_{n_T}(k)] Y^*(k)$$

$$\text{où } \Delta_i(k) = (\|z_i(k)\|_\infty^2 - R) \|z_i(k)\|_\infty F(z_i(k))$$

$$\text{et } F(z_i) = \begin{cases} \text{sgn}(\Re z_i), & \text{si } |\Re z_i| > |\Im z_i| \\ j \cdot \text{sgn}(\Im z_i), & \text{sinon} \end{cases}$$

où sgn est la fonction signe et $j = \sqrt{-1}$.

Pour satisfaire la contrainte, nous appliquons une orthogonalisation de Gram-Schmidt à \mathbf{W} :

$$\begin{cases} W_1(k+1) = \frac{\overline{W}_1(k+1)}{\|\overline{W}_1(k+1)\|}, \\ W_p(k+1) = \frac{\overline{W}_p(k+1) - Q}{\|\overline{W}_p(k+1) - Q\|}, \quad p = 2, \dots, n_T \\ Q = \sum_{l=1}^{p-1} [W_l^H(k+1) \overline{W}_p(k+1)] W_l(k+1) \end{cases}$$

où : W_i et \overline{W}_i sont la i -ème colonne des matrices \mathbf{W} et $\overline{\mathbf{W}}$ respectivement.

5. Algorithme MIMO-CDNA

Avec la norme infinie, il est évident que, contrairement au CMA, l'algorithme CQA est sensible au résidu de porteuse puisqu'il récupère la phase. En effet, dans le transitoire, l'algorithme CQA a besoin d'un certain nombre d'itérations pour compenser le résidu, les performances en terme de rapidité de convergence sont alors moins bonnes comparées à celles du CMA. Une fois le résidu compensé, le CQA atteint un meilleur régime permanent.

Pour régler ce problème, nous proposons d'utiliser la norme définie par :

$$\|z_i\|_\lambda = \alpha \lambda \|z_i\|_\infty + (1 - \lambda) |z_i|$$

pour les systèmes MIMO. L'algorithme obtenu baptisé CDNA est un cas particulier de CNA, il combine à la fois les avantages du CMA et du CQA, il utilise le CMA en phase de

démarrage et ensuite le CQA pour son meilleur régime permanent. La norme dépend d'un paramètre de pondération λ ; pour $\lambda = 0$ et $\lambda = 1$ nous obtenons respectivement le module et la norme infinie. La constante $\alpha > 0$ offre un degré de liberté supplémentaire. Afin d'obtenir le meilleur de cette norme, le paramètre de pondération λ est adapté lui-même par un gradient stochastique.

La fonction de coût modifiée est définie par :

$$\min_{\mathbf{W}} J_{\text{MIMO-CDNA}}(\mathbf{W}) = \sum_{i=1}^{n_T} E[\|z_i\|_\lambda^2 - R(\lambda)]^2$$

sous la contrainte : $\mathbf{G}^H \mathbf{G} = \mathbf{I}_{n_T}$

$$\text{où } R(\lambda) = \frac{E[\|z\|_\lambda^4]}{E[\|z\|_\lambda^2]}$$

et l'algorithme du gradient stochastique est donné par :

$$\begin{cases} \overline{\mathbf{W}}(k+1) = \mathbf{W}(k) - \mu_w [\Delta_1(k) \dots \Delta_{n_T}(k)] Y^*(k) \\ \lambda_{k+1} = \lambda_k - \mu_\lambda \sum_{i=1}^{n_T} [\|z_i(k)\|_{\lambda_k}^2 - R(\lambda_k)] [2\|z_i(k)\|_{\lambda_k} \cdot (\alpha \|z_i(k)\|_\infty - |z_i(k)|) - R'(\lambda_k)] \end{cases}$$

où :

$$\Delta_i(k) = [\|z_i(k)\|_{\lambda_k}^2 - R(\lambda_k)] \|z_i(k)\|_{\lambda_k} [\alpha \lambda_k F(z_i(k)) + (1 - \lambda_k) z_i(k) / |z_i(k)|]$$

et $R'(\lambda)$ est la dérivée de $R(\lambda)$ par rapport à λ .

On applique ici aussi une orthogonalisation de Gram-Schmidt à chaque itération.

6. Résultats de simulation

Les performances sont évaluées en considérant l'interférence inter-antennes de la i -ème source à la k -ème sortie, définie par :

$$IUI = \frac{\sum_{i=1}^{n_T} |g_{ki}|^2 - \text{Max}_i |g_{ki}|^2}{\text{Max}_i |g_{ki}|^2}$$

où $g_{ki} = [\mathbf{G}(k, i)] = W_k^T H_i$, W_k et H_i sont la k -ème et la i -ème colonne des matrices \mathbf{W} et \mathbf{H} respectivement.

Les signaux source sont i.i.d., mutuellement indépendants et issus d'une constellation 64-QAM pour 4 antennes émettrices et 4 antennes réceptrices supposées non corrélées. La matrice de canal (4x4) est choisie aléatoirement. Le bruit est complexe blanc gaussien de moyenne nulle et de variance déterminée à partir du rapport signal sur bruit défini (SNR). Pour chacune des simulations, le signal reçu est pré-blanchi avant d'appliquer les algorithmes. Les performances sont données ici pour une seule sortie, les autres sorties ayant le même comportement.

Dans un premier temps, nous comparons l'algorithme CQA avec les algorithmes CMA [2] et MUK [3]. Les pas d'adaptation ont été choisis pour obtenir sensiblement la même vitesse de convergence pour tous les algorithmes.

Nous considérons une moyenne sur 1000 exécutions indépendantes.

La figure 1 présente l'IUI d'une des sorties, en dB pour un SNR = 30 dB. On voit que l'algorithme CQA atteint un meilleur état permanent que les algorithmes CMA et MUK, avec un gain de 3 dB entre le CQA et le CMA.

En figure 2, les algorithmes CMA et CQA sont comparés en terme de rapidité de convergence, les pas d'adaptation ayant été choisis pour atteindre approximativement la même valeur d'IUI finale. On voit clairement que le CQA converge plus vite que le CMA.

Dans la figure 3, nous comparons le CDNA avec le CMA et le CQA. Le paramètre λ est initialisé à zéro (ainsi le CDNA démarre comme un CMA), le coefficient α est fixé à 1 et le pas μ_λ est fixé à 1.10^{-3} . Le pas d'adaptation pour tous les algorithmes est fixé à 8.10^{-3} . Le CDNA se conduit comme le CMA au début (exactement pour les 300 premières itérations et approximativement jusqu'à 1500 itérations). Après 2500 itérations le CQA devient meilleur que le CMA, et alors le CDNA tend vers le CQA. Ce résultat confirme que le CDNA tend à choisir le meilleur algorithme entre le CMA et le CQA.

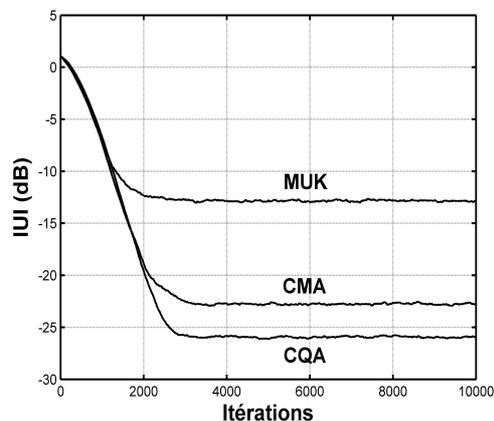


Figure 1. Performances moyennes comparées

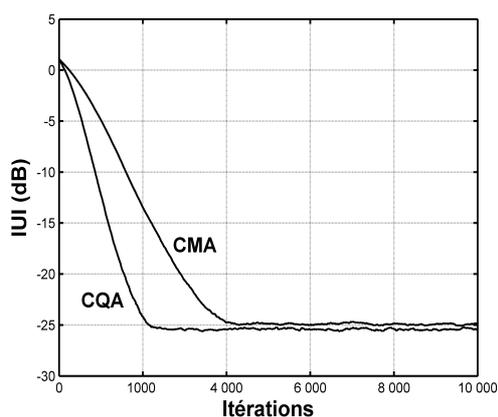


Figure 2. Comparaison du CMA et du CQA

7. Conclusion

Nous avons proposé un nouvel algorithme (CNA) pour les systèmes de communication MIMO à partir duquel nous avons déduit deux algorithmes baptisés CQA et CDNA pour la séparation aveugle de sources identiquement distribuées et

mutuellement indépendantes reçues en présence d'interférences linéaires inter-antennes.

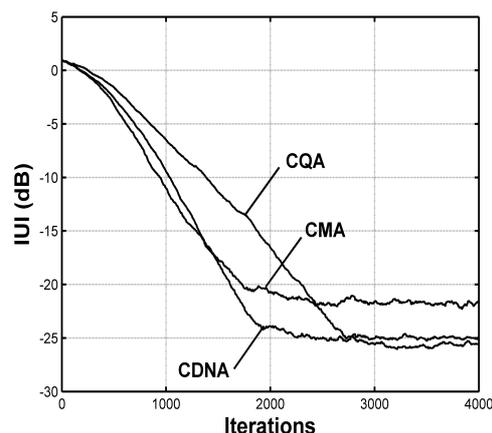


Figure 3. Comparaison CMA, CQA et CDNA

La fonction de coût est basée sur un critère à Norme Constante (CN) associé à une contrainte permettant d'éviter l'extraction du même signal simultanément sur plusieurs sorties. Les algorithmes proposés montrent de meilleures performances comparés aux algorithmes CMA et MUK avec une complexité comparable. Le CQA atteint un meilleur état permanent que le CMA (gain de 3 dB) et le CDNA tend vers le meilleur algorithme dynamiquement entre le CMA et le CQA. Ces techniques seront étendues lors de travaux futurs aux canaux avec mélanges convolutifs et à d'autres situations (CDMA, OFDM) pouvant se modéliser comme des systèmes MIMO. L'étude de la convergence sera aussi abordée.

Références

- [1] A. Rouxel, D. Le Guennec et O. Macchi, *Unsupervised adaptive separation of impulse signals applied to EEG analysis*. ICASSP, Istanbul, Turkey, June 2000.
- [2] L. Castedo, C. J. Escudero et A. Dapena, *A blind signal separation method for multiuser communications*, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 45, pp. 1343-1348, May 1997.
- [3] C. B. Papadias, *Globally convergent blind source separation based on a multiuser kurtosis maximization criterion*. IEEE Trans. Signal Processing, vol.48, pp. 3508-3519, Dec. 2000.
- [4] O. Shalvi et E. Weinstein, *New criteria for blind deconvolution of non minimum phase systems (channels)*, IEEE Trans. Information Theory, vol. 36, pp. 312-321, Mar. 1990.
- [5] P. Sansrimahachai, B. B. Ward et A. G. Constantinides, *Blind source separation for BLAST*. In Proc. 14th Int. Conf. Digital Signal Processing 2002, Santarino, Greece, July 2002.
- [6] A. Goupil et J. Palicot, *Constant norm algorithms class*. In Proc. EUSIPCO 2002, Toulouse, France, September 2002.
- [7] J. Lundell et B. Widrow, *Applications of the constant modulus adaptive beamformer to constant and non-constant modulus signals*. In Proc. 21st Asilomar Conf. Signals, Systems, Computers, Pacific Grove, CA, USA, pp. 432-436, Nov. 1987.