

Une approche problèmes inverses pour la détection de micro-particules en holographie numérique.

Ferréol SOULEZ^{1,2}, Éric THIÉBAUT², Loïc DENIS^{1,3}, Corinne FOURNIER¹

¹Laboratoire Hubert Curien (ex-LTSD);
CNRS/UMR-5516; Université Jean Monnet;
18 rue Pr. Benoît Lauras, F-42000 Saint-Etienne, France.

²Centre de Recherche Astronomique de Lyon, Université Lyon 1,
Université de Lyon, CNRS UMR 5574, Ecole Normale Supérieure de Lyon,
Observatoire de Lyon, 9 avenue Charles André, Saint-Genis Laval cedex, F-69561, France

³Laboratoire Traitement et Communication de l'Information, GET-Télécom Paris,
CNRS UMR 5141, 46 rue Barrault, 75013 Paris, France
ferreol.soulez@obs.univ-lyon1.fr, thiebaut@obs.univ-lyon1.fr,
Loic.Denis@univ-st-etienne.fr, corinne.fournier@univ-st-etienne.fr

Résumé – L'holographie permet de recueillir des informations tridimensionnelles d'une scène avec un seul capteur 2D. La théorie scalaire de la diffraction permet de modéliser analytiquement la formation d'un hologramme d'après les paramètres des objets de cette scène (position, taille, forme...). Dans le cas d'objets simple comme des particules sphériques, ce modèle se réduit à peu de paramètres (4 par particule : x, y, z et rayon). Exprimée dans le cadre d'une approche de type *problèmes inverses*, l'analyse d'un hologramme (*i.e.* la détermination des paramètres de chaque particule) se formule comme un problème d'optimisation globale que nous résolvons en trois étapes: détection, raffinement, nettoyage. Cette approche s'avère plus efficace que les méthodes classiques : l'estimation des paramètres est plus précise et il devient possible de détecter des particules bien en dehors du champ de la caméra. La méthode présentée ici est parvenue à détecter des particules dans une zone seize fois plus étendue que le champ de la caméra CCD avec une précision constante et ce aussi bien sur des hologrammes simulés que sur des hologrammes réels. De plus, de fortes améliorations ont été constatées sur la précision de la localisation des particules en particulier suivant la profondeur.

Abstract – Optical holography can record tridimensional information of a scene using only one 2D sensor. Scalar diffraction theory allows to analytically model hologram formation according to objects parameters (position, size, shape...). In simple objects case (*e.g.* spherical particles), the model depends on few parameters (4 per particle: x, y, z and radius). Using an inverse problem approach, it is possible to determine these parameters resolving a global optimization problem. This new approach is more efficient than classical methods: particle parameters estimation is far more accurate and it is possible to localize particles outside of the camera field of view. The presented method achieves to detect particles in an area sixteen times wider than the CCD field of view with similar accuracy on both simulated and real digital holograms. Moreover strong improvements in the precision of the localization of the particles were achieved, particularly along the depth dimension.

1 Introduction

Les micro-particules jouent un rôle important dans de nombreux procédés industriels (injection, vélocimétrie par image de particule, rhéologie...). L'étude d'objets microscopiques (entre 10 et 500 μm) en mouvement dans un volume par des techniques d'imagerie pose un réel problème car l'acquisition rapide du volume et une bonne résolution des objets sont deux contraintes incompatibles. Par sa capacité à enregistrer l'information tridimensionnelle d'une scène en une seule pose, l'holographie a démontré très tôt son utilité pour mesurer la taille et estimer la distribution 3D de micro-particules [1, 2]. L'holographie permet de conserver l'information 3D en enregistrant sur une plaque photographique les interférences entre une onde de référence et une onde objet créée par la diffraction de l'onde de référence sur l'objet étudié. Pour restituer la scène tridimensionnelle il suffit de ré-éclairer la plaque holographique par l'onde de référence. En supprimant le développement chimique des films holographiques, l'holographie numérique permet d'acquérir plus facilement et rapidement des

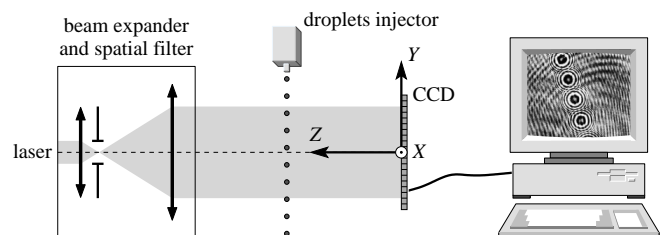


FIG. 1 – Montage de l'holographie en ligne.

phénomènes rapides en enregistrant les hologrammes directement sur un capteur numérique.

Le montage d'holographie en ligne est le plus adapté au problème de la localisation de micro-particules. Dans ce montage très simple (voir Fig. 1), tous les composants du montage (laser, lentilles et caméra) sont alignés. Les particules étudiées sont éclairées par un laser et leurs figures de diffraction sont enregistrées par une caméra numérique. L'analyse des hologrammes numériques ainsi formés est traditionnellement effectuée en deux étapes : une restitution numérique du vo-

lume d'étude imitant la restitution optique d'un hologramme, suivi d'une segmentation pour extraire la position et la taille de chaque particule. Ces dernières années de nombreux efforts ont été fait pour améliorer cette méthode [3, 4] mais elle conserve des limitations : (i) la résolution en profondeur est environ 10 fois inférieure à la résolution transversale, (ii) la zone d'étude doit être limitée au centre de l'hologramme pour réduire les effets de bord, (iii) la présence d'images jumelles parasites [5], (iv) et les focalisations multiples [6].

Dans ce contexte nous présentons ici une nouvelle méthode pour la détection et le positionnement fin de micro-particules sphériques en suivant une approche problèmes inverses appliquée à l'holographie numérique.

2 Modèle de formation de l'hologramme

Le modèle direct de formation de l'hologramme sur le capteur est dérivé de l'analyse de la diffraction d'une onde cohérente par des particules. On considère une onde incidente d'amplitude complexe \underline{A}_0 , de longueur d'onde λ diffracté par des particules sphériques opaques de rayons r_j et de coordonnées (x_j, y_j, z_j) . Sous l'approximation de Fresnel, l'amplitude complexe de l'onde diffractée peut être modélisée par [7, 8] :

$$\underline{f}_j(x, y) = \frac{r_j}{2i\rho_j(x, y)} J_1\left(\frac{2\pi r_j \rho_j(x, y)}{\lambda z_j}\right) \exp\left(i\frac{\pi \rho_j^2(x, y)}{\lambda z_j}\right) \quad (1)$$

où J_1 est la fonction de Bessel du premier ordre, $\rho_j(x, y) = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2}$ est la distance entre le point (x, y) du plan d'observation (en $z = 0$) et la projection (x_j, y_j) de la position de la j -ième particule sur ce plan.

Nous avons montré [8] que pour n particules l'intensité mesurée sur le détecteur peut être approximée par :

$$I(x, y) = I_0 - \sum_{j=1}^n \alpha_j \operatorname{Re}(\underline{f}_j(x, y)) \quad (2)$$

où α_j est un facteur multiplicatif et I_0 correspond au niveau donné par le détecteur illuminé par le laser sans les particules diffractantes.

3 Principe de l'algorithme

Dans notre approche de type *problèmes inverses*, la détection et la localisation des particules consiste à déterminer le jeu optimal de paramètres $\theta = \{I_0, \alpha_j, x_j, y_j, z_j, r_j; j = 1, \dots, n\}$ caractérisant n particules et qui minimise un critère de moindres carrés pondérés $\mathcal{P}(\theta)$. D'après notre modèle :

$$\mathcal{P}(\theta) = \sum_{k=1}^{N_{\text{pixel}}} W_k [D_k - M_k(\theta)]^2$$

avec $W_k \equiv \begin{cases} \operatorname{Var}(D_k)^{-1} & \text{si } D_k \text{ est mesuré} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3)$

où D_k est la valeur du k -ième pixel de l'hologramme observé et W_k son poids statistique. Le modèle pour n particules est directement donné par l'équation (2) :

$$M_{n,k} = I_0 - \sum_{j=1}^n \alpha_j \operatorname{Re}(\underline{f}_j(X_k, Y_k)), \quad (4)$$

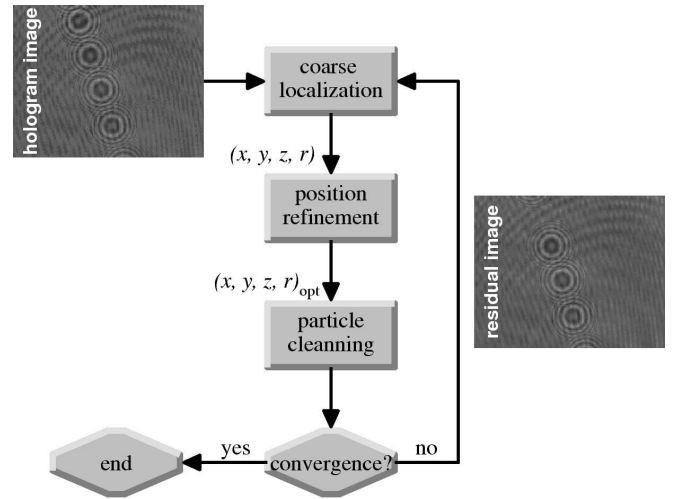


Fig. 2 – Schéma de la méthode.

où (X_k, Y_k) sont les coordonnées du k -ième pixel.

Le critère $\mathcal{P}(\theta)$ possède de nombreux minima locaux et sa minimisation requiert de résoudre un problème d'optimisation globale. En pratique, ce problème est résolu par un algorithme itératif alternant détection grossière de particules et optimisation locale [8] décrit par la figure 2. L'utilisation de l'image des résidus, calculée en retranchant la contribution des particules déjà détectées, permet d'améliorer la sensibilité de la détection des particules ayant une signature faible. Comme aucune inversion directe n'est faite, notre méthode est insensible aux effets de troncature de l'hologramme et nous avons montré qu'elle permettait de détecter des particules hors champ avec une précision constante. Un exemple typique du fonctionnement de l'algorithme sur des données réelles est montré sur la figure 3.

3.1 Détection

Lors de l'étape de détection à la n -ième itération de l'algorithme, la détection d'une seule particule est effectuée par estimation du vecteur de paramètres θ qui minimise \mathcal{P} . En utilisant des FFTs, il est possible d'évaluer \mathcal{P} à (z, r) fixés pour un ensemble discret des paramètres (x, y) . Cette détection nécessite 5 FFTs par évaluation d'une coupe (x, y) à (z, r) donnés. Une particule sera détectée au point de cette grille d'intérêt qui minimise \mathcal{P} . Comme la figure de diffraction d'une micro-particule est très étendue, il est possible de détecter des particules en dehors du champ de la caméra. Le champ effectif de mesure peut ainsi être bien plus étendu que celui de la caméra (jusqu'à 16 fois la surface du capteur lors de nos expériences).

3.2 Raffinement des paramètres

Les paramètres (x_n, y_n, z_n, r_n) estimés grossièrement lors de l'étape de détection peuvent être affinés par une optimisation locale [8]. Cette étape de raffinement des paramètres consiste à minimiser \mathcal{P} par une méthode de type Newton à *région de confiance* [10]. Un tel algorithme utilise une approximation locale quadratique de la fonction de pénalisation \mathcal{P} estimée d'après les dérivées partielles du premier et second ordre suivant chaque paramètre. Cette étape conduit à une précision sub-pixel dans l'estimation de la position et de la taille des parti-

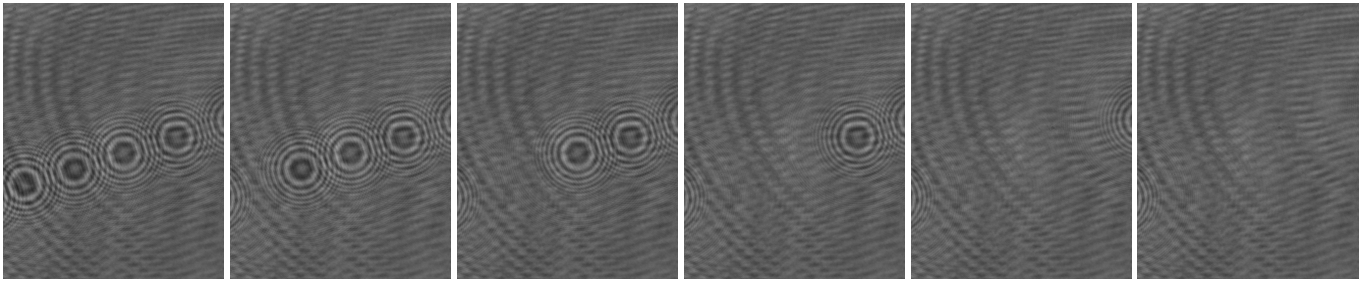


FIG. 3 – Effacement itératif de particules sur un hologramme réel. De gauche à droite : hologramme de départ et hologrammes résiduels après la détection et la soustraction de respectivement 1, 2, 3, 4 and 5 particules.

cules.

4 Résultats

4.1 Données simulées

Nous avons d'abord utilisé des données simulées pour déterminer les performances de notre algorithme dans différentes conditions. Ces simulations ont été effectuées pour une caméra 1024×1024 avec des pixels carrés de $6.70 \mu\text{m}$ de largeur et un laser de 632.8 nm . 100 particules ont été distribuées aléatoirement dans un volume de $8 \times 8 \times 30 \text{ mm}^3$ placé à environ 250 mm de la caméra. Les hologrammes ainsi simulés ont été traités une fois en utilisant tout le champ (1024×1024 pixels) et une fois sur un champ plus étroit en n'utilisant que les 512×512 pixels en son centre. Le tableau 1 montre les résultats de ces simulations pour trois tailles différentes de particules (type I, II and III). La précision des paramètres est d'autant meilleure que la concentration en particules est faible. Ainsi, dans les mêmes conditions mais avec seulement 25 particules, cet algorithme estime le rayon avec une précision de $\Delta r \approx 1/40$ pixel ($0.15 \mu\text{m}$), et la position avec une précision transversale de $\Delta x \approx \Delta y \approx 1/20$ pixel ($0.3 \mu\text{m}$) et une précision longitudinale de $\Delta z \approx$ de $1/25$ ($0.27 \mu\text{m}$) à $1/3$ pixel ($2.3 \mu\text{m}$) suivant la taille de la particule.

TAB. 1 – Erreurs en moyenne quadratique sur les paramètres estimés des particules dans différentes conditions de simulation. Le champ de la caméra est 512×512 ou 1024×1024 , le type I correspond à des particules de taille $3.5 \mu\text{m} \leq r \leq 5 \mu\text{m}$, le type II à $15 \mu\text{m} \leq r \leq 20 \mu\text{m}$ et le type III à $30 \mu\text{m} \leq r \leq 40 \mu\text{m}$.

configuration		precision (en μm rms)			
champ	type	Δx	Δy	Δz	Δr
1024^2	I	0.28	0.28	1.38	0.46
512^2	I	0.28	0.28	6.38	0.72
1024^2	II	0.28	0.28	2.53	0.03
512^2	II	0.28	0.28	11.8	0.09
1024^2	III	0.28	0.28	14.3	0.14
512^2	III	0.39	0.39	46.85	0.17

4.2 Données expérimentales

Les données expérimentales traitées sont constituées de 200 hologrammes de gouttelettes obtenus en utilisant le montage

décrit en Fig. 1 avec les caractéristiques suivantes :

Le laser est un laser YAG à double cavité émettant à une longueur d'onde de $0.532 \mu\text{m}$. Il émet des impulsions de 7 ns permettant de geler le mouvement des gouttelettes.

L'injecteur est un injecteur piézo-électrique générant des gouttelettes mono-dispersées. Le diamètre des gouttelettes est réglable entre $50 \mu\text{m}$ et $100 \mu\text{m}$. Les gouttelettes sont émises à intervalles de temps constant (1000 Hz).

La caméra est une caméra CCD 12 bits avec 1280×1024 pixels de taille $6.7 \mu\text{m} \times 6.7 \mu\text{m}$. Elle est placée à environ 25 cm de l'injecteur de manière à ne pas perturber l'écoulement. Cela conduit à une ouverture numérique de $\Omega = 0.014$.

Les positions 3D et le rayon de chaque gouttelette sont déterminés par notre algorithme. La Figure 3 montre des images des résidus successifs durant le traitement de l'un de ces hologrammes. Bien que les figures de diffraction de seulement 4 ou 5 particules soit visibles sur ces hologrammes notre algorithme parvient à détecter jusqu'à 18 particules par hologramme comme illustré par la figure 4. Les positions estimées sont présentées sur la figure 5. Ces gouttelettes suivent clairement une trajectoire rectiligne comme attendu d'après les conditions expérimentales. De plus, l'espacement entre celles-ci correspond à leur trajectoire balistique attendue.

La taille estimée des gouttelettes (Fig. 6) présente une distribution en cloche de moyenne $94.1 \mu\text{m}$ avec un écart type de $0.3 \mu\text{m}$ en accord avec les spécifications de l'injecteur.

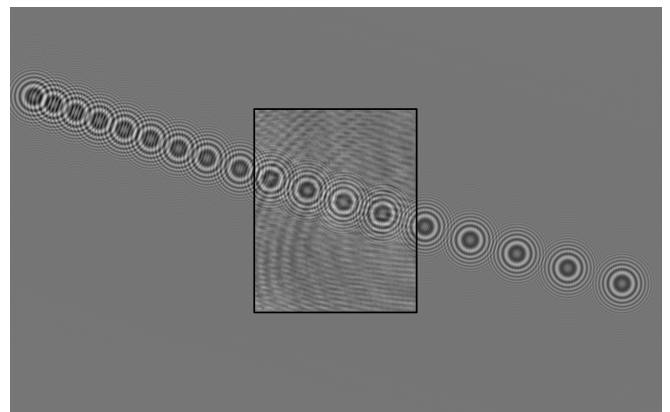


FIG. 4 – Superposition d'un hologramme réel (encadré en noir) et du modèle synthétisé d'après les 18 particules détectées par l'algorithme. 14 sont hors du champ de la caméra.

Le temps de calcul croît proportionnellement avec le nombre de particules sur l'hologramme. Pour les résultats expérimentaux

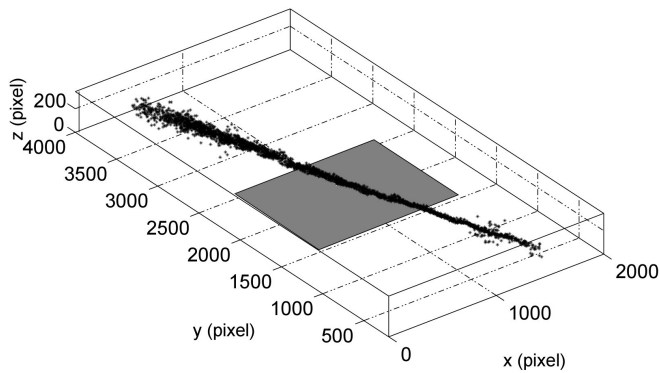


FIG. 5 – reconstruction 3D du jet d’après les positions des gouttelettes détectées. La zone grisée représente le champ de la caméra.

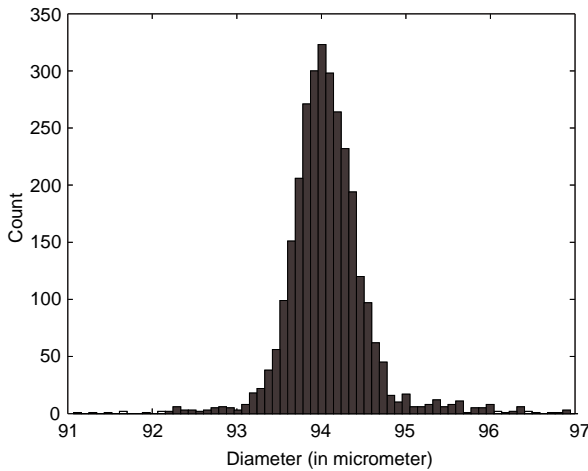


FIG. 6 – Histogramme des diamètres estimés des particules.

taux sur un Pentium-4 à 3.60 Ghz, l’algorithme présenté a pris 7 minutes par particule : 4 minutes pour la détection et 3 pour le raffinement des paramètres. Ce temps pourrait être fortement réduit en exécutant plusieurs détections par passe ou encore en utilisant des méthodes numériques plus efficaces pour calculer les fonctions de Bessel.

5 Conclusion

Nous avons décrit ici un nouvel algorithme pour la détection et la localisation précise de micro-particules en holographie numérique en ligne. La différence principale avec les autres méthodes existantes tient à l’approche inverse qui ne requiert aucune inversion directe des données. Dans cette approche, nous avons défini un modèle simplifié d’un hologramme de micro-particules dépendant uniquement de la position et de la taille de ces particules. Le problème à résoudre a été défini comme étant la recherche du jeu de particules qui minimise l’écart quadratique entre ce modèle et les hologrammes observés. Ce problème d’optimisation globale comportant un grand nombre de minima locaux, il est résolu itérativement par la détection grossière des particules en parcourant l’espace 4D des paramètres suivie d’une optimisation locale de ces paramètres. En répétant ces deux étapes sur l’image des résidus obtenus en soustrayant au données le modèle des particules déjà détectées, il

devient possible de détecter les particules ayant les figures de diffractions les plus faibles, y compris celles placées hors du champ du capteur. En effet, comme l’estimation est effectuée dans l’espace des données, cette méthode peut traiter proprement les problèmes liés à la troncature des données en affectant un poids nul dans l’équation (3) aux pixels non mesurés (pixels défectueux ou saturés, pixels hors de la zone effectivement couverte par le détecteur). Cette formulation permet de détecter des particules bien en dehors du champ du capteur multipliant par seize la surface effective de mesure dans les résultats expérimentaux.

Les résultats, tant sur des données simulées que réelles, ont montré une large amélioration de la précision en particulier suivant la profondeur qui est bien meilleure que la résolution optique dans les mêmes conditions ($\delta z \geq \lambda/\Omega^2 = 2.6$ mm). De plus, d’après les traitements sur les données expérimentales, nous avons pu constater que cet algorithme est très robuste vis à vis d’une illumination non homogène ou des franges dues aux composants optique du montage que l’on peut voir sur la 5^e image des résidus Fig. 3. Sur cette figure, bien que la signature d’une seule particule soit encore discernable en bordure, 13 autres ont été détectées en intégrant l’information répartie sur tout le capteur.

Références

- [1] B. J. Thompson. *A new method of measuring particle size by diffraction techniques*. Japanese Journal of Applied Physics **4**, 302–307, 1965.
- [2] H. Royer. *Holographic velocimetry of submicron particles*. Optics Communications **20**, 73–75, 1977.
- [3] T. M. Kreis, M. Adams, & W. Jüptner. *Methods of digital holography : A comparison*. SPIE **3098**, 224–233, 1997.
- [4] K. D. Hinsch & S. F. Herrmann. *Special issue : Holographic particle image velocimetry*. Measurement Science & Technology **15**, 2004.
- [5] L. Denis, C. Fournier, T. Fournel, & C. Ducottet. *Twin-image noise reduction by phase retrieval in in-line digital holography*. Wavelets XI, SPIE **5914**, 148–161, 2005.
- [6] C. Fournier, C. Ducottet, & T. Fournel. *Digital in-line holography : influence of the reconstruction function on the axial profile of a reconstructed particle image*. Measurement Science & Technology **15**, 686–693, 2004.
- [7] G. A. Tayler & B. J. Thompson. *Fraunhofer holography applied to particle size analysis : a reassessment*. Opt. Acta. **23**, 261–304, 1976.
- [8] F. Soulez, L. Denis, C. Fournier, E. Thiébaud, & C. Goepfert. *Inverse problem approach for particle digital holography : accurate location based on local optimisation*. J. Opt. Soc. Am. A **24**, 1164–1171, 2007.
- [9] F. Soulez, L. Denis, E. Thiébaud, C. Fournier, & C. Goepfert. *Inverse problem approach in particle digital holography : out-of-field particle detection made possible*. Soumis à J. Opt. Soc. Am. A, 2007.
- [10] J. J. Moré & D. C. Sorensen. *Computing a trust region step*. SIAM J. Sci. Stat. Comp. **4** 553–572, 1983.