

# Réduction du PAPR par Ajout de Signal Artificiel hors Bande dans un contexte de Signaux Multiporteuses.

Désiré GUEL, Jacques PALICOT, Sidkiéta ZABRÉ, Yves LOUET  
IETR / Supélec, Campus de Rennes  
Avenue de la Boulaie  
CS 47601

F-35576 Cesson-Sévigné cedex  
tél. +33 [0]2 99 84 45 00 - fax. +33 [0]2 99 84 45 99

{desire.guel, jacques.palicot, sidkieta.zabre, Yves.Louet}@supelec.fr

**Résumé** – Dans cet article il est question de la mise en oeuvre d'une technique de réduction du rapport puissance maximale à puissance moyenne (PAPR) pour des systèmes OFDM par ajout de signal artificiel. Nous présentons une nouvelle technique de réduction du PAPR par ajout de signal pour des signaux multiporteuses, nous étudions ensuite sa complexité ainsi que son impact sur la performance du système de transmission. De ces études, nous déduisons que la méthode est d'une bonne performance, n'introduit pas de pertes de performance dans le système de transmission en terme de taux d'erreur et en plus elle est moins complexe comparée à quelques techniques d'ajout de signal de la littérature [1].

**Abstract** – This paper presents a Peak-to-Average Power Ratio (PAPR) mitigation technique for OFDM systems by adding artificial signal. We present this new method called method for PAPR reduction by adding artificial signal; then we study the complexity of the method and the impact on the performance of the transmission system. We deduce from these studies that the method has good performances in term of Binary Error Rate (BER) dans it is less complex compared with some adding signals techniques of the literature [1].

## 1 Introduction

Les modulations multiporteuses en particulier la modulation OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) ont connu beaucoup de succès récemment grâce à leur robustesse intrinsèque aux canaux sélectifs en fréquence. C'est l'une des raisons qui fait que la modulation OFDM est utilisée pour des standards tels que le DAB (Digital Audio Broadcasting), le DVB-T[2](Digital Video Broadcasting), l'ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line), et l'HIPERLAN/2 (High Performance Radio Local Network).

Cependant les signaux OFDM possèdent une très large bande et présentent aussi une grande variation d'amplitude. Or cette caractéristique les rend très sensibles aux non-linéarités des composants analogiques, en particulier celles de l'amplificateur de puissance (HPA). En effet les HPA sont conçus pour fonctionner dans leur zone de saturation (pour un rendement maximum) or malheureusement c'est dans cette zone que se présente les non-linéarités les plus sévères. L'utilisation de l'HPA dans sa zone de saturation provoque des produits d'intermodulation, des distorsions à l'intérieur de la bande, des remontées des lobes secondaires qui engendrent des interférences entre canaux (ACI)<sup>1</sup>, et une augmentation du taux d'erreur binaire (TEB).

Il existe une multitude de propositions [4],[6],[7] pour traiter ce problème des non-linéarités; un état de l'art est donné dans [3], chacune d'elles réduit le PAPR mais s'avère plus ou moins efficace en fonction du type de si-

gnaux et/ou du contexte de transmission de l'information. Une des contraintes liée au système dans notre étude est la compatibilité descendante; une technique ou une méthode est à compatibilité descendante si son implémentation sur un émetteur donné n'implique pas une modification du récepteur associé. Dans ce contexte, les méthodes dites d'ajout de signal semblent très prometteuses [4]. Dans [1] des méthodes d'ajout de signal respectant la contrainte de compatibilité descendante sont proposées mais utilisent des algorithmes d'optimisation de complexité relativement élevée; d'où notre idée de proposer une nouvelle méthode d'ajout de signal de réduction du PAPR à compatibilité descendante, à complexité réduite tout en restant très performante.

## 2 Le PAPR des signaux OFDM

Une des caractéristiques du signal OFDM est qu'il possède une enveloppe non constante avec une large dynamique. L'étude de cette propriété mène à l'étude du rapport entre la puissance maximale et la puissance moyenne (PAPR) du signal. Le signal OFDM peut être calculé sur un temps symbole  $T$  selon la relation :

$$s[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi k \frac{n}{N}} w[n], \quad (1)$$

où  $N$  est le nombre de porteuses du symbole OFDM,  $w[n]$  est la fenêtre rectangulaire sur l'intervalle  $[0, N]$  et  $X_k$ ,  $k = 0 \dots N-1$  est le symbole numérique porté par la  $k$ -ième porteuse à la fréquence  $f_k = \frac{k}{N}$ .

<sup>1</sup>Adjacent Channel Interference

Soit  $s^{[n/L]}$  le symbole obtenu par sur échantillonnage de facteur  $L$  du signal  $s[n]$ . De (1),  $s^{[n/L]}$  s'écrit :

$$s^{[n/L]} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi k n/NL} w^{[n/L]}, \quad (2)$$

où  $w^{[n/L]}$  est la fenêtre rectangulaire à temps discret sur l'intervalle  $[0, NL]$ .

Le PAPR de  $s(t)$  s'écrit :

$$PAPR\{s[n]\} = \frac{\max_{0 \leq n \leq N} |s[n]|^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |s[n]|^2} \quad (3)$$

de la même façon le PAPR de  $s^{[n/L]}$  s'écrit :

$$PAPR\{s^{[n/L]}\} = \frac{\max_{0 \leq n \leq NL-1} |s^{[n/L]}|^2}{\frac{1}{NL} \sum_{n=0}^{NL-1} |s^{[n/L]}|^2} \quad (4)$$

Il est prouvé dans [5] qu'un facteur de sur échantillonnage d'au moins 4 ( $L \geq 4$ ) est nécessaire pour une bonne approximation du PAPR.

### 3 Technique de Réduction du PAPR par Ajout de Signal Artificiel

On considère un système de transmission OFDM, la réduction du PAPR est réalisée suivant le schéma (1).

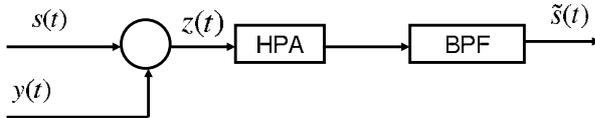


FIG. 1 – Schéma Bloc

$s(t)$  est le signal OFDM, il est généralement à fort PAPR,  $y(t)$  est le signal artificiel (ou signal additionnel),  $z(t)$  est la somme de  $s(t)$  et de  $y(t)$  et  $\tilde{s}(t)$  est le signal après amplification et filtrage; c'est ce dernier qui est propagé.

Le bloc HPA représente l'amplificateur de puissance, il fonctionne dans sa zone de saturation ceci pour avoir un rendement maximal.

Le bloc BPF (Band-Pass Filter), permet d'atténuer le signal artificiel juste après amplification et ne laisse propager que le signal utile  $\tilde{s}(t)$ .

Considérons que le signal OFDM s'écrive de la façon suivante :

$$s(t) = I(t) \cos\{2\pi f_c t\} + Q(t) \sin\{2\pi f_c t\}, \quad (5)$$

avec  $f_c$  la fréquence centrale du canal. D'après l'équation (5) l'enveloppe complexe de  $s(t)$  est :  $\sqrt{I(t)^2 + Q(t)^2}$ .

A la différence de la technique décrite dans [8] dont le signal artificiel s'écrit :  $y(t) = a(t) \cos\{2\pi f_r t\}$ , nous nous générons le signal artificiel de la façon suivante :

$$y(t) = a(t) \cos\{2\pi f_r t\} + b(t) \sin\{2\pi f_r t\}, \quad (6)$$

où  $f_r = f_c + \Delta f$  est la fréquence du signal artificiel. La technique consistera à déterminer les paramètres  $a(t)$  et  $b(t)$  de la relation (6).

### 3.1 Principe de la technique

Le principe de la technique de réduction du PAPR est le suivant :

- Si  $\sqrt{I(t)^2 + Q(t)^2} > C$  où  $C$  est une valeur prédéfinie, alors générer  $y(t)$  tel que l'enveloppe complexe de  $z(t) = s(t) + y(t)$  soit égale à  $C$
- Sinon ne rien faire c'est-à-dire  $y(t) = 0$

Le signal résultant s'écrit alors :

$$z(t) = s(t) + y(t),$$

il peut être encore écrit :

$$z(t) = I_z(t) \cos\{2\pi f_c t\} + Q_z(t) \sin\{2\pi f_c t\},$$

, avec

$$\begin{aligned} I_z &= I + I_y \\ Q_z &= Q + Q_y \end{aligned} \quad (7)$$

Les paramètres  $I_y(t)$  et  $Q_y(t)$  sont exprimés par la relation suivante :

$$\begin{aligned} I_y(t) &= a(t) \cos\{2\pi \Delta f t\} + b(t) \sin\{2\pi \Delta f t\} \\ Q_y(t) &= -a(t) \sin\{2\pi \Delta f t\} + b(t) \cos\{2\pi \Delta f t\} \end{aligned} \quad (8)$$

On se place dans le cas  $\sqrt{I(t)^2 + Q(t)^2} > C$ . Le problème revient alors à la résolution de l'équation :

$$I_z(t)^2 + Q_z(t)^2 = C^2, \quad (9)$$

dont les inconnus  $a(t)$  et  $b(t)$  sont exprimées implicitement dans  $I_z(t)$  et  $Q_z(t)$ . La résolution de l'équation (9) conduit à une infinité de solution :  $[I_y \quad Q_y]$ .

On introduit alors une contrainte c'est-à-dire que l'on cherche la solution qui donne la puissance relative la plus faible possible i.e  $\text{Min}_y \frac{E\{\|s+y\|^2\}}{E\{\|s\|^2\}}$ . On montre que la résolution du problème se fait de manière géométrique comme le montre la figure(2)

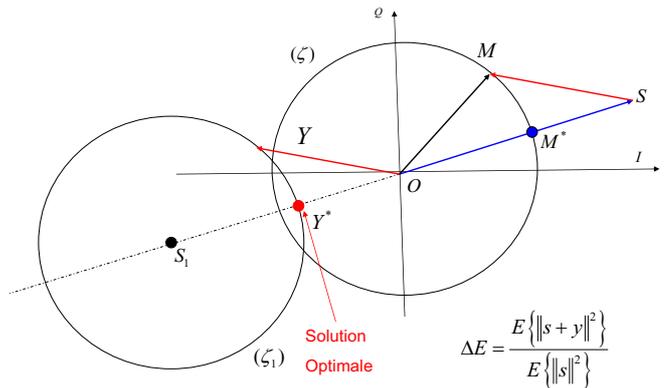
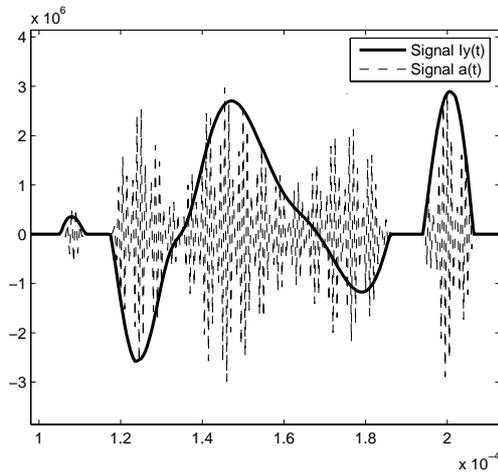


FIG. 2 – Solution de l'équation (9)

On constate que dans la façon de construire le signal artificiel,  $I_y(t)$  (respectivement  $Q_y(t)$ ) est le signal modulant tandis que  $a(t)$  (respectivement  $b(t)$ ) est le signal modulé comme le montre bien la figure(3).

Et la solution au problème est alors donnée par la relation suivante :

FIG. 3 – Signaux temporels  $I_y(t)$  et  $a(t)$ 

$$I_y^* = \left( \frac{C}{\sqrt{I^2 + Q^2}} - 1 \right) I \quad Q_y^* = \left( \frac{C}{\sqrt{I^2 + Q^2}} - 1 \right) Q \quad (10)$$

Les paramètres  $I_y(t)$ ,  $Q_y(t)$  d'une part et  $a(t)$ ,  $b(t)$  d'autre part sont reliés par la relation(8)

### 3.2 Effet de $\Delta f$ sur la réduction du PAPR

Soit  $BW$  la largeur de bande du symbole OFDM  $s(t)$  et  $\Delta f = \alpha \cdot BW$ , où  $\alpha \in [0, 1]$  est le paramètre d'ajustement de la fréquence  $f_r$  de transmission du signal artificiel.

Le tableau TAB.1 est le résultat de simulation d'un système OFDM -MAQ-16 de 64 porteuses avec un facteur de sur échantillonnage  $L = 4$  sous les conditions de simulation de la section 3.3.

$$\Delta PAPR = PAPR \{s(t)\} - PAPR \{z(t)\}$$

$\alpha$	0	0.125	0.25	0.5	1
$\Delta PAPR \{dB\}$	3.5	1.80	0.71	-1.3	-1.4

TAB. 1 – Impact de  $\Delta f$  sur la réduction du PAPR

D'après les résultats de simulation TAB.1, pour des valeurs élevées de  $\alpha$  c'est-à-dire que pour  $y(t)$  généré loin de la bande du signal utile  $s(t)$ , on perd en terme de réduction du PAPR. On constate même que pour des valeurs de  $\alpha \geq 0.5$ ,  $\Delta PAPR < 0$ . Or pour garantir la non-dégradation du Taux d'Erreur Binaire (TEB) du système de transmission il faut s'assurer que le signal utile et le signal additionnel sont à largeurs de bande disjointes, c'est-à-dire que  $\Delta f > BW$  en d'autres termes  $\alpha > 1$  mais dans ce cas on perd en terme de réduction du PAPR.

Il y a donc un compromis à faire entre le gain en terme de réduction du PAPR et le taux de dégradation du TEB. Dans la suite il est question de choisir  $\alpha < 0.25$  et de rendre les spectres de signaux  $s(t)$  et  $y_f(t)$  disjointes en filtrant le signal additionnel  $y(t)$  comme le montre la figure (4 de façon à ne pas introduire des pertes de performance dans le système de transmission.

$y_f(t)$  est le signal obtenu après filtrage du signal artificiel  $y(t)$  et  $z_f(t) = s(t) + y_f(t)$ . En simulation, nous utilisons

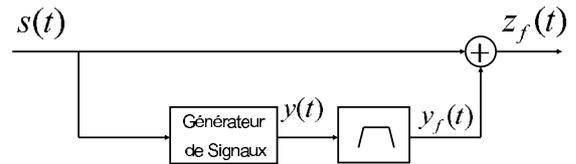


FIG. 4 – Schéma avec filtrage du signal artificiel

un filtre Passe Bande de type Butterworth pour filtrer le signal artificiel  $y(t)$  de manière à ce que  $y_f(t)$  et  $s(t)$  soit à supports disjointes.

### 3.3 Les Résultats de Simulation

Les simulations sont faites sur un symbole OFDM (16-QAM, 64-porteuses et  $L = 4$ ).

Les courbes de la figure FIG.5 représentent les CCDFs (Complementary Cumulative Distribution Function) :

- d'un signal OFDM,
- d'un signal OFDM avec réduction du PAPR mais sans filtrage du signal additionnel
- d'un signal OFDM avec réduction du PAPR et avec filtrage du signal additionnel,

tandis que les courbes de la figure FIG.6 représentent les TEBs de ces mêmes signaux dans un canal de propagation avec un bruit blanc gaussien. Pour les résultats obtenus en FIG. 5, on a fixé le seuil  $C$  à 60% du maximum de  $s(t)$ .

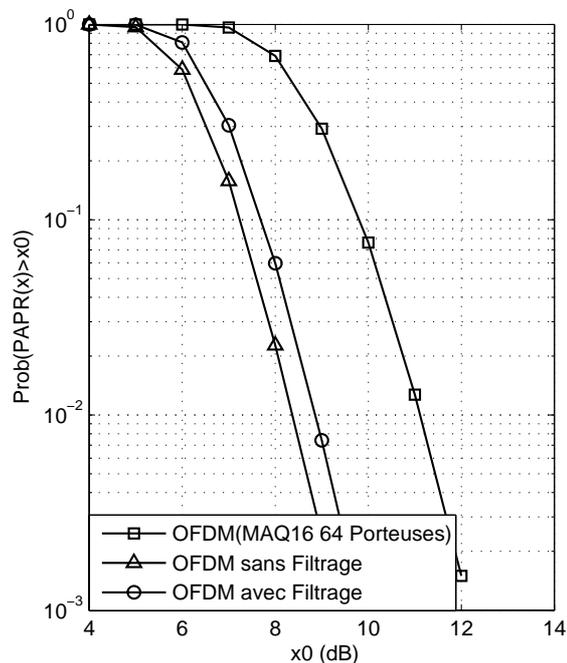


FIG. 5 – Courbes CCDF

On retient que le filtrage du signal additionnel enlève de l'information utile qui sert à la réduction du PAPR. Sur la figure FIG.5 on remarque une perte de quelques dixièmes de dB lié au filtrage. Néanmoins le filtrage du signal artificiel assure la non-dégradation de la performance du système de transmission ; en effet d'après les résultats

de la figure FIG.6, le taux d'erreur binaire des signaux avec filtrage du signal additionnel coïncide avec le taux d'erreur binaire théorique.

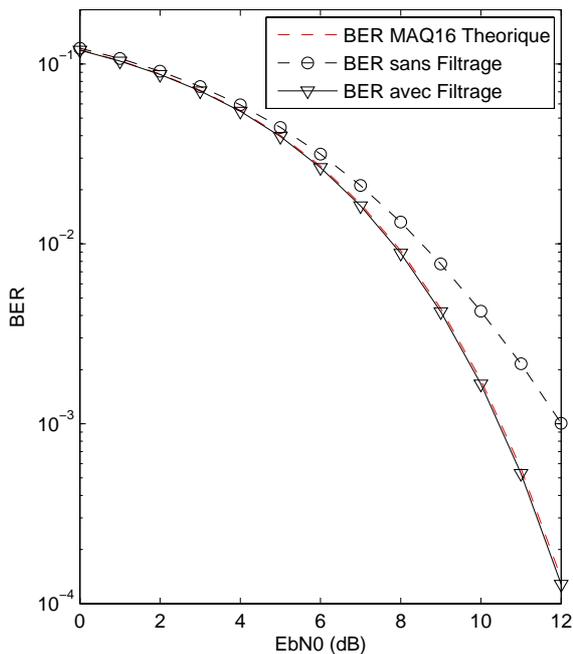


FIG. 6 – Courbes TEB des différents signaux

### 3.4 Complexité de la Méthode

Dans cette partie, nous évaluons la complexité de la méthode. En numérique les fonctions  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$  et  $\sqrt{x}$  ne sont en fait que des LUT (Look-Up-Table). Soit  $n$  le nombre d'échantillons par symbole OFDM; dans notre cas  $n = NL$  où  $N$  est le nombre de porteuses et  $L$  le facteur de sur échantillonnage.

Le tableau TAB.2 récapitule la complexité de la méthode en terme de nombre d'opérations d'addition, de multiplication et de nombre d'accès LUT. Il faut savoir que les opérations d'addition et de multiplication sont des opérations réelles.

Nbre Addition	Nbre Multiplication	Accès LUT
$5n$	$10n$	$5n$

TAB. 2 – Table de Complexité de la Méthode

Il faut savoir qu'un des désavantages de la méthode est qu'elle utilise deux filtres : un filtre numérique pour le filtrage du signal artificiel et un filtre analogique permettant le filtrage du signal  $z_f(t)$  après l'amplification.

En supposant  $n$  la donnée en entrée du problème (dans notre cas  $n = NL$ ), la complexité de l'algorithme de réduction du PAPR est en temps d'exécution linéaire  $o(n)$ . En effet, les opérations à l'intérieur de la boucle sont en temps d'exécution constant  $o(1)$ .

## 4 Conclusion

La technique présentée a permis d'apporter un plus aux méthodes de réduction du PAPR. Elle est inspirée de la méthode d'ajout de signal développée dans [8]. Elle permet d'avoir une bonne réduction du PAPR en faisant un compromis entre le gain en terme de réduction du PAPR et le gain en terme de Taux d'Erreur Binaire. On enregistre une réduction du PAPR de jusqu'à 3 dB au point de probabilité  $10^{-2}$  de la CCDF. Il faut rajouter qu'elle garantit une compatibilité descendante c'est-à-dire que le récepteur n'est pas informé du type de traitement réalisé en émission. De plus cette méthode est très simple à mettre en oeuvre.

## Références

- [1] Sidkieta Zabré, *Amplification non-linéaire d'un Multiplex de porteuses modulées à fort Facteur de Crête*, Thèse Université de Rennes 1, Avril 2007.
- [2] ETSI EN 300 744 *Digital Video Broadcasting (DVB); Framing Structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television*.
- [3] J. Palicot, Y. Louet, S. Zabré, C. Lereau, *A dendritic classification of digital processing methods for efficient power amplification of multicarrier signals* EURASIP on Journal of Wireless and Communication Networks, soumis à Special Issue on Multicarrier Systems. Nov. 2007.
- [4] Komora A. Michael, *Reducing peak-to-average variance of a composite transmitted signal via out-of-band artifact signalling*, United states Patent 5490172.
- [5] C. Tellambura, *Improved Phase Factor computation for the PAPR Reduction of an OFDM using PTS*, IEEE Commun., Lett., vol .5.no.4. April 2001
- [6] Abouda, A. A., *PAPR reduction of OFDM signal using turbo coding and selective mapping*, Proceedings of the 6th Nordic Signal Processing Symposium, pp. 248-251, June 2004.
- [7] Wulich D, *Reduction of Peak to Mean Ratio of Multicarrier Modulation Using Cyclic Coding*. Electron Lett, 1996, 32 (5)
- [8] Yang Jun, Yang Jiawei et Li Jiandong, *Reduction of the Peak-to-Average Power Ratio of Multicarrier Signal via Artificial Signals*, Proc. of ICCT. 2000, pp. 581-585, Aug. 2000.