

Conception de nouveaux codes STTC à base de STBC pour des systèmes à 3 antennes d'émission

G. FERRÉ¹ et J. P. CANCES¹

¹Université de Limoges - Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Limoges (ENSIL)
XLIM-Dept. C2S2 UMR CNRS 6172, 16, Rue Atlantis - Parc ESTER - BP 6804- 87068 Limoges cedex, France
{ferre,cances}@ensil.unilim.fr

Résumé – Dans cet article, nous généralisons le concept SOSTTC à 3 antennes d'émission, en utilisant de nouvelles techniques de séparation des sous-constellations. Le code est constitué de 2 matrices d'Alamouti, et de 2 termes supplémentaires qui optimisent le gain de codage. En utilisant le principe de partitionnement proposé en [3], nous sommes capables de construire des codes SOSTTC à 3 antennes d'émission à diversité maximale, utilisant des treillis à nombre d'états variables, pour des constellations QPSK ou 8-PSK. Les performances de ces codes sont comparées à celles des codes spatio-temporels optimisés proposés par Vucetic & al. Nous montrons que nos codes permettent un gain de l'ordre de 0.5 à 1 dB pour des canaux quasi-statiques et non-sélectifs en fréquence.

Abstract - This paper introduces new variations about the codes recently introduced by Jafarkhani & al named Super Orthogonal Space Time Trellis Codes (SOSTTC). Using powerful set partitioning rules, these codes are able to combine the coding advantage of STTC's together with the advantage diversity of STBC. This partitioning is based mainly on the determinant criterion introduced first by Tarokh. In this paper we propose a new application field of these codes in the difficult context of a three transmit antenna system. The new obtained STTC codes enables to improve significantly the performances of the best existing STTC codes.

1. Introduction

La généralisation des SOSTTC proposés par Jafarkhani & al [1] pour les cas deux et quatre antennes au contexte de systèmes à trois antennes d'émission pose de gros problèmes a priori. En effet pour un nombre d'antennes d'émission N_t égal à trois, il n'existe pas de structures de codes en blocs orthogonales ayant un rendement en transmission égal à 1 pour les constellations complexes. On peut citer cependant, dans ce contexte particulier de trois antennes d'émission, les travaux de Hassibi & al récemment publiés [2]. Cependant, il s'agit dans ce travail de codes linéaires à dispersion et le décodage s'opère de façon différentielle. Pour construire des codes performants Hassibi montre qu'il est possible d'utiliser un paramétrage des matrices unitaires du groupe $SU(3)$.

Nous allons montrer qu'il est possible de généraliser le concept de codes SOSTTC au cas de 3 antennes en utilisant de nouvelles techniques de séparation des sous-constellations. La structure de base STBC sur laquelle nous nous appuyerons est constituée essentiellement de la concaténation de deux matrices d'Alamouti d'ordre 2. Elle comporte de plus deux termes supplémentaires avec des angles de rotation qui permettent d'optimiser le gain de codage (basé sur le critère du déterminant et du CGD [1] comme dans les cas à deux et quatre antennes) à l'intérieur de chaque sous-constellation. Utilisant le principe de partitionnement récemment proposé par M. Janani & al dans [3], nous sommes alors capables de construire des treillis avec un nombre d'états variables comme dans le cas des SOSTTC à 2 antennes pour des constellations de type QPSK ou 8-PSK. Les performances de ces codes sont comparées à celles des codes spatio-temporels initialement proposés par Vucetic & al dans [4-5]. Nous montrons alors que nos codes permettent un gain de l'ordre de 0.5 à 1 dB selon le type de constellation et ce pour des canaux quasi-statiques et non-sélectifs en fréquence.

2. Choix d'une matrice STBC de base

La première étape de la construction d'un treillis à base de codes STBC consiste à choisir une matrice de base. Le critère du CGD étant optimal pour des codes à structure orthogonale, nous nous sommes orientés vers le choix

d'une matrice utilisant les principes de codage d'Alamouti, sachant que nous voulions conserver le CGD comme critère de partitionnement. Cette matrice est composée de deux codes d'Alamouti d'ordre 2, couplé par le symbole x_2 de la deuxième colonne (1). Il est clair que ce code qui possède un rendement en transmission égal à 1 est peu performant puisque les symboles x_1 et x_3 ne se répètent que deux fois contrairement au symbole x_2 qui se répète trois fois. Cependant, malgré ses piètres performances, cette matrice a l'avantage de présenter un partitionnement simple qui nous servira par la suite lorsque nous utiliserons la version définitive de notre code STBC. (1) nous a donné l'idée d'essayer une structure légèrement différente, dans laquelle toutes les antennes et tous les créneaux temporels sont utilisés. L'objectif est de conserver pour cette structure le CGD minimum égal à 72 de (1). L'inconvénient de la nouvelle structure est qu'il n'existe pas de calcul facilement exploitable de la quantité $\det(A(C^1, C^2))$, ou $A(C^1, C^2)$ représente le CGD entre 2 mots de code C^1 et C^2 défini en (3). La nouvelle matrice STBC de base prend la forme définie en (2).

$$\mathcal{G}(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} -x_2^* & x_1 & 0 \\ x_1^* & x_2 & -x_3^* \\ 0 & x_3 & x_2^* \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\mathcal{G}(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} -x_2^* & x_1 & x_1^* e^{j\beta} \\ x_1^* & x_2 & -x_3^* \\ x_3^* e^{j\alpha} & x_3 & x_2^* \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$A(C^1, C^2) = D(x_1, x_2, x_3) \times D(x_1, x_2, x_3)^H \quad (3)$$

où $D(x_1, x_2, x_3) = (\mathcal{G}(x_1, x_2, x_3) - \mathcal{G}(x'_1, x'_2, x'_3))$.

3. Critères et règles de partitionnement

La difficulté de l'utilisation de (2) provient évidemment du fait que la valeur de $\det(A(C^1, C^2))$ est difficilement exploitable. Dans ce cas, il semble très délicat d'obtenir des règles de partitionnement. Cependant, il existe un algorithme de partitionnement très général [3] qui permet de traiter les cas où $\det(A(C^1, C^2))$ ne conduit pas à des

expressions facilement exploitables. C'est cet algorithme que nous utiliserons ici, avec les degrés de liberté supplémentaires donnés par les angles α et β . On l'utilise pour rechercher le partitionnement optimal dans le cas de la matrice élémentaire (2). Les angles α et β permettent d'optimiser la valeur minimale du CGD à l'intérieur de chaque sous-constellation. En effet, même si l'obtention de $\det(A(C^1, C^2))$ ne conduit pas à des expressions facilement exploitables dans le cas général, il en va tout autrement si on considère des cas plus restrictifs où deux symboles peuvent être égaux à l'intérieur d'une même sous-constellation. Si par exemple on considère le cas où $x_2 = x'_2$, le calcul de $\det(A(C^1, C^2))$ conduit alors à :

$$\det(A(c_1, c_2)) = |z_1|^4 |z_3|^2 + |z_1|^2 |z_3|^4 - 2 \operatorname{Re}[(z_3^*)^3 (z_1)^3 \cdot e^{j(\alpha-\beta)}] \quad (4)$$

avec : $z_1 = x_1 - x'_1$, $z_2 = x_2 - x'_2$ et $z_3 = x_3 - x'_3$.

Cette expression montre bien l'utilité des angles α et β . Ils servent à séparer les triplets de points qui possèdent le deuxième symbole en commun. Ces angles doivent appartenir à la constellation des signaux transmis si on ne veut pas étendre la constellation. Cependant, notre but étant ici de maximiser la valeur minimale des CGD à l'intérieur de chaque sous-constellation, les angles α et β n'appartiendront pas forcément à la constellation transmise.

La recherche du partitionnement se fait alors en deux étapes :

- On sélectionne d'abord pour une valeur du couple (α, β) donné (par exemple le couple (0,0)) la sous-constellation optimale (au sens de la maximisation du CGD) d'après l'algorithme de M. Janani et A. Nosratinia [3],
- Puis on fait varier les valeurs de (α, β) (par exemple par pas de $\pi/16$) pour chercher la valeur maximale du CGD à l'intérieur de chaque sous-constellation.

Les valeurs de (α, β) optimales que nous obtenons, ne correspondent pas à des symboles de constellation QPSK, on en conclut qu'une extension de constellation est inévitable si on veut travailler avec des valeurs de CGD maximales. En effet pour un partitionnement à 16 sous-constellations on obtient $(\alpha, \beta) = (5\pi/16, 5\pi/16)$. La valeur de CGD optimale obtenue avec un partitionnement à 16 sous-constellations est la même que celle obtenue avec le code proposé en (1), à savoir un CGD minimum de 72. Un partitionnement à 32 sous-constellations conduit à un CGD égal à 256 dans chaque sous-constellation. Les valeurs de CGD minimum obtenues, pour des partitionnements à 16 et 32 sous-constellations conduisent à des codes temps-espace qui offrent de meilleures valeurs de déterminants que les meilleurs codes STTC optimisés par Vucetic & al. Ainsi, on peut légitimement penser qu'une amélioration des performances est possible comme dans le cas des systèmes à deux antennes d'émission.

Nous avons également généralisé le principe de partitionnement au cas de la modulation 8-PSK.

4. Construction des treillis

Après avoir expliqué les principes de partitionnement, nous montrons maintenant comment construire des codes STTC utilisant la structure de la matrice donnée en (2). La difficulté est de construire un code qui présente toujours le maximum de gain de diversité. D'après les critères de construction élaborés par V. Tarokh dans [6], pour obtenir un code à diversité maximale, il faut vérifier que pour chaque paire de mots de code distincts (C^1, C^2) on a $\det(A(C^1, C^2)) \neq 0$. Si cette condition est évidemment vérifiée à l'intérieur de chaque sous-constellation il est cependant aisé de se rendre compte que la valeur de ce déterminant peut devenir nulle pour C^1 et C^2 appartenant à des sous-constellations différentes.

On est donc confronté à la nécessité de séparer les sous-constellations construites à l'aide de nouveaux outils algébriques. Pour cela, on utilise comme dans [7] des matrices unitaires d'ordre 3. Cela signifie que (2) se retrouvera multipliée par une matrice unitaire dans chaque sous-constellation construite. Ces matrices appartiennent au groupe spécial unitaire d'ordre 3 (SU(3)) et correspondent physiquement à des rotations. Comme les rotations préservent les distances entre les points à l'intérieur d'une même sous-constellation l'utilisation de matrices unitaires ne changent pas les valeurs de CGD minimum à l'intérieur des sous-constellations. Par contre, en utilisant des matrices unitaires différentes pour des sous-constellations distinctes, on peut faire en sorte que

$\det(A(C^1, C^2)) \neq 0$ pour chaque paire de mots de code distincts (C^1, C^2) et ainsi construire un code à maximum de diversité.

Pour le choix de ces matrices unitaires nous avons utilisé l'exemple de paramétrage proposé dans [2]. Toute matrice unitaire Θ peut se décomposer sous la forme :

$$\Theta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & e^{-j\phi} \cdot \sin \psi \\ 0 & -e^{j\phi} \cdot \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \lambda \cdot e^{j\omega} & 0 & \sqrt{1-\lambda^2} \cdot e^{j\xi} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sqrt{1-\lambda^2} \cdot e^{-j\xi} & 0 & \lambda \cdot e^{-j\omega} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \delta & e^{-j\gamma} \cdot \sin \delta & 0 \\ -e^{j\gamma} \cdot \sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Il est clair, vu le nombre de degrés de liberté qui interviennent dans (5), qu'il est très difficile de se fixer un critère de choix optimal pour ces matrices. L'idée que nous avons retenue est de générer ces matrices de façon aléatoire sur un grand nombre de tirages (typiquement 10^7 tirages) et de sélectionner le jeu de matrices qui permet d'obtenir la plus grande valeur possible de

$\min(\det(A(C^1, C^2)))$ lorsque C^1 et C^2 appartiennent à des sous-constellations différentes. Cette valeur s'interprète naturellement comme la distance minimale entre sous-constellations. Par exemple, dans le cas d'un partitionnement pour une QPSK et pour 16 sous-constellations, nous avons trouvé, après 10^7 tirages, un jeu de 16 matrices unitaires telles que la distance minimale entre sous-constellations soit égale au maximum à 1.22.

Cette distance s'accroît jusqu'à 4.16 dans le cas du partitionnement à 8 sous-constellations. Ayant séparé les sous-constellations entre elles à l'aide ces matrices unitaires, on peut alors construire le code STTC à base de code STBC correspondant au niveau de partitionnement choisi.

5. Décodage des codes STTC à base de code STBC

Nous nous limitons ici, quitte à employer l'OFDM, au cas de canaux de propagation non sélectifs en fréquence entre chaque paire d'antennes d'émission/réception. De plus, considérant le cas de paquets de petite dimension, nous considérerons que le canal reste constant sur la durée d'un paquet. Par contre, le tirage des coefficients du canal sera activé à l'arrivée de chaque nouveau paquet. On obtient ainsi la modélisation d'un canal à évanouissements quasi-statiques par bloc (*quasi-static block fading channel*). Pour illustrer les calculs on considère de plus le cas d'une seule antenne de réception. On obtient alors la représentation mathématique suivante :

$$Y = H \cdot \Theta^j \cdot \mathcal{G}(x_1, x_2, x_3) + N \quad (6)$$

H contient les coefficients du canal de propagation, $H = [h_1 \ h_2 \ h_3]$, les h_i sont des variables Gaussiennes de moyenne nulle et de variance 0.5 par dimension, elles seront supposées parfaitement estimées par le récepteur.

Θ^j est la matrice unitaire 3x3 utilisée dans l'état j du treillis de notre code STTC. Cette matrice unitaire définit un canal de propagation propre à chaque état puisque l'on peut écrire $[h_1^j \ h_2^j \ h_3^j] = H \cdot \Theta^j$. N est un vecteur de bruit

Gaussien de moyenne nulle et de variance σ^2 . Dans le cas où l'on calculera les performances pour plusieurs antennes de réception, le SNR affiché en abscisse correspondra au rapport signal à bruit sur chaque antenne de réception. Réécrivant l'équation vectorielle (6), en la décomposant en trois équations scalaires correspondant à l'observation (y_1, y_2, y_3) de trois créneaux temporels successifs en réception, on obtient :

$$y_1 = -h_1^j \cdot x_2^* + h_2^j \cdot x_1^* + h_3^j \cdot x_3^* \cdot e^{j\alpha} + n_1$$

$$y_2 = h_1^j \cdot x_1 + h_2^j \cdot x_2 + h_3^j \cdot x_3 + n_2$$

$$y_3 = h_1^j \cdot x_1^* \cdot e^{j\beta} - h_2^j \cdot x_3^* + h_3^j \cdot x_2^* + n_3$$

Dans le but de calculer les métriques de branches, nous formons alors les 4 quantités suivantes :

$$y_1' = y_1 - h_3^j \cdot x_3^* \cdot e^{j\alpha}$$

$$y_2' = y_2 - h_3^j \cdot x_3$$

$$y_2'' = y_2 - h_1^j \cdot x_1$$

$$y_3' = y_3 - h_1^j \cdot x_1^* \cdot e^{j\beta}$$

Il est alors possible en utilisant des combinaisons linéaires des quantités précédentes d'obtenir :

$$y_1^* \cdot h_2^j + h_1^{j*} \cdot y_2' = \left(|h_1^j|^2 + |h_2^j|^2 \right) \cdot x_1 + n_2 \cdot h_1^{j*} + n_1^* \cdot h_2^j$$

$$-y_1^* \cdot h_1^j + h_2^{j*} \cdot y_2' = \left(|h_1^j|^2 + |h_2^j|^2 \right) \cdot x_2 + n_2 \cdot h_2^{j*} - n_1^* \cdot h_1^j$$

$$y_3^* \cdot h_3^j + h_2^{j*} \cdot y_2'' = \left(|h_2^j|^2 + |h_3^j|^2 \right) \cdot x_2 + n_2 \cdot h_2^{j*} + n_3^* \cdot h_3^j$$

$$-y_3^* \cdot h_2^j + h_3^{j*} \cdot y_2'' = \left(|h_2^j|^2 + |h_3^j|^2 \right) \cdot x_3 + n_2 \cdot h_3^{j*} - n_3^* \cdot h_2^j$$

En sommant alors les lignes 2 et 3 ci-dessus, on aboutit au modèle matriciel (7)

$$Z = M \cdot X + N' \quad (7)$$

$$\text{avec } Z = \begin{pmatrix} y_1^* \cdot h_2^j + y_2 \cdot h_1^{j*} \\ -y_1^* \cdot h_1^j + 2 \cdot y_2 \cdot h_2^{j*} + y_3^* \cdot h_3^j \\ -y_3^* \cdot h_2^j + y_2 \cdot h_3^{j*} \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Le récepteur à Maximum de Vraisemblance aura donc à minimiser la métrique suivante :

$$(Z - M \cdot X) \cdot R_{N'N'}^{-1} \cdot (Z - M \cdot X)^H$$

avec $R_{N'N'}$ la matrice d'autocorrélation de N' .

6. Calcul des performances des codes STTC à base de code STBC

Il est clair que nous cherchons à montrer que l'utilisation de codes STTC utilisant des codes STBC comme constituant de base, permet d'obtenir des gains de performance en terme de taux d'erreur par trame sur des canaux à évanouissements de Rayleigh quasi-statiques et non-sélectifs en fréquence. Pour opérer notre comparaison nous utilisons comme références les codes STTC de Vucetic & al optimisés pour le contexte de trois antennes d'émission à l'aide du critère du déterminant et du rang. Nous nous placerons dans le même contexte que les résultats de simulation de [4-5], à savoir des tailles de paquets de 130 symboles.

Modulation QPSK :

Nous présentons ici les résultats pour une modulation QPSK. Dans le cas des forts SNR ($FER \leq 10^{-3}$), le calcul du FER est moyenné sur 100 000 tirages de canal. Sur chaque courbe sera rappelé également le calcul de la capacité *outage* du canal.

Nous pouvons constater sur la figure 1 que le plus performant des codes STTC est le code STTC à base de STBC à 32 états. Il présente un gain de l'ordre de 0.2 dB par rapport au code STTC classique à 64 états pour un FER égal à 10^{-2} et il permet de fonctionner à 2.8 dB de la capacité *outage* du canal pour des FER égaux à 10^{-2} ou 10^{-3} . Plus intéressant si l'on recherche des codes à faible complexité, on constate que notre code STTC à base de STBC à 8 états est plus performant que le STTC à 16 états, le gain est de l'ordre de 0.5 dB pour un FER égal à 10^{-2} . D'autre part, à complexité de treillis équivalente, on constate que nos codes à base de STBC présentent un gain de l'ordre de 1 dB par rapport aux codes STTC. Le contexte à deux antennes de réception est illustré sur la figure 2.

Modulation 8-PSK :

Nous comparons notre code que nous déclinons en versions 16 et 32 états, avec des codes STTC optimisés pour des treillis à 8, 16 et 32 états. Les résultats sont présentés sur la figure 3, dans le cas d'une seule antenne de réception. Les conclusions sont les mêmes que pour la modulation QPSK, malgré le fait que les améliorations des performances sont un peu moins significatives. En effet, si on compare des codes avec le même nombre d'états, notre STTC à base de STBC offre un gain de 0.5 dB pour un FER de 10^{-2} .

7. Conclusion

L'utilisation de codes STTC à base de STBC permet d'obtenir, surtout en QPSK, des gains de codage intéressants (de l'ordre de 1 dB) par rapport au contexte des codes STTC optimisés d'après les critères du rang et du déterminant. Cet avantage est beaucoup moins évident en 8-PSK (CGD minimum qui sont beaucoup plus faibles en 8-PSK qu'en QPSK), où les performances des codes sont beaucoup plus resserrées. A complexité égale, les performances des codes STTC à base de STBC sont encore supérieures à celles des codes STTC avec un gain maximum de l'ordre de 0.5 dB à 1 dB.

Références

- [1] H. Jafarkhani, N. Seshadri, "Super-Orthogonal Space-Time Trellis Codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 49, no. 4, pp.937-951, April 2003.
- [2] Y. Jing and B. Hassibi, "Three transmit antenna space-time codes based on SU(3)", *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 10, pp. 3688-3702, Oct. 2005.
- [3] M. Janani and A. Nosratinia, "Generalized Block Space-Time trellis Codes: Set-partitioning and Code Design", *IEEE Wireless Comm. and Networking Conference (WCNC) 2005*, New-Orleans, March 2005.
- [4] Z. Chen, B. Vucetic, J. Yuan and K. Lo, "Space-time trellis coded modulation with three and four antennas on slow fading channels", *IEEE Commun. Letters*, vol. 6, no. 2, pp. 67-69, Feb. 2002.
- [5] Z. Chen, J. Yuan and B. Vucetic, "Improved space-time trellis coded modulation scheme on slow Rayleigh fading channels", *IEEE Electron. Letters*, vol. 37, no. 7, pp. 440-442, Apr. 2001.
- [6] V. Tarokh, N. Seshadri and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction", *IEEE Trans. Inform Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744-765, Mar. 1998.
- [7] G. Ungerboeck, "Channel coding for multilevel/phase signals", *IEEE Trans. On Information Theory*, 28(1), pp. 55-67, Jan. 1982.

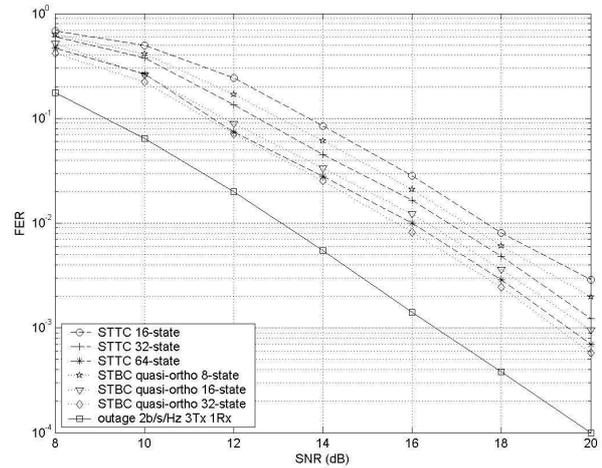


FIG. 1 : Comparaison des performances des codes STTC et STTC à base de STBC, QPSK, 3 Tx - 1 Rx

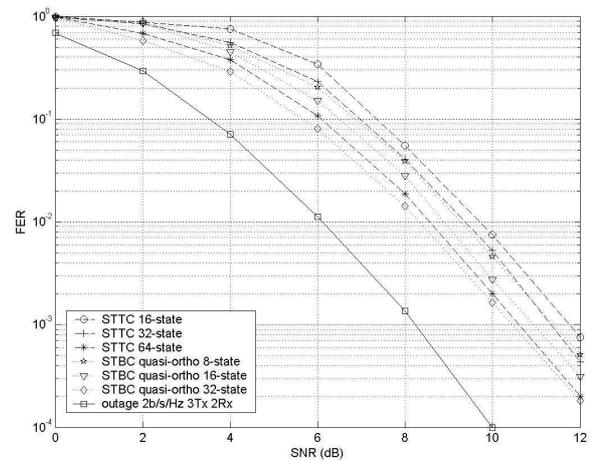


FIG. 2 : Comparaison des performances des codes STTC et STTC à base de STBC, QPSK, 3 Tx - 2 Rx

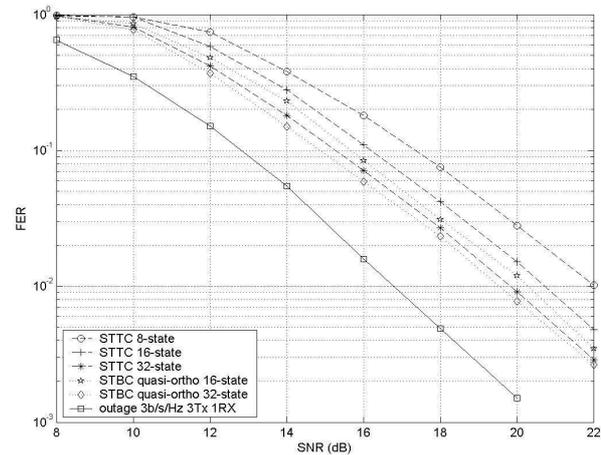


FIG. 3 : Comparaison des performances des codes STTC et STTC à base de STBC, 8-PSK, 3 Tx - 1 Rx