

# Construction de filtres LPTV orthogonaux pour un système d'accès multiple par étalement spectral

## Etude des effets d'une désynchronisation entre utilisateurs

W. CHAUVET<sup>1</sup>, B. LACAZE<sup>1</sup>, D. ROVIRAS<sup>1</sup>, A. DUVERDIER<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ENSEEIH/IRIT, 2 Rue Camichel, 31071 Toulouse Cedex 7, BP 7122 France

<sup>2</sup>CNES, 18 Avenue E. Belin, 31041 Toulouse Cedex 4 France

[wilfried.chauvet@enseeiht.fr](mailto:wilfried.chauvet@enseeiht.fr)

**Résumé** – Cet article propose une méthode de construction d'une famille de filtres LPTV (Linear Periodical Time Varying) orthogonaux pour une application à un système d'accès multiple par étalement. Cette méthode repose sur l'utilisation d'un filtre LPTV générateur. Lorsque les utilisateurs sont synchronisés, le système obtenu est parfaitement orthogonal. L'introduction d'une désynchronisation entre ces utilisateurs a pour effet de dégrader cette orthogonalité en introduisant de l'interférence multiutilisateurs. Nous proposons d'utiliser un entrelaceur matriciel comme filtre LPTV générateur. Pour un tel choix, une étude théorique de l'effet d'une désynchronisation est menée. Des simulations sont ensuite réalisées pour quantifier l'interférence multiutilisateurs introduite par la désynchronisation des différents utilisateurs.

**Abstract** – *This paper focuses on the design of a set of orthogonal Linear Periodic Time Varying (LPTV) filters and proposes to apply this result to spread spectrum multiuser transmissions. The construction method of such an orthogonal set is presented, emphasizing that only an invertible LPTV filter is required, since the full set is deduced from this kernel element. Synchronisation of all the users results in perfect orthogonality of the system. But in case of desynchronisation, multiuser interferences occur. As a kernel LPTV filter, we propose to use a matrix interleaver. Effects of desynchronisation are theoretically considered and simulations are performed to evaluate multiuser interferences.*

## 1. Introduction

Les applications des filtres linéaires périodiques variant dans le temps (LPTV pour Linear Periodical Time Varying) en traitement du signal sont nombreuses. Certaines utilisent ces filtres explicitement : transmultiplexage [6], estimation aveugle de canal [2] ou entrelacement fréquentiel [3]. D'autres applications utilisent les filtres LPTV de façon implicite : entrelacement temporel (nature LPTV des entrelaceurs) ou traitement multicadence (nature LPTV de l'interpolation et de la décimation [7]).

Les propriétés d'étalement spectral des filtres LPTV font de ces filtres un outil original pour réaliser un système d'accès multiple par étalement spectral et ont suscité récemment un certain intérêt [4]. Une telle application nécessite d'être en mesure de proposer une famille de filtres LPTV inversibles et orthogonaux. Dans [4], l'inversibilité est assurée par le fait que les filtres LPTV utilisés sont des entrelaceurs blocs (c'est à dire des permutations) qui constituent un sous ensemble particulier de l'ensemble des filtres LPTV. Concernant l'orthogonalité, [4] propose de générer un entrelaceur aléatoirement pour chaque utilisateur.

Dans [1], nous avons proposé une méthode générale pour construire un ensemble de filtres LPTV orthogonaux. Une particularité de cette méthode réside dans le fait qu'elle nécessite seulement la connaissance d'un filtre LPTV générateur inversible.

Dans un contexte d'accès multiple, nous y avons proposé empiriquement [1] l'utilisation de l'entrelaceur matriciel (lignes/colonnes) comme filtre LPTV générateur. Lorsque tous les utilisateurs sont synchronisés, l'orthogonalité du système est parfaite et l'interférence multiutilisateurs est nulle. Dans le cas où une désynchronisation entre les utilisateurs apparaît, l'orthogonalité est perdue ce qui a pour effet d'introduire de l'interférence multiutilisateurs. Dans ce présent papier, nous proposons d'étudier théoriquement l'effet d'une désynchronisation sur le système d'accès multiple construit à partir de l'entrelaceur matriciel puis d'évaluer par simulation l'interférence multiutilisateurs introduite par la désynchronisation des différents utilisateurs.

## 2. Construction d'un ensemble de filtres LPTV orthogonaux

### 2.1 Rappel sur les filtres LPTV

Un filtre LPTV est un filtre dont la réponse impulsionnelle est une fonction périodique du temps. Plusieurs représentations, résumées dans [5], sont possibles. Parmi celles ci, une représentation utile pour la suite est la représentation modulateurs (figure 1) pour laquelle un filtre LPTV  $N$  périodique est défini par  $N$  filtres invariants dans le temps (LIT)  $T_p(z)$  appelés filtre modulateurs.

## 2.2 Construction d'une famille de filtres LPTV orthogonaux

Nous considérons  $T_p^{(k_0)}(z)$  ( $0 \leq p \leq N-1$ ) les  $N$  filtres modulateurs d'un filtre LPTV  $N$  périodique que nous appelons filtre LPTV générateur. Nous définissons les  $N$  filtres LPTV (pour  $0 \leq k_0 \leq N-1$ ) par les filtres modulateurs  $T_p^{(k_0)}(z)$  où  $[p]_N$  désigne le reste de la division entière de  $p$  par  $N$  (1). Nous montrons alors dans [1] que ces  $N$  filtres sont inversibles si le filtre LPTV générateur est inversible.

$$T_p^{(k_0)}(z) = T_{[p-k_0]_N}^{(0)}(z W_N^{-k_0}) \quad \text{où} \quad W_N = \exp\left(\frac{-2i\pi}{N}\right) \quad (1)$$

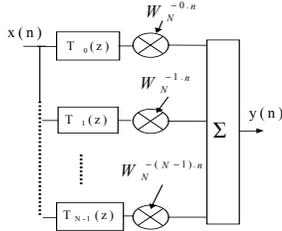


FIG. 1 : Représentation modulateurs d'un filtre LPTV

## 2.3 Application à un système d'accès multiple

Nous considérons le système multiutilisateurs de la figure 2. A chaque utilisateur  $i$  est associée la sortie  $u_i(n)$  d'une modulation  $M$ -aire de même débit symbole  $D_s$ . En émission, chacun de ces signaux  $u_i(n)$  est suréchantillonné d'un facteur  $L$  par répétition  $L$  fois de chaque symbole (non par insertion de  $L-1$  zéros). Ce signal est ensuite filtré par un filtre en Racine de Cosinus Surélevé (RCS) de facteur d'arrondi  $\alpha$ . Nous considérons alors un filtre LPTV générateur de période  $N$ . Nous montrons [1] que parmi les  $N$  filtres LPTV inversibles construits précédemment (1), il est possible d'extraire  $\gamma$  de ces  $N$  filtres tels que le système de la figure 2 constitue un système multiutilisateurs parfaitement orthogonal en l'absence de désynchronisation entre les utilisateurs. Si nous définissons le paramètre  $\beta = \text{int}(N(1+\alpha)/L) + 1$ , le nombre maximal de filtres LPTV orthogonaux constructibles est donné par  $\gamma = \text{int}(N/\beta)$ . Pour  $N$  grand, nous avons  $\gamma \approx L/(1+\alpha)$ . Sur la figure 2,  $LPTV_i$  est le filtre LPTV de filtres modulateurs  $T_p^{(i\beta)}(z)$  définis par (1) à partir du filtre LPTV générateur et  $LPTV_i^{-1}$  est le filtre LPTV inverse associé.

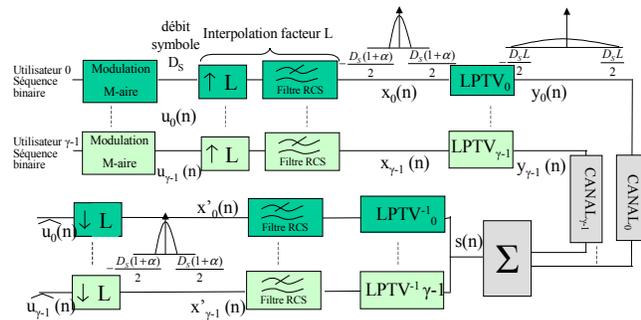


FIG. 2 : Système multiutilisateurs par filtres LPTV

Il est utile de préciser que le problème de la mise en forme analogique des signaux  $y_i(n)$  (figure 2) n'est pas discutée ici. Une solution est le filtrage de ces signaux par filtre RCS. Le signal reçu  $s(n)$  devra alors être filtré par un filtre adapté RCS. Le point à discuter est alors en réception l'influence d'une imprécision de l'instant d'échantillonnage (lors de la conversion analogique/numérique) en sortie de ce filtre de réception.

## 3. Etude de la perte d'orthogonalité par désynchronisation des utilisateurs

### 3.1 Effet d'une désynchronisation sur le système

Le système de la figure 2 définit un système d'accès multiple parfaitement orthogonal lorsque les différents utilisateurs sont tous synchronisés en réception. Lorsque les utilisateurs sont désynchronisés, l'orthogonalité est dégradée. Nous modélisons pour l'utilisateur  $i$  une désynchronisation par un canal de type  $\text{canal}_i = Z^{n_i}$ . Pour cet utilisateur particulier, la cascade du filtre LPTV d'émission, du canal et du filtre LPTV inverse de réception est équivalent à un nouveau filtre LPTV que nous notons  $LPTV_i^{n_i}$  (figure 3). En l'absence de désynchronisation ( $n_i=0$ ), ce filtre équivalent vaut l'identité. En cas de désynchronisation, ce filtre a une nature variant dans le temps.

Ainsi, si nous considérons un utilisateur  $i$  synchronisé en réception, la présence d'une désynchronisation pour les autres utilisateurs  $j$  ( $j \neq i$ ) a pour effet de produire de l'interférence multiutilisateurs qui vient bruyier le signal reçu  $x_i'(n)$  (figure 2) avant la décision sur l'utilisateur  $i$ . Nous montrons [8] que l'interférence multiutilisateurs induite par l'utilisateur  $j$  ( $j \neq i$ ) est d'autant plus importante que le filtre  $LPTV_i^{n_i}$  a une forte nature variant dans le temps. Nous montrons [1] aussi qu'il n'est pas nécessaire d'étudier la sensibilité de chacun des filtres orthogonaux à une désynchronisation, mais qu'il suffit d'étudier la sensibilité du filtre générateur  $LPTV_0$  à une désynchronisation.

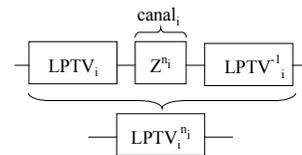


FIG. 3 : Modélisation d'une désynchronisation

### 3.2 Choix d'un filtre LPTV générateur : l'entrelaceur matriciel

Le choix d'un filtre LPTV générateur quelconque conduit à une sensibilité de ce filtre à la désynchronisation très grande, quelque soit la désynchronisation  $n_0$  non nulle. Le choix du filtre LPTV générateur est donc critique. Nous proposons de choisir notre filtre générateur dans la famille des changements d'horloge (PCC pour Periodical Clock Change). Un changement d'horloge  $N$  périodique est un filtre LPTV particulier défini par une fonction  $f(n)$ , de  $\mathbb{Z}$  dans  $\mathbb{Z}$ , de période  $N$ , telle que la sortie  $y(n)$  est obtenue en fonction de l'entrée  $x(n)$  par la relation (2).

$$y(n) = x(n - f(n)) \quad (2)$$

Il est possible de montrer [8] que l'ensemble des entrelaceurs périodiques est confondu avec l'ensemble des PCC numériques. Nous choisissons ici comme filtre LPTV générateur l'entrelaceur matriciel (Q lignes/P colonnes). Cet entrelaceur (de période  $N=PQ$ ) consiste à écrire les échantillons d'entrée colonne par colonne et à les lire en sortie ligne par ligne (figure 4).

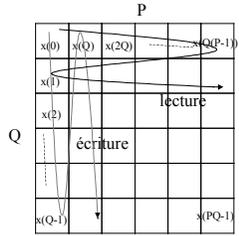


FIG. 4 : Principe de l'entrelaceur matriciel

On montre [8] que la fonction PCC  $f(n)$  associée à l'entrelaceur matriciel a l'expression analytique (3). Un exemple de cette fonction est illustré sur la figure 5.

$$f(n) = -(Q-1)c_{P,Q}(n) + (P-1)b_{P,Q}(n) \quad (3)$$

$$\text{avec } c_{P,Q}(n) = [n]_P \text{ et } b_{P,Q}(n) = \lfloor (n - c_{P,Q}(n)) / P \rfloor_Q$$

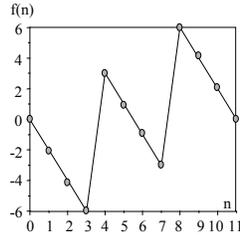


FIG. 5 : Fonction PCC de l'entrelaceur matriciel (Q=3,P=4)

Ce choix particulier d'entrelaceur matriciel comme filtre LPTV générateur résulte finalement en un système assez simple. Il est utile ici de justifier pourquoi nous avons pris le parti d'une introduction très théorique et générale de ce système dans la partie 2. La généralisation de cette partie 2 par un formalisme LPTV a l'intérêt de montrer d'une part qu'un tel système est possible à partir de n'importe quel filtre LPTV générateur et sous entend que la discussion sur un autre choix de filtre LPTV générateur reste ouverte. D'autre part, cette présentation LPTV nous offre un cadre théorique permettant une modélisation intéressante (figure 3) de l'effet d'une désynchronisation. Le point suivant va mettre en évidence l'intérêt de cette modélisation puisque l'étude de l'effet d'une désynchronisation résulte simplement en la détermination théorique d'un PCC équivalent (LPTV<sub>n0</sub> sur la figure 3).

### 3.3 Sensibilité de l'entrelaceur matriciel à une désynchronisation

Il s'agit d'évaluer l'expression théorique de LPTV<sub>0</sub><sup>n0</sup> (figure 3) dans le cas où LPTV<sub>0</sub> est un PCC de fonction (3) et où

LPTV<sub>0</sub><sup>-1</sup> est son PCC inverse. Nous montrons alors que LPTV<sub>0</sub><sup>n0</sup> est un changement d'horloge de fonction PCC  $h^{n0}(n)$  (4) où les fonctions  $\theta'_{n0}(n)$  et  $\theta_{n0}(n)$  sont des fonctions de n.

$$h^{n0}(n) = f(n_0) + \theta_{n0}(n)(PQ-1) - \theta'_{n0}(n)(P-1)Q \quad (4)$$

Un changement d'horloge a une nature variant dans le temps d'autant plus faible que la fonction PCC associée est proche d'une fonction constante (dans quel cas, le PCC est un simple retard (2) et se trouve être invariant dans le temps). Dans notre cas, la fonction  $h^{n0}(n)$  (4) ne peut prendre que 4 valeurs puisque l'on montre que les deux fonctions  $\theta'_{n0}(n)$  et  $\theta_{n0}(n)$  ne prennent que deux valeurs 0 ou 1 en fonction de n conformément à la figure 6.

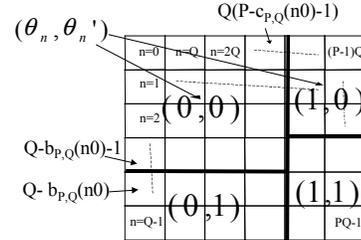


FIG. 6 : Distribution des valeurs de  $\theta'_{n0}(n)$  et  $\theta_{n0}(n)$

La faible dépendance temporelle du PCC équivalent (figure 3) indique que le système multiutilisateurs (figure 2) est peu sensible à une désynchronisation. Puisque cette sensibilité est à l'origine de l'interférence multiutilisateurs, nous pouvons prévoir une faible interférence multiutilisateurs de notre système dans le cas où les utilisateurs sont désynchronisés. Nous proposons de vérifier à présent ce résultat par des simulations.

## 4. Quantification de l'interférence multiutilisateurs par simulation

Nous proposons d'illustrer dans un premier temps les capacités d'étalement du système (figure 2) reposant sur l'entrelaceur matriciel. Les paramètres choisis sont  $\alpha = 0.4$ ,  $L=8$ ,  $P=16$  et  $Q=12$ . Cela nous donne un nombre d'utilisateurs maximal  $\gamma=5$ . La figure 7 représente la Densité Spectrale de Puissance (DSP) de l'utilisateur  $i=4$  en entrée et en sortie du filtre LPTV d'émission. La figure 8 représente la DSP du signal total  $s(n)$  (figure 2). On vérifie bien que le signal total occupe l'intégralité de la bande offerte.

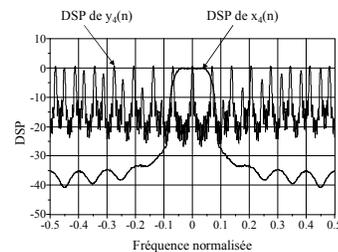


FIG. 7 : Simulation de la DSP après étalement pour un utilisateur

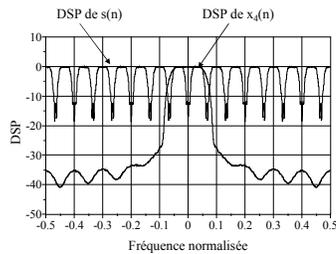


FIG. 8 : Simulation de la DSP après étalement pour l'ensemble des utilisateurs

Afin de quantifier l'interférence multiutilisateurs du système, nous proposons de simuler les performances du système en terme de Taux d'Erreur Binaire (TEB) en fonction du nombre d'utilisateurs. Pour cela, nous supposons que l'utilisateur considéré est synchronisé et que les autres utilisateurs sont désynchronisés de façon aléatoire selon une loi uniforme dans l'intervalle  $[0;N-1]$ . Les paramètres choisis sont  $L=31$ ,  $P=17$ ,  $Q=188$ .

Nous proposons de comparer ces performances à celle d'un accès multiple par DS-CDMA (Direct Sequence Code Division Multiple Access) avec séquence de Gold. Le même facteur de suréchantillonnage  $L=31$  est choisi et les deux polynômes générateurs sont  $[45,75]_{oct}$ . L'utilisateur considéré est synchronisé et les autres utilisateurs sont désynchronisés avec une désynchronisation aléatoire (loi uniforme dans l'intervalle  $[0;L-1]$ ).

Les performances en TEB obtenues sont présentées sur la figure 9. Rappelons qu'aucun bruit n'est ajouté sur le canal. Les dégradations du TEB ne sont dues qu'à l'interférence multiutilisateurs. Ces résultats nous permettent de vérifier que le système proposé présente une interférence multiutilisateurs faible comme le laissait prévoir l'étude théorique précédente de la désynchronisation.

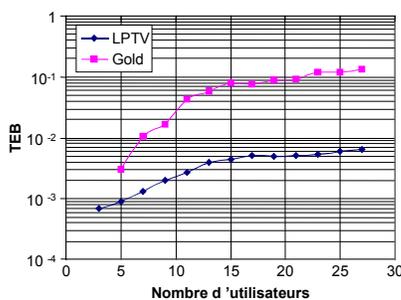


FIG. 9 : Simulation du TEB en fonction du nombre d'utilisateurs

Il est utile ici de justifier le choix d'une comparaison de notre système avec un code des séquences d'étalement qui sont des codes de Gold. En effet, nous aurions aussi pu choisir des codes de Walsh Hadamard. La raison est simple : nous modélisons ici une liaison où les désynchronisations prennent toutes les valeurs équiprobablement entre 0 et  $L-1$  ( $L$  est la longueur du code). Cela signifie que nous nous intéressons

pas ici seulement à de très faibles désynchronisations (d'une durée de l'ordre de quelques chips du code) mais au cas de désynchronisations équiprobables. Sous une telle hypothèse, l'interférence multiutilisateurs induite pour des codes de Walsh Hadamard serait encore plus handicapante que pour les codes de Gold car la forme des fonctions d'intercorrélation des codes de Walsh Hadamard implique que ces codes sont bien plus sensibles aux fortes désynchronisations que les codes de Gold.

## 5. Conclusion

Nous avons d'abord rappelé notre méthode [1] pour construire un système d'accès multiple par étalement à partir d'un filtre LPTV générateur. Ce système présente une orthogonalité parfaite dans le cas où tous les utilisateurs sont parfaitement synchronisés. Le présent papier a discuté l'effet d'une désynchronisation sur les différents utilisateurs et a mis en évidence l'importance du choix du filtre LPTV générateur. Nous avons étudié le cas de l'entrelaceur matriciel (modélisé comme un PCC) et avons mis en évidence la faible sensibilité de ce PCC face à une désynchronisation. L'interférence multiutilisateurs du système est liée à cette sensibilité et des simulations nous ont permis de vérifier que cette interférence était faible. Le système ainsi construit présente une faible interférence multiutilisateur quelque soit le type de liaison (liaison faiblement ou fortement désynchronisée). Le deuxième point important qui caractérise un système multiutilisateurs est son comportement dans le cas de canaux sélectifs en fréquence (présence d'Interférence Inter Symbole). Ce point est actuellement en cours d'étude.

## Références

- [1] W.Chauvet, B.Lacaze, D.Roviras, A. Duverrier, « Design of orthogonal LPTV filters: Application to spread spectrum multiple access ». , ICASSP, Montreal, 2004.
- [2] K. Tsatsanis et G.B Giannakis, «Transmitter induced cyclostationarity for blind channel equalization», IEEE Trans. Signal Process., Vol 45, No 7, July 1997.
- [3] R. Ishii et M.Kakishita, «A design method for periodically time varying digital filter for spectrum scrambling», IEEE Tans. Acoust. Speech Signal Process., 1990, Vol 38, pp 1219-1222.
- [4] D.Roviras, B.Lacaze, N.Thomas, «Effects of discrete LPTV on stationary signals», ICASSP, Orlando, 2002.
- [5] D.Mc Leron, «One dimensional LPTV structures : derivations, interrelationships and properties», IEE Proc Image Signal Process., Vol 149, No 5, October 1999.
- [6] J.S Prater et C.M Loeffler, «Analysis and design of periodically time varying IIR\ filters with application to transmultiplexing», IEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., 1992, Vol 40, pp. 2715-2725.}
- [7] R. Ansari et Bede Liu, «Interpolators and decimators as periodically time varying filters», in Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems, 1981, pp. 447-450.
- [8] W. Chauvet, «Etude des filtres LPTV numériques : applications aux communications numériques», thèse INP Toulouse, 2004.