# Estimation de Directions d'Arrivée en Présence d'Erreurs de Phase

Zineb SAIDI<sup>1</sup>, Salah BOURENNANE<sup>2</sup>, Abdel Ouahab BOUDRAA<sup>1</sup>, Delphine DARE-EMZIVAT<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IRENav (EA 3634)

Ecole Navale, Lanvéoc Poulmic, BP600, 29240 Brest-Armées, France

<sup>2</sup>Institut Fresnel, UMR CNRS 6133-EGIM, D.U. de saint Jérome, 13 397 Marseille Cedex 20,France saidi@ecole-navale.fr, salah.bourennane@fresnel.fr,boudraa@ecole-navale.fr,

dare@ecole-navale.fr

**Résumé** – Sous certaines hypothèses la méthode MUSIC (MUltiple SIgnal Classifcation) donne des résultats de localisation de sources acoustiques satisfaisants. Parmi les hypohèses fortes utilisées dans les developpements de MUSIC il y a la planéité du front d'onde et l'antenne rectiligne ce qui ne sont pas toujours vérifiées. En effet, la non distorsion des fronts d'onde est difficile à garantir du fait que les capteurs se déplacent par rapport à leurs positions d'origine durant l'expérimentation (cas d'antenne souple). La distorsion est due aussi à la non homogènéité du milieu de propagation. La correction des erreurs de phases introduites par la distorsion des fronts d'onde est nécessaire pour pouvoir améliorer le pouvoir séparateur des méthodes de localisation de sources acoustiques. Le but de ce travail est d'estimer à la fois les directions d'arrivée et les erreurs de phase. L'estimation des déphasages est étudiée en utilisant la propriété d'orthogonalité entre les sous espaces signal et bruit. Cette estimation est vue comme un problème de minimisation d'une fonctionnelle, qui en pratique, est Lipschitzienne. Pour ce faire l'algorithme DIRECT (DIviding RECTangles) est utilisé pour la recherche du minimum global de cette fonctionnelle. La méthode proposée est testée sur des données simulées.

**Abstract** – Under certain assumptions, the MUSIC method (Multiple Classification Signal) gives good results of acoustic sources localization. The main assumptions of the MUSIC method are the plane wavefront and the linear sensor array that are not always satisfied. Indeed, a plane wavefront, without distortions, is difficult to guarantee in practice because the sensors move from their origin positions during the experimentation (flexible of sensor array). The distortion is due also to inhomogeneity of the propagation medium. Correction of phase errors introduced by the distortion of the wavefront is necessary to solve the acoustic sources. The goal of this work is to estimate both the directions of arrival and the errors of phase. The distortion is studied by using the orthogonality condition of the signal and the noise subspaces. Phase correction is reduced to function minimization problem, which in practice, is Lipschitzian one. Thus the DIRECT algorithm (DIviding RECTangles) is used for seek the minimum of this function. The proposed method is tested on simulated data.

## **1** Introduction

Le traitement d'antenne est un domaine de recherche qui s'intéresse à la détection et à la localisation de sources rayonnantes dans un milieu. Il a été récemment étendu à la sismique pour séparer des ondes et à la détection et localisation d'objets enfouis [1]. Historiquement, la première méthode de localisation développée est la formation de voies. Elle est basée sur le calcul de l'énergie reçue dans une direction privilégiée en réalisant des rotations virtuelles de l'antenne. Cette méthode est dite à faible résolution car sa résolution spatiale dépend de la largeur du diagramme de réception de l'antenne qui est lié à son tour à la longueur de l'antenne. C'est ce qui limite la formation de voies pour localiser des sources proches ou voisines [1].

Ensuite les travaux de recherche visant à améliorer la résolution spatiale ont conduit aux développements de méthodes dites à haute résolution. La plus connue est la méthode du goniomètre ou de MUSIC. Ces méthodes exploitent les statistiques à l'ordre deux des signaux enregistrés. L'idée de base de ces méthodes est le partage de l'espace d'observation en deux sous espaces complémentaires : le sous espace signal et le sous espace bruit. Contrairement à la méthode de formation de voies, ces méthodes utilisent la propriété d'orthogonalité entre les deux sous espaces pour localiser les sources ce qui les rend indépendantes des paramètres physiques associés à l'expérimentation. Sous certaines hypothèses ces méthodes donnent des résultats de localisation satisfaisants par rapport à la formation de voies. Seul le cas, de sources totalement corrélées, demeure non résolu par ces méthodes. Leurs performances se dégradant fortement, pour y remédier un prétraitement de décorrélation des sources est indispensable. Parmi les hypothèses fortes utilisées dans les développements de ces méthodes il y a la planéïté du front d'onde et l'antenne rectiligne qui ne sont pas toujours vérifiés. En effet, la non distorsion des fronts d'onde est difficile à garantir en pratique. Dans le cas, par exemple, de l'expérimentation en mer, une antenne souple subit des déformations dues essentiellement aux mouvements de la mer et du bateau traînant cette antenne. Ces déformations se traduisent, en général, par des déplacements des capteurs par rapport à leurs positions d'origine. De plus, l'antenne déformée reçoit des fronts d'onde qui sont distordus par la non-homogénéité du milieu de propagation [2]. Ainsi, des déphasages dus aux différentes déformations sont introduits entre les signaux reçus par les capteurs de l'antenne. Ces déphasages dégradent le pouvoir séparateur et par conséquent la localisation de sources rayonnantes. Donc, la compensation de ces déphasages sur l'antenne est nécessaire pour améliorer la localisation. Plusieurs méthodes, pour l'estimation des erreurs liées à la distorsion de l'antenne, ont été proposées dans la littérature [3]-[6]. Par exemple dans [3], deux sources de référence, de positions relatives connues, sont utilisées pour réduire les distorsions et corriger les positions des capteurs. Dans [4] les auteurs supposent que la forme de l'antenne est connue. L'approche proposée dans ce travail ne fait pas d'hypothèses sur la forme de l'antenne. Comme dans, [6]-[5], la correction est réduite à un problème d'optimisation multidimensionnelle d'un critère (ML, contraste,...) qui dans notre cas est la fonctionnelle traduisant l'orthogonalité du sous espace signal et du sous espace bruit.

Nous rappelons, dans un premier temps, les principaux résultats théoriques de la méthode MUSIC en utilisant une antenne rectiligne (absence de distorsion de phase). Nous montrons, ensuite, la dégradation de la méthode MUSIC en présence de fronts d'onde distordus, puis nous proposons des solutions à ce type de problème.

#### **Rappel sur la méthode MUSIC** 2

On considère une antenne rectiligne composée de N capteurs identiques et équidistants. La distance d entre les capteurs est inférieur à  $\lambda/2$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la fréquence f de travail. Cette antenne reçoit P(P < N) signaux émis par des sources rayonnantes auxquels se superpose un bruit additif. Le vecteur d'observation en représentation fréquentielle est :

$$\mathbf{x}(f) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{u}(f) + \mathbf{b}(f),\tag{1}$$

où  $\mathbf{A}(\theta)$  est la matrice de transfert sources-capteurs (NxP),

$$\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_P)]$$

 $\mathbf{a}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{N}} [ \alpha_1 , \alpha_2 e^{-j\varphi} , \dots, \alpha_N e^{-j(N-1)\varphi} ]^T,$   $\alpha_i \text{ est le gain du } i^{me} \text{ capteur,}$  $\varphi = 2\pi f \frac{d}{c} \sin(\theta)$  où  $\theta \in \left] - \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right],$  $\mathbf{u}(f)$  est le vecteur des signaux sources (Px1),  $\mathbf{u}(f) = [u_1(f), u_2(f), \dots, u_P(f)]^T, \mathbf{b}(f)$  est le vecteur des bruits (Nx1).  $\mathbf{b}(f) = [b_1(f), b_2(f), \dots, b_N(f)]^T.$ 

On suppose également que :

- les P sources sont placées à l'infini,
- les signaux émis par les sources sont stationnaires, centrés et non corrélés avec les bruits,
- les bruits observés sur les différents capteurs sont stationnaires, centrés, non corrélés entre eux et de même variance  $\sigma^2$ .

La matrice interspectrale des signaux reçus est donnée par:

$$\mathbf{R}(f) = E[\mathbf{x}(f)\mathbf{x}^{+}(f)]$$
(2)

$$= \mathbf{A}(\theta)\mathbf{R}_{\mathbf{u}}(f)\mathbf{A}^{+}(\theta) + \mathbf{R}_{\mathbf{b}}(f), \qquad (3)$$

où  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}}(f) = E[\mathbf{u}(f)\mathbf{u}^+(f)]$  est la matrice interspectrale des signaux sources (PxP) et  $\mathbf{R}_{\mathbf{b}}(f) = E[\mathbf{b}(f)\mathbf{b}^{+}(f)] = \sigma^{2}\mathbf{I}$  est la matrice interspectrale du bruit (NxN), I la matrice identité. L'opérateur [.]<sup>+</sup> correspond aux opérations, de conjugaison et de transposition, appliquées successivement. L'opérateur E[X]est l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.

La méthode MUSIC utilise la décomposition de la matrice interspectrale en éléments propres pour séparer le sous espace signal du sous espace bruit,

$$\mathbf{R} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^+, \tag{4}$$

où V est la matrice formée des vecteurs propres de la matrice  ${f R}$ et  $\Lambda$  est la matrice diagonale des valeurs propres de la matrice R.

$$\begin{split} \mathbf{\Lambda} &= diag[\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_P > \lambda_{P+1} = \lambda_{P+2} = \dots = \\ \lambda_N &= \sigma^2] \\ \mathbf{V} &= [\mathbf{V_S} \mathbf{V_b}] \end{split}$$

où  $V_S$  et  $V_b$  représentent respectivement l'espace signal et l'espace bruit. Les vecteurs propres correspondants aux plus petites valeurs propres sont orthogonaux aux colonnes de la matrice A,

$$\{\mathbf{v}_{P+1}, \mathbf{v}_{P+2}, \dots, \mathbf{v}_N\} \perp \{\mathbf{a}(\theta_1, \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_P))\}$$

Cette orthogonalité est due au fait que les vecteurs du sous espace signal engendrent le même sous espace que les vecteurs colonnes de la matrice A et comme  $V_S$  est orthogonal à  $V_b$ (matrice hermitienne) donc les colonnes de A sont aussi orthogonales à ceux de V<sub>b</sub>. Pour estimer les directions d'arrivée des sources rayonnées, le modèle du vecteur source  $\mathbf{a}(\theta)$  doit être connu. On a supposé que les sources sont placées à l'infini, les ondes reçues sont alors des ondes planes et les capteurs utilisés sont identiques et de gain unitaire. L'orthogonalité des vecteurs avec les vecteurs propres de l'espace bruit est alors caractérisée par leur projection sur celui-ci. En effectuant un balayage de tout ou d'une portion de l'horizon, ne sont alors retenues que les valeurs maximisant la relation suivante :

$$Music(\theta) = \frac{1}{\sum_{i=P+1}^{N} \left| \mathbf{v}_{i}^{+} \mathbf{a}(\theta) \right|^{2}}$$
(5)

Pour des signaux totalement ou partiellement corrélés, comme dans le cas de trajets multiples, les performances de la méthode MUSIC se détériorent et l'utilisation d'un lissage spatial s'avère nécessaire. Cette technique de lissage spatial permet de décorréler les signaux seulement dans le cas d'antenne rectiligne et uniforme. Cette condition est très restrictive et limite le domaine d'application de cette technique dans le cas d'antenne distordue.

#### Méthode MUSIC pour une antenne dis-3 tordue

On a vu dans les paragraphes précédents que pour une résolution satisfaisante des sources par la méthode de MUSIC, l'hypothèse d'onde plane est nécessaire. Le modèle d'onde plane n'est plus vérifié dès que (figure 1):

- le milieu de propagation des ondes acoustiques est non homogène, ce qui induit une distorsion des fronts d'onde
- l'antenne utilisée est souple, d'où l'impossibilité de maintenir le réseau de capteurs rectiligne, cela se traduit alors par un déplacement des capteurs par rapport à leurs positions d'origine.

Dans cette étude on s'intéresse au cas d'une antenne distordue. L'antenne utilisée n'est plus rectiligne mais distordue avec un même nombre de capteurs N. Pour cela, on introduit une erreur de phase sur chaque capteur en déplaçant ce dernier par rapport à sa position d'origine. Dans ce cas, le signal reçu, sur le réseau de capteurs, dans le domaine fréquentiel, est donné par :



FIG. 1 – Antenne distordue et fronts d'onde distordus.

$$\mathbf{x}(f) = \mathbf{C}(\theta)\mathbf{u}(f) + \mathbf{b}(f),\tag{6}$$

$$\begin{split} \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}) &= [\mathbf{c}(\boldsymbol{\theta}_1), \mathbf{c}(\boldsymbol{\theta}_2), \dots, \mathbf{c}(\boldsymbol{\theta}_P)], \\ \mathbf{c}(\boldsymbol{\theta}_p) &= \frac{1}{\sqrt{N}} [1, e^{-j(\varphi_p + \phi_1)}, \dots, e^{-j((N-1)\varphi_p + \phi_{N-1})}]^T \end{split}$$

 $\varphi_p = 2\pi f \frac{d}{c} \sin(\theta_p), \theta_p \in ]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[, (1 i$  par rapport à sa position d'origine (on considère que le premier capteur n'a pas subi de distorsion). Pour illustrer la distorsion de l'antenne, on a introduit une distribution de phase sinusoïdale le long de l'antenne (figure 1), de la forme suivante :

$$\phi_i = Am\cos(2\pi \frac{d}{3}i) \quad i = 2,...,N, \tag{7}$$

où Am représente l'amplitude de la distorsion de la phase (radian). Le principe de notre méthode est de compenser les differents déphasages pour obtenir front d'onde plan à partir du front d'onde distordu reçu sur l'antenne. En d'autres termes, on cherche une matrice diagonale D,

telle que :

où:

$$\mathbf{Dc_{dist}}(\theta) = \mathbf{c_{rect}}(\theta),$$

 $\mathbf{D} = diag[1, e^{j\phi_1}, \dots, e^{j\phi_{N-1}}],$ 

où  $\mathbf{c}_{dist}(\theta)$  représente l'antenne distordue et  $\mathbf{c}_{rect}(\theta)$  représente l'antenne rectiligne virtuelle. Pour ce faire on calcule d'abord la matrice interspectrale des données distordues,

$$\mathbf{R}_{\mathbf{dist}} = \mathbf{C}(\theta)\mathbf{R}_{\mathbf{u}}\mathbf{C}^{+}(\theta) + \sigma^{2}\mathbf{I}.$$

Cette matrice est décomposée en éléments propres pour extraire la matrice des vecteurs propres correspondants au sous espace bruit  $\mathbf{V}_{bdist}$ . Pour résoudre les sources dans ce cas de figure, on définit une fonction de N variables  $F(\theta, \phi_1, ..., \phi_{N-1})$ que l'on va minimiser en utilisant l'algorithme DIRECT.

#### 4 Méthode DIRECT

L'algorithme DIRECT a été introduit par Jones et al. [7] pour l'optimisation de fonctionnelles à plusieurs variables dans un espace continu et borné. L'algorithme DIRECT est une méthode qui nécessite ni la connaissance du gradient de la fonctionnelle à minimiser ni la constante de Lipschitz et utilise peu de paramètres dans le processus d'optimisation [7]. DIRECT normalise l'espace de recherche dans un hypercube et évalue la solution qui se trouve au centre de cet hypercube. En suite, des solutions sont évaluées dans les plus grandes dimensions du problème et l'hypercube est divisé en plus petits cubes en favorisant les zones où les évaluations sont faibles. Un sousensemble de cubes optimaux est sélectionné à chaque itération et le processus de division est réalisé récursivement sur chaque bloc. La sélection des blocs optimaux est basée sur un compromis entre la taille et l'évaluation du centre du bloc. Ainsi, si l'on représente l'évaluation du centre des blocs en fonction de la taille des blocs, on sélectionne les blocs qui se trouvent sur l'enveloppe convexe inférieure de cet ensemble. Ainsi, on sélectionne d'une part des petits blocs possédant une évaluation intéressante et d'autre part de grands blocs peu performants au sens du critère. Dans le premier cas, l'algorithme DIRECT se comporte comme une méthode de recherche locale et dans le second comme une méthode de recherche globale.

On montre, qu'en pratique, la condition d'orthogonalité donnée par l'équation suivante :

$$F(\theta,\phi_1,\ldots,\phi_{N-1}) = \|\mathbf{V}^+_{\mathbf{bdist}}\mathbf{g}(\theta)\mathbf{D}(\phi_1,\ldots,\phi_{N-1})\|^2 \quad (8)$$
est Lipchiziennne, c'est à dire

$$|F(\Phi) - F(\Phi')| \le \beta |\Phi - \Phi'|$$
(9)

où  $\Phi = [\theta, \phi_2, \dots, \phi_N]^T$  et  $\Phi' = [\theta, \phi'_2, \dots, \phi'_N]^T$  et  $0 < \beta < 1$  et  $g(\theta)$  est le modèle d'onde plane qui peut d'écrire sous la forme :

$$\mathbf{g}(\theta) = \left[1, e^{j2\pi f \frac{d\sin(\theta)}{c}}, \dots, e^{j(N-1)2\pi f \frac{d\sin(\theta)}{c}}\right]$$

Le principe de la méthode de correction proposée est d'utiliser l'algorithme DIRECT pour déterminer le vecteur de paramètres  $\Phi$ . La méthode de correction permet de déterminer à la fois la direction d'arrivée de source ainsi que les distorsions de phase sans connaissance a priori des erreurs de distorsion.

#### 5 Exemple numérique

Pour illustrer les performances de la méthode développée, nous avons simulé la matrice de transfert  $\mathbf{A}(\theta)$  à laquelle nous avons rajouté des erreurs de phase de forme sinusoïdale (équation (7)) sur tous les capteurs, en prenant d = 0.5 m et |Am| =0,1,2 et 3 rad. Nous avons placé la source en champ lointain d'une antenne composée de N = 5 capteurs, dans la direction  $\theta = 20^{\circ}$ .

L'effet de ces erreurs de phase introduites sur la méthode



FIG. 2 – Spectre spatial de la méthode MUSIC en absence de distorsions de phase (|Am| = 0 rad)

MUSIC sans aucun traitement est montré sur les figures 2, 3, 4 et 5. Les distorsions de phase dégradent fortement les performances de la méthode MUSIC et une correction de ces distorsions s'impose pour localiser correctement les sources. Les spectres spatiaux de la nouvelle méthode développée qui combine la méthode MUSIC avec l'algorithme DIRECT, pour les mêmes erreurs de phase sont présentés sur les figure 6, 7 et 8.



FIG. 3 – Spectre spatial de la méthode MUSIC en présence de distorsions de phase (|Am| = 1 rad)



FIG. 4 – Spectre spatial de la méthode MUSIC en présence de distorsions de phase (|Am| = 2 rad)



FIG. 5 – Spectre spatial de la méthode MUSIC en présence de distorsions de phase (|Am| = 3 rad)



FIG. 6 – Spectre spatial de la méthode développée en présence de distorsions de phase (|Am| = 1 rad)



FIG. 7 – Spectre spatial de la méthode développée en présence de distorsions de phase (|Am| = 2 rad)



FIG. 8 – Spectre spatial de la méthode développée en présence de distorsions de phase (|Am| = 3 rad)

### 6 Conclusion

L'approche présentée, ne nécessite pas la connaissance, a priori, des directions d'arrivée des sources pour pouvoir corriger les données. Pour cela, on a combiné la méthode MUSIC avec l'algorithme DIRECT pour estimer à la fois la direction d'arrivée de la source et les erreurs de phases induites par la déformation de l'antenne souple (déplacement des capteurs composants l'antenne). La méthode proposée a été appliquée dans le cas d'une seule source et pour une déformation d'antenne de forme sinusoïdale, ce qui implique une fonction d'erreurs de phase sinusoïdale d'amplitude variant entre  $-\pi$  et  $+\pi$ . Le résultat obtenu est satisfaisant dans le cas d'une seule source. Cependant, l'étude du cas de plusieurs sources s'avère nécessaire pour intégrer l'effet des interactions entre les sources. Pour cela, on étendra notre méthode à des signaux large bande et on la comparera avec des méthodes classiques ayant déjà fait leurs preuves.

### Références

- [1] S. Marcos, "Les méthodes à haute résolution", Hermes, 1998.
- [2] M. Frikel, Traitement d'antenne en présence d'un bruit coloré. Thèse de Doctorat de l'Université de Corse, 1996.
- [3] S. Marcos, "Calibration of a distored towed array using a propagation operartor," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 93, no. 4, pp. 1987-1994, 2003.
- [4] S. Bourennane and M. Frikel, "Localization of wideband sources with estimation of an antenna shape," Proc. IEEE Workshop on Statistical Sig. Array Proc., pp. 97-100, 1996.
- [5] W. Brandenburg, "A point mechanical model for the dynamics of towed arrays", *Proc. ICASSP*, pp. 40.2.1-40.2.4, 1984.
- [6] D.J. Edwards and A.J. Keane, "Numerical techniques for efficient sonar bearing and range searching in the near field using genetic algorithms," in Evolutionary Algorithms in Engineering Applications, ed. D. Dasgupta and Z. Michalewicz, Springer-Verlag, 1997.
- [7] D.R. Jones, C.D. Pertunen and B.E. Stuckman, "Lipschitzian optimisation without the Lipschitz constant," *Journal of Optimization and Applications*, vol. 79, no. 157-181, 1993.