

# Algorithmes Forward-Backward et décodage de Viterbi dans le cadre du Modèle des Croyances Transférables

## Application à la classification de séquences vidéos

Emmanuel RAMASSO, Michèle ROMBAUT, Denis PELLERIN

GIPSA-lab, Département Images et Signal, 46 avenue Félix Viallet, 38031 Grenoble, France  
 e\_ramasso@yahoo.fr, rombaut@lis.inpg.fr, pellerin@lis.inpg.fr

**Résumé** – Nous présentons une version crédibiliste des Modèles de Markov Cachés, particulièrement les procédures « forward », « backward » et « Viterbi » définies dans le cadre du Modèle des Croyances Transférables de Smets. La reformulation est basée sur le Théorème de Bayes Généralisé ainsi que sur les travaux de Smets sur les Réseaux Evidentiels. Un critère basé sur le conflit est aussi proposé pour inférer des séquences. Les algorithmes proposés sont testés sur des vidéos d’athlétisme.

**Abstract** – This paper presents the “credal forward”, “credal backward” and “credal Viterbi” procedures in order to apply Hidden Markov Models’ machinery. Belief functions are interpreted as in Smets’ Transferable Belief Model framework. The generalization is based on the Generalized Bayesian Theorem and on Evidential Network. A new criteria based on conflict is also proposed for inference. The proposed algorithms are illustrated by a human motion analysis in real videos of athletics.

## 1 Contexte et contribution

Les Modèles de Markov Cachés (HMM) sont principalement basés sur les algorithmes forward, backward et Viterbi [6]. Des combinaisons de ces algorithmes sont utilisées dans l’apprentissage des paramètres de HMM.

Nous proposons de reformuler ces algorithmes dans le cadre du Modèle des Croyances Transférables (TBM) [13] reposant sur les fonctions de croyance (FdC), menant ainsi à un HMM crédibiliste (CrHMM) afin de bénéficier de la puissance des algorithmes des HMM et de la généralité des FdC. Le doute, explicite dans le TBM, nous permet de s’abroger des connaissances a priori, par exemple pour la phase d’initialisation ainsi que pour la modélisation des transitions entre états, indéfinies par nature. La mesure de conflit est exploitée dans un premier critère pour reconnaître des séquences a posteriori (dans le cadre de la classification par CrHMMs). Le conflit est aussi utilisé dans la version crédibiliste d’un algorithme de Viterbi que nous proposons. Enfin, nous présentons des combinaisons judicieuses des variables crédibilistes forward-backward pour envisager l’apprentissage des paramètres de CrHMM.

Les algorithmes proposés reposent sur des travaux de Smets concernant le Théorème de Bayes Généralisé (GBT) et les réseaux évidentiels (EVN) [10]. L’inférence dans les EVN a été étudiée en 1994 par Xu et Smets [14]. Depuis, très peu de travaux ont exploités les EVN [15]. La partie inductive de l’algorithme forward crédibiliste que nous proposons est similaire à la formulation de Smets mais nous utilisons les commonalités menant à des expressions crédibilistes proches de leur équivalent en probabilité (seulement dans la forme) ce qui est intéressant du point de vue calculatoire. De plus, dans ces différents travaux, la prise en compte de la dynamique des observations (information temporelle) n’a pas été traitée.

L’idée d’étendre les processus markoviens (probabilistes) à la théorie de l’évidence [9] a été principalement traitée par Pieczynski *et al.* (voir [5] pour une synthèse) qui exploite les FdC afin de s’abroger de l’a priori dans le calcul de distributions a posteriori avec la relation de Bayes. Le problème de ces méthodes est que soit les observations soit les a priori sont des FdC mais pas les deux simultanément. Ainsi, la combinaison donne forcément une distribution de probabilité. Dans [5], le cas général est discuté en fin d’article dans le cadre de champs de markov. Dans les travaux de Pieczynski *et al.*, la règle Dempster est utilisée avec le problème inhérent de la normalisation ce qui n’est pas le cas dans le cadre du TBM. Dans la présente communication, les algorithmes proposés sont applicables à des FdC quelconques dans le cadre du TBM de Smets [9, 11]. En particulier, le conflit est exploité comme une nouvelle source d’information pertinente pour les séquences. Enfin, nous proposons une procédure de Viterbi crédibiliste.

## 2 HMM : quelques rappels

Nous supposons que le lecteur possède les connaissances sur les mécanismes de base des HMM décrits dans le tutorial de Rabiner [6].

Les états de la séquence à reconnaître sont dits cachés : on ne dispose que d’un lot d’observations  $\mathbf{O}_t \in \mathcal{R}^F$  collectées à des instants  $t$ . Typiquement, une observation est un ensemble de  $F$  caractéristiques extraites sur le sujet de l’analyse. On note  $N$  le nombre d’états et  $s_i^t$  est l’état  $i$  à l’instant  $t$ , avec  $t \in \{1..T\}$  ( $T$  est la longueur de la séquence). A chaque instant  $t$ ,  $s_i^t \in \Omega_t$  avec  $\Omega_t$  le cadre de discernement (qui rassemble les états possibles) et  $\Omega_t = \{s_1^t, s_2^t, \dots, s_N^t\}$ . De plus, à chaque  $t$ , la vraisemblance de l’état  $i$  à  $t$  conditionnelle à l’observation cou-

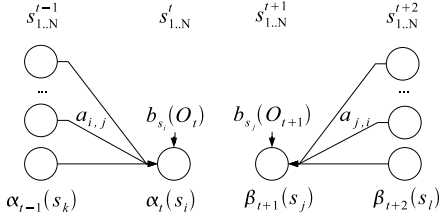


FIG. 1 - Calcul [6] des variables forward ( $\alpha_t$ ) et backward ( $\beta_t$ ) en utilisant les vraisemblances sur les observations ( $b_{s_i}$ ). Les cercles et les flèches représentent les états et les propagations.

rante, i.e.  $b_{s_i}(\mathbf{O}_t) = l(s_i^t | \mathbf{O}_t) = P(\mathbf{O}_t | s_i^t)$ , est donnée par un mélange de Gaussiennes pour chaque état [6]. Un HMM est caractérisé par trois éléments (que l'on résume par la lettre  $\lambda$ ) : un a priori sur les états, une matrice de transition entre états ( $a_{ij} = P(s_j^{t+1} | s_i^t)$ ) et un modèle d'observations (supposées des mélanges Gaussiens). Un modèle de séquences pour un problème donné est caractérisé par un  $\lambda$  spécifique.

### 3 Le TBM : outils de base

**Fonctions de croyances :** La croyance d'un agent est représentée par une distribution de masses (BBA)  $m^{\Omega_t}$  de  $2^{\Omega_t}$  dans  $[0, 1]$  respectant  $\sum_{S_i \subseteq \Omega_t} m^{\Omega_t}(S_i) = 1$  (nous omettrons les accolades). Un singleton est noté  $s_i^t \in \Omega_t$  et les unions  $S_i^t \subseteq \Omega_t$ . BBA  $m^{\Omega_t}$ , plausibilité  $pl^{\Omega_t}$  et commonalités  $q^{\Omega_t}$  (entre autres [10]) sont en correspondance biunivoque, on les note  $f^{\Omega_t} \in \{m^{\Omega_t}, pl^{\Omega_t}, q^{\Omega_t}\}$ .

**Combinaisons et extensions :** Deux BBAs  $m_1^{\Omega_t}$  et  $m_2^{\Omega_t}$ , définies sur un même  $\Omega_t$ , peuvent être combinées  $\forall S_i, S_k, S_l \subseteq \Omega_t$  par :

$$(m_1^{\Omega_t} \otimes m_2^{\Omega_t})(S_l) = \sum_{S_i \Delta S_k = S_l} m_1^{\Omega_t}(S_i) m_2^{\Omega_t}(S_k) \quad (1)$$

avec  $\Delta = \cap$  (resp.  $\cup$ ) pour la combinaison conjonctive notée CRC (resp. disjonctive notée (DRC)). Pour la CRC on a la relation  $(q_1^{\Omega_t} \odot q_2^{\Omega_t})(S_l) = q_1^{\Omega_t}(S_l) q_2^{\Omega_t}(S_l)$ . Avant combinaison, il est nécessaire que les BBAs soient définies sur le même espace. Pour cela, on utilise l'extension vide (non informative), e.g. la combinaison de  $m^{\Omega_t}$  avec  $m^{\Omega_{t+1}}$  nécessite d'étendre les BBAs sur  $\Omega_t \times \Omega_{t+1}$ . Si on prend le cas de  $m^{\Omega_t}$ , on a  $m^{\Omega_t \uparrow \Omega_t \times \Omega_{t+1}}(S) = m^{\Omega_t}(S_i)$  si  $S = S_i \times \Omega_{t+1}$ ,  $S_i \subseteq \Omega_t$  et 0 sinon. Après combinaison, le résultat peut être marginalisé sur un des espaces de départ. Par exemple  $\forall S \subseteq \Omega_t \times \Omega_{t+1}$  et  $S^{\downarrow \Omega_{t+1}} = S_j$ ,  $m^{\Omega_t \times \Omega_{t+1} \downarrow \Omega_{t+1}}(S_j) = \sum_S m^{\Omega_t \times \Omega_{t+1}}(S)$ , où «  $S^{\downarrow \Omega_{t+1}} = S_j$  » signifie que  $S_j$  est la projection de  $S$  sur  $\Omega_{t+1}$ .

**Conditionner et déconditionner :** Soient  $m_i^{\Omega_t}(S_i) = 1$  et une BBA  $m^{\Omega_t \times \Omega_{t+1}}$ , alors la BBA conditionnelle est  $m^{\Omega_{t+1}}[S_i^t] = (m_i^{\Omega_t \uparrow \Omega_t \times \Omega_{t+1}} \odot m^{\Omega_t \times \Omega_{t+1}})^{\downarrow \Omega_{t+1}}$ . Inversement, si l'on dispose de  $m^{\Omega_{t+1}}[s_i^t]$ , alors on peut la déconditionner [10]. Pour cela, on note  $v_j = ((s_i \times \Omega_{t+1}) \cap S)^{\downarrow \Omega_{t+1}}$ , Smets a montré que [10]  $q^{\Omega_t \times \Omega_{t+1}}(S) = \prod_{s_i \in \Omega_t} q^{\Omega_{t+1}}[s_i](v_j)$ . Ces processus seront utilisés pour calculer des BBAs sur un espace joint  $\Omega_t \times \Omega_{t+1}$ .

**Théorème de Bayes Généralisé :** Le théorème de Bayes a été généralisé aux FdC [10] et permet de supprimer l'hypothèse (forte) d'un a priori avant inférence. Étant

donnés un a priori vide ( $m^{\Omega_t}(\Omega) = 1$ ) et les FdC conditionnelles  $f^{\Omega_{t+1}}[s_i]$ , le GBT calcule  $f^{\Omega_{t+1}}(S_j)$ ,  $\forall S_j \in \Omega_{t+1}$  par  $f^{\Omega_{t+1}}(S_j) = \sum_{S_i \subseteq \Omega_t} f^{\Omega_{t+1}}[S_i](S_j) \cdot m^{\Omega_t}(S_i)$ . Si les BBAs sont conditionnées sur les singletons  $s_i \in \Omega_t$  alors les conditionnements sur les sous-ensembles  $S_i$  sont obtenus par la DRC (Eq. (1)) en supposant qu'elles sont distinctes [10], i.e.  $f^{\Omega_{t+1}}[S_i] = \bigodot_{s_i \in S_i} f^{\Omega_{t+1}}[s_i]$ ,  $\forall S_i \subseteq \Omega_t$ .

**Utilisation du GBT :** Si les BBAs définies sur  $\mathfrak{R}^F$  sont représentées par des vraisemblances  $l(s_i | \mathbf{O}_t)$  alors pour  $\mathbf{O}_t \in \mathfrak{R}^F$  et  $\forall S \subseteq \Omega_t$ , Smets [10] a prouvé que :

$$q_b^{\Omega_t}[\mathbf{O}_t](S) = \prod_{s_i \in S} l(s_i | \mathbf{O}_t) \quad (2)$$

i.e. la commonalité a posteriori, l'équivalent crédibiliste de la quantité  $b_{s_i}(\mathbf{O}_t)$  proposée dans [6] pour le cas des HMM mais définie à présent sur des sous-ensembles d'états.

**Prise de décision :** La prise de décision est réalisée à partir de la distribution de probabilité pignistique [12] définie  $\forall s_i \in \Omega_t$  par :

$$\text{BetP}\{m^{\Omega_t}\}(s_i) = \sum_{S_k \subseteq \Omega_t} \frac{|s_i \cap S_k|}{|S_k|} \frac{m^{\Omega_t}(S_k)}{1 - m^{\Omega_t}(\emptyset)} \quad (3)$$

où  $m^{\Omega_t}(\emptyset)$  est le conflit et  $(1 - m^{\Omega_t}(\emptyset))$  est un coefficient de normalisation.

### 4 Filtrage crédibiliste forward

Dans les HMM, l'algorithme forward [6] permet de filtrer en ligne des probabilités qui évoluent au cours du temps avec  $\alpha_t(s_i) = P(O_1, O_2 \dots O_t, s_i | \lambda)$  et  $\alpha_{t+1}(s_j) = (\sum_{s_i \in \Omega_t} \alpha_t(s_i) a_{ij}) b_{s_j}(\mathbf{O}_{t+1})$ . Au final, la vraisemblance de la séquence  $P(\mathbf{O}_{1:T} | \lambda)$  est calculée par  $\sum_{\forall s_i \in \Omega_T} \alpha_T(s_i)$ . Un algorithme similaire dans le cadre du TBM est possible avec toutefois quelques particularités. L'algorithme consiste en trois étapes détaillées par la suite : **1. Initialisation :**  $\forall S_i \subseteq \Omega_1$ , appliquer Eq. (4), **2. Induction :**  $1 \leq t \leq T - 1$ ,  $S_j \subseteq \Omega_{t+1}$ , appliquer Eq. (5), **3. Fin :** appliquer Eq. (6). On note  $f_{\alpha}^{\Omega_t} \in \{m_{\alpha}^{\Omega_t}, pl_{\alpha}^{\Omega_t}, q_{\alpha}^{\Omega_t}\}$  la version crédibiliste de la variable forward. Les indices  $\alpha$ ,  $a$  et  $b$  seront utilisés pour décrire respectivement la variable forward, les transitions entre états et les observations.

**Initialisation :** Avec les FdC, il est possible d'initialiser une variable avec un a priori vide, e.g. à  $t = 1$  :

$$q_{\alpha}^{\Omega_{t=1}}(S_i) = 1, \forall S_i \subseteq \Omega_t \quad (4)$$

ou de façon équivalente  $m_{\alpha}^{\Omega_{t=1}}(\Omega) = 1$ . Nous pouvons aussi utiliser un a priori probabiliste, possibiliste ou autre.

**Induction :** Smets [10] a proposé le GBT et la DRC pour la propagation de croyances dans les EVN. Nous proposons ici une version avec les commonalités. Soient 1)  $m_{\alpha}^{\Omega_t}$  la BBA de la variable forward sur les états et sous ensembles d'états à  $t$ , 2)  $q_a^{\Omega_{t+1}}[S_i]$ ,  $\forall S_i \subseteq \Omega$  l'ensemble des distributions de commonalités conditionnelles liant les états et sous ensembles d'états entre  $t$  et  $t+1$ , 3)  $q_b^{\Omega_{t+1}}[\mathbf{O}_t]$  les commonalités a posteriori obtenues à partir des observations à  $t+1$ . La variable forward est alors une commonalité combinant ces informations (Fig. 1-gauche) :

$$q_{\alpha}^{\Omega_{t+1}}(S_j) = \left( \sum_{S_i \subseteq \Omega_t} m_{\alpha}^{\Omega_t}(S_i) q_a^{\Omega_{t+1}}[S_i](S_j) \right) q_b^{\Omega_{t+1}}[\mathbf{O}_t](S_j) \quad (5)$$

définie  $\forall S_j \subseteq \Omega_{t+1}$ . L'utilisation des commonalités permet d'obtenir une forme proche de la version probabiliste

mais cette fois les croyances sont explicites sur les unions d'états. A chaque  $t$ , l'induction transfère la masse sur des ensembles d'états de faible cardinalité (spécialisation) donc renforce la distribution de croyance. Cependant, à l'instant suivant  $t + 1$ , la CRC avec les observations peut induire du conflit (lorsque  $S_i \cap S_j = \emptyset$ ).

**Étape de fin :** Le conflit doit être redistribué [2] car il est absorbant. Cependant, nous gardons une trace de ce conflit à chaque instant car il traduit l'incohérence entre les observations et le modèle du CrHMM  $\lambda$ . Ce conflit peut être utilisé pour classer une séquence a posteriori, très utile lorsque plusieurs CrHMM  $\lambda_1 \dots \lambda_k \dots \lambda_K$  sont en compétition. Le « meilleur » modèle est alors celui qui minimise le conflit sur l'ensemble de la séquence  $\mathbf{O}_{1:T}$  :

$$L_c^1(\lambda) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \log(m_{\alpha}^{\Omega_t}[\lambda](\emptyset)) \quad (6) \quad \lambda^* = \underset{k}{\operatorname{argmin}} L_c^1(\lambda_k) \quad (7)$$

Le critère (6) est similaire à la mesure de distance proposée par Ristic et Smets pour l'association d'objets [8].

## 5 Lissage et vers l'apprentissage

L'estimation des paramètres d'un HMM est traitée dans [6]. Pour cela, trois variables auxiliaires sont nécessaires : la variable backward ( $\beta$ , partie droite de la Fig. 1) et les variables  $\gamma$  et  $\xi$ , les deux dernières étant obtenues à partir des variables forward et backward. Nous proposons ci-après l'extension de ces variables dans le cadre du TBM.

**Induction backward crédibiliste :** En utilisant la Fig. 1 (partie droite),  $\forall S_i \subseteq \Omega_t$ , on a :

$$q_{\beta}^{\Omega_t}(S_i) = \sum_{S_j \subseteq \Omega_{t+1}} \left( (m_{\beta}^{\Omega_{t+1}} \odot m_b^{\Omega_{t+1}}[\mathbf{O}_t])(S_j) q_a^{\Omega_t}[S_j](S_i) \right) \quad (8)$$

Comme seulement  $q_a^{\Omega_{t+1}}[S_i](S_j)$  est connue (i.e. la commonalité de  $S_j$  à  $t + 1$  conditionnellement à  $S_i$  à  $t$ ), il est nécessaire de dériver  $q_a^{\Omega_{t+1}}[S_j](S_i)$ . Pour cela, on applique le principe de vraisemblance généralisé [10] (en passant par les plausibilités) et donnant  $pl_a^{\Omega_t}[S_j](S_i) = pl_a^{\Omega_{t+1}}[S_i](S_j)$ , où  $pl_a^{\Omega_{t+1}}[S_i]$  est connue. Ainsi, à partir de  $pl_a^{\Omega_t}[S_j]$ , la distribution recherchée  $q_a^{\Omega_{t+1}}[S_j]$  est calculée [10].

**Variable  $\gamma$  crédibiliste et lissage :** Le filtrage hors ligne est nommé lissage. Pour cela, on définit la variable crédibiliste  $q_{\gamma}^{\Omega_t}$  obtenue par l'observation jointe des variables crédibilistes forward et backward :

$$q_{\gamma}^{\Omega_t} = q_{\alpha}^{\Omega_t} \odot q_{\beta}^{\Omega_t} \quad (9)$$

obtenues  $\forall S_i \subseteq \Omega_t$ . La variable crédibiliste  $q_{\gamma}^{\Omega_t}$  est aussi utilisable pour déterminer le « meilleur » état courant  $s_t^*$  à  $t$  conditionnellement aux observations :  $s_t^* = \operatorname{argmax}_{s_i \in \Omega_t} \mathbf{BetP}\{m_{\gamma}^{\Omega_t}\}(s_i)$ ,  $\forall 1 \leq t \leq T$  (**BetP** donnée par Eq. (3)).

**Variable  $\xi$  crédibiliste, apprentissage :** Cette variable donne la FdC jointe a posteriori de deux états à deux instants successifs. Dans le cas probabiliste,  $\xi$  est utilisée pour estimer la matrice de transition. Dans le cadre crédibiliste, on propose la FdC  $f_{\xi_{\text{off}}}^{\Omega_t \times \Omega_{t+1}}$  (définie sur l'espace joint) avec, en suivant la Fig. 1,  $\forall S \subseteq \Omega_t \times \Omega_{t+1}$  :

$$q_{\xi_{\text{off}}}^{\Omega_t \times \Omega_{t+1}}(S) = q_{\alpha}^{\Omega_t \uparrow \Omega_t \times \Omega_{t+1}}(S) \times q_{\beta}^{\Omega_{t+1} \uparrow \Omega_t \times \Omega_{t+1}}(S) \times q_b^{\Omega_{t+1}}[\mathbf{O}_t] \uparrow \Omega_t \times \Omega_{t+1}(S) \times q_a^{\Omega_t \times \Omega_{t+1}}(S) \quad (10)$$

Dans le cas « en ligne »,  $q_{\beta}^{\Omega_{t+1}}(S) = 1, \forall S \subseteq \Omega_{t+1}$ .

## 6 Viterbi crédibiliste

L'algorithme de Viterbi crédibiliste détermine l'état  $s_i \in \Omega_{t-1}$  à  $t - 1$  (*meilleur candidat courant*) expliquant que le dernier état de la séquence (*meilleure hypothèse courante*) est  $s_j$  à  $t$ . L'état de connaissance entre  $t$  et  $t - 1$  est donné par Eq. (10) avec  $q_{\beta}^{\Omega_{t+1}}(S) = 1, \forall S \subseteq \Omega_{t+1}$ . Par conséquent, l'algorithme de Viterbi crédibiliste repose sur la procédure forward.

Il est nécessaire de tester chaque hypothèse  $s_j \subseteq \Omega_t$ , par conséquent la BBA obtenue à partir de Eq. (10) est d'abord conditionnée sur l'hypothèse courante  $s_j$ . Puis, afin de déterminer le meilleur candidat  $s_i$ , le résultat est marginalisé sur l'espace du candidat courant  $s_i$ , i.e.  $\Omega_{t-1}$  :

$$m_{\text{dec}}^{\Omega_{t-1}}[s_j] = m_{\xi_{\text{on}}}^{\Omega_{t-1} \times \Omega_t}[s_j]^{\Omega_{t-1}} \quad (11)$$

Le conditionnement est équivalent à une CRC avec une BBA catégorique  $m_j^{\Omega_{t-1} \times \Omega_t}(s_j) = 1$ . Par conséquent, un conflit peut apparaître reflétant l'*incohérence d'être dans l'état  $s_j$  à  $t$* . Nous notons  $\mathbf{C}_t(s_j) = 1 - m_{\text{dec}}^{\Omega_{t-1}}[s_j](\emptyset)$  la valeur de la cohérence à l'instant  $t$ . La décision doit être prise à partir de la distribution de probabilité pignistique (Eq. (3)) définie sur  $\Omega_{t-1}$  à partir de Eq. (11). L'espace  $\Omega_{t-1}$  est caractérisé par un ensemble de cohérences  $\mathbf{C}_{t-1}(s_i)$  calculées à l'instant précédent qui sont intégrées dans le processus de décision à  $t$  sur l'espace  $\Omega_{t-1}$ , en pondérant les probabilités pignistiques définies sur  $\Omega_{t-1}$  :

$$P_t[s_j](s_i) = \mathbf{C}_{t-1}(s_i) \cdot \mathbf{BetP}\{m_{\text{dec}}^{\Omega_{t-1}}[s_j]\}(s_i) \quad (12)$$

Les cohérences sont normalisées pour obtenir une distribution de probabilités à partir de laquelle le choix du « meilleur » candidat  $s_i$  est effectué. Nous proposons aussi de calculer un nouveau critère  $L_c^2(\lambda)$  utilisant l'algorithme de Viterbi lors de la phase de décodage de la séquence. Ce critère va intégrer le conflit le long de la séquence qui sera déterminée par la *backtracking*. L'idée est que moins le conflit est important sur le chemin d'état, plus le modèle de CrHMM correspond à la séquence des observations.

L'Algorithme de Viterbi se décline donc en quatre étapes :

1. **Init. :**  $\forall s_i \in \Omega_1, \mathbf{C}_1(s_i) = 1, L_c^2(\lambda) = \psi^{\Omega_1}(s_i) = 0$
2. **Induction :**  $2 \leq t \leq T - 1, \forall s_j \in \Omega_t, \forall s_i \in \Omega_{t-1}$ 
  - a) Calculer  $m_{\text{dec}}^{\Omega_{t-1}}[s_j]$  avec Eq. (11)
  - b)  $P_t[s_j](s_i) = \mathbf{C}_{t-1}(s_i) \mathbf{BetP}\{m_{\text{dec}}^{\Omega_{t-1}}[s_j]\}(s_i)$
  - c)  $\psi_t(s_j) = \operatorname{argmax}_{s_i \in \Omega_{t-1}} [P_t[s_j](s_i)]$
  - d)  $\mathbf{C}_t(s_j) = 1 - m_{\text{dec}}^{\Omega_{t-1}}[s_j](\emptyset)$
3. **Fin :**  $s_T^* = \operatorname{argmax}_{\forall s_j \in \Omega_T} [\max_{\forall s_i \in \Omega_{T-1}} P_T[s_j](s_i)]$
4. **Backtracking :**
  - a)  $s_t^* = \psi_{t+1}(s_{t+1}^*)$
  - b)  $L_c^2(\lambda) \leftarrow L_c^2(\lambda) + \log(1 - \mathbf{C}_t(s_t^*))$

où «  $\leftarrow$  » est une affectation mettant à jour le second critère de reconnaissance lors du *backtracking* ( $\forall t$ ).

**Transition et détection d'ambiguïté -** La mesure de cohérence est utilisée pour détecter des problèmes d'ambiguïté lors de la phase de décision (étape 3)) en imposant la probabilité (étape 2b)) à être supérieur à  $\sigma = 1/N$ .

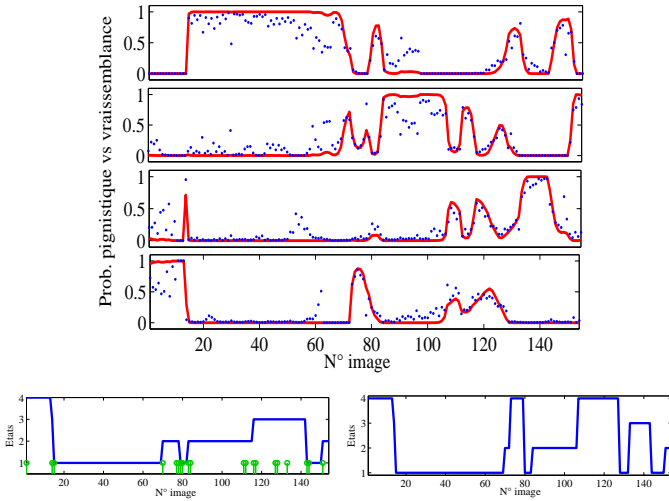


FIG. 2 - **(haut)** Sortie du mélange Gaussien (points bleus) et lissage par la variable crédibiliste  $\gamma$  (rouge, gras). **(Bas-gauche)** Résultat du Viterbi crédibiliste (CrHMM). **(Bas-droite)** Viterbi probabiliste (HMM). Vérité terrain : course (état 1) sur [12, 65], saut (état 2) sur [66, 103], chute (état 3) sur [104, 154] (pas d'action « relève » ici).

## 7 Illustration

Le lissage, la classification a posteriori et l'algorithme de Viterbi sont illustrés. Nous utilisons des données décrites dans [7, 4] concernant la reconnaissance de trois sauts d'athlétisme (activités) : saut en longueur, à la perche et en hauteur. Chaque activité est modélisée par un HMM et un CrHMM composés de 4 états (actions) avec  $\Omega_t = \{\text{course, saut, chute, relève}\}$ . A chaque image d'une vidéo, des caractéristiques sont extraites et une vraisemblance sur chaque action est calculée à partir des mélanges Gaussiens. Les vraisemblances sont transformées en FdC en utilisant Eq. (2). Les paramètres des HMM sont estimés avec l'algorithme Baum-Welch [6] sur la moitié de la base (30 vidéos). Dans cet article nous avons proposé des variables pouvant servir à l'apprentissage mais il n'existe pas d'algorithmes d'apprentissage proprement dits. Nous proposons de transformer les probabilités conditionnelles en BBA consonantes conditionnelles [1] qui sont ensuite affaiblies contextuellement [3] pour diffuser les masses sur les sous-ensembles.

**Lissage** - On utilise la variable crédibiliste  $\gamma$  (Eq. (9)) combinant les effets des variables forward et backward afin de lisser (filtrage hors ligne) une BBA bruitée. La Fig. 2-haut montre l'évolution des probabilités pignistiques avant (points, bleus) et après (trait rouge, gras) lissage.

**Inférence** - On applique l'algorithme de Viterbi sur les données bruitées (points bleus précédents) dans le but de déterminer la séquence d'état la plus probable. Les résultats montrent clairement la supériorité de l'algorithme crédibiliste (Fig. 2-bas-gauche) sur son homologue probabiliste (Fig. 2-bas-droite) grâce notamment au doute qui permet de rendre la prise de décision plus robuste. On voit aussi apparaître les instants ambigus (impulsions, en vert) correspondants aux cas où la probabilité de l'état choisi est inférieur à  $\sigma = 1/N = 0.25$ .

**Classification** - Pour évaluer la performance du critère de reconnaissance  $L_c^2$  (Viterbi crédibiliste), nous pro-

posons de classer 26 vidéos (3000 images) de sauts à la perche. Chaque vidéo est traitée par les trois modèles de HMM et les trois modèles de CrHMM (un par activité). On note  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  les modèles de saut en longueur, en hauteur et à la perche respectivement. Nous comparons le critère  $L_c^2$  ( $\lambda^* = \operatorname{argmin}_{k=\{1,2,3\}} L_c^2(\lambda_k)$ ) au critère de vraisemblance maximum a posteriori ( $L_l$ ,  $\lambda^* = \operatorname{argmax}_{k=\{1,2,3\}} L_l(\lambda_k)$ ). Le taux de bonne classification est de 81% pour les CrHMM contre 58% pour les HMM. Nous calculons aussi la moyenne des écarts entre les deux meilleurs modèles dans le cas CrHMM et HMM pour quantifier la « discrimination » entre les classes (idéalement l'écart est de 100%). On obtient 7% pour le CrHMM contre 1% pour le HMM montrant la performance du CrHMM.

## 8 Conclusion

Les algorithmes *forward-backward* et *Viterbi* des Modèles de Markov Cachés (HMM) ont été reformulés dans le cadre du Modèle des Croyances Transférables (TBM) menant aux Modèles de Markov Cachés Crédibilistes (CrHMM). Cette extension permet de bénéficier de la puissance des HMM et de la généralité des fonctions de croyance. Les commonalités permettent d'obtenir des équations proche des équations probabilistes (dans la forme). Le TBM permet d'explicitier le doute et le conflit, celui-ci étant notamment exploité pour l'inférence de modèles. Des tests sur des vidéos d'athlétisme (pour classer les types de sauts) ont montré des résultats prometteurs. Nos travaux futurs sont orientés vers l'apprentissage des CrHMM.

## Références

- [1] D. Dubois, H. Prade, and P. Smets. New semantics for quantitative possibility theory. In *ECSQARU*, vol. 2143, pages 410–421, 2001.
- [2] E. Lefevre, O. Colot, and P. Vannooenbergh. Belief function combination and conflict management. *Inf. Fusion J.*, 3 :149–162, 2002.
- [3] D. Mercier, B. Quost, and T. Denoeux. Refined modeling of sensor reliability in the belief function framework using contextual discounting. *Information Fusion*. To appear in 2007.
- [4] C. Panagiotakis, E. Ramasso, G. Tziritas, M. Rombaut, and D. Pellerin. Shape-motion based athlete tracking for multilevel action recognition. In *Articulated Models and Deformable Objects*, 2006.
- [5] W. Pieczynski and D. Benboudjema. Multisensor triplet Markov fields and theory of evidence. *IVC*, 24(1) :61–69, 2006.
- [6] L.R. Rabiner. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. *Proc. IEEE*, 77 :257–285, 1989.
- [7] E. Ramasso, C. Panagiotakis, M. Rombaut, and D. Pellerin. Human action recognition in videos based on the transferable belief model - application to athletics jumps. *PAA J.*, 2007. DOI :10.1007/s10044-007-0073-y.
- [8] B. Ristic and P. Smets. The TBM global distance measure for the association of uncertain combat ID declarations. *Inf. Fusion J.*, 7 :276–284, 2006.
- [9] G. Shafer. A mathematical theory of Evidence. *Princeton University Press*, Princeton, NJ, 1976.
- [10] P. Smets. Beliefs functions : The Disjunctive Rule of Combination and the Generalized Bayesian Theorem. *IJAR*, 9 :1–35, 1993.
- [11] P. Smets. What is Dempster-Shafer's model? *Advances in the Dempster-Shafer theory of evidence*, John Wiley, New York, 1994.
- [12] P. Smets. Decision making in the TBM : The necessity of the pignistic transformation. *IJAR*, 38 :133–147, 2005.
- [13] P. Smets and R. Kennes. The Transferable Belief Model. *Artificial Intelligence*, 66(2) :191–234, 1994.
- [14] H. Xu and P. Smets. Evidential reasoning with conditional belief functions. *Uncertainty in Artificial Intelligence*, 94 :598–606, 1994.
- [15] B. Ben Yaghlane, P. Smets, and K. Mellouli. Directed evidential networks with conditionnal belief functions. In *ECSQARU*, pages 291–305, 2003.