

# Segmentation d'images par maximisation de l'entropie à deux dimensions basée sur le recuit microcanonique

H. OULHADJ, A. NAKIB et P. SIARRY

Université de Paris XII, Laboratoire Images, Signaux et Systèmes Intelligents, (LISSI, E. A. 3956), 61 avenue du Général De Gaulle, 94010 Créteil, FRANCE

oulhadj@univ-paris12.fr

**Résumé** - Dans cet article, nous présentons une nouvelle méthode de segmentation d'images par analyse d'histogramme et seuillage par maximisation de l'entropie à deux dimensions. Pour remédier au défaut des algorithmes classiques, qui peuvent s'arrêter au premier maximum d'entropie rencontré, nous mettons en œuvre une métaheuristique robuste et facile à programmer, basée sur le recuit microcanonique. Dans l'espace exploré, la recherche des seuils de segmentation optimaux s'effectue par paliers d'énergie décroissante en gravitant autour des meilleures solutions candidates. Les temps de convergence s'en trouvent améliorés et la reproductibilité des résultats est mieux garantie. L'algorithme est testé sur des images microscopiques biomédicales. Les résultats obtenus sont comparés à ceux de la méthode de Canny.

**Abstract** - In this paper, a new image segmentation method based on two-dimensional histogram analysis through entropy maximization is presented. To compensate for the weakness of the classical methods, that may be trapped into the first entropy local maximum met, a robust metaheuristic based on microcanonical annealing (MA) is introduced. The optimal segmentation thresholds are searched by looking only around the best configurations at different energy stages. Therefore the convergence is improved and the reproducibility of the optimal solutions is better guaranteed. The performance of the proposed method is illustrated through the segmentation of four biomedical images, and compared to the results obtained through Canny method.

## 1. Introduction

Le processus de segmentation d'image est défini comme une opération d'extraction des éléments qui composent une image. Un recueil des méthodes les plus répandues peut être trouvé dans [1]. En raison de la simplicité de son implantation, le seuillage d'image par analyse d'histogramme est certainement l'approche la plus utilisée. Dans le cas d'un histogramme à  $N$  classes, le seuillage consiste à déterminer  $N-1$  seuils de façon à ce que chaque classe soit associée à un intervalle de niveaux de gris. Les seuils de segmentation potentiels correspondent, en général, aux minima des vallées présentes dans l'histogramme. Malheureusement, ce type d'approche ne fournit pas systématiquement de bons résultats. Une raison à cette situation est certainement que l'on peut rencontrer des images dont l'histogramme est unimodal ou comportant des vallées à plusieurs minima de segmentation potentiels, en raison du bruit. Dans ce cas, en effet, la segmentation peut être très complexe et coûteuse en temps de calcul, car l'espace de recherche des solutions peut s'avérer trop vaste pour être exploré de manière exhaustive, notamment lorsque  $N$  croît. Dans cet article, nous proposons une méthode de seuillage entropique basée sur un histogramme à deux dimensions (2D) [2] qui permet de mieux appréhender le bruit de l'image à segmenter. Pour assurer la sélection des seuils optimaux de segmentation et réduire la complexité des calculs, nous mettons en œuvre une métaheuristique robuste et facile à programmer, basée sur le recuit microcanonique [3]. La suite de l'article est organisée autour de cinq parties. Dans la partie 2, nous présentons la méthode de seuillage proposée. Les parties 3 et 4 présentent le recuit microcanonique et l'algorithme de segmentation proposé. Enfin, les parties 4 et 5 sont

consacrées respectivement à la discussion des résultats obtenus et à la conclusion.

## 2. Seuillage entropique à deux dimensions

La motivation de l'application du seuillage entropique pour résoudre le problème de la sélection des seuils réside dans le succès rencontré par cette méthode dans de nombreux cas d'applications, telles que la restauration d'images ou la reconnaissance de cible [4-7]. Le principe du maximum d'entropie repose sur la distribution de probabilités qui maximise l'entropie de Shannon. Dans cet article, nous étudions le principe de l'entropie 2D basée sur des histogrammes à deux dimensions. Plusieurs exemples d'applications ont montré l'efficacité de l'entropie 2D par rapport à l'entropie classique de Shannon (entropie à une dimension). Le calcul de l'histogramme 2D s'effectue en trois temps. Tout d'abord, nous calculons la moyenne des niveaux de gris au voisinage de chaque pixel  $(x, y)$ . Soit  $g(x, y)$  cette valeur moyenne. Pour un voisinage  $3 \times 3$ ,  $g(x, y)$  s'écrit :

$$g(x, y) = \frac{1}{9} \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 f(x+i, y+j) \quad (1)$$

où  $f(x, y)$  représente l'image originale en niveaux de gris. Afin d'éviter le problème des bords, nous excluons des calculs les premières et dernières lignes et colonnes de l'image. Dans un deuxième temps, un histogramme  $h(i, j)$  est calculé à partir de  $f(x, y)$  et  $g(x, y)$  :

$$h(i, j) = \text{Card}\{f(x, y) = i \cap g(x, y) = j\} \quad (2)$$

où  $i, j \in \{0, 1, 2, \dots, 255\}$ . Enfin, dans un troisième temps, un histogramme normalisé à deux dimensions est défini :

$$p_{ij} = \frac{h(i, j)}{\text{nombre de pixels dans l'image}} \quad (3)$$

Le seuil de segmentation est un vecteur  $(t, s)$ , où  $t$  est le seuil pour l'image originale  $f(x, y)$  et  $s$  le seuil pour l'image  $g(x, y)$  des voisinages moyennés. A partir de l'histogramme  $2D$  normalisé, une surface à deux pics peut être dessinée. L'objet et le fond correspondent aux deux pics et peuvent être séparés par le vecteur  $(t, s)$  qui maximise la somme de deux classes d'entropies. Le vecteur  $(t, s)$  nous permet de diviser l'histogramme en quatre quadrants ou classes de pixels (Figure 1). Le premier représente le fond de l'image, le deuxième les objets. Les quadrants 3 et 4 correspondent respectivement au bruit et aux contours, ils seront ignorés dans nos calculs des seuils optimaux.

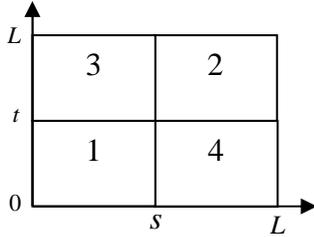


Figure 1 : Les classes de pixels de l'histogramme à deux dimensions. 1 : fond, 2 : objets, 3 : bruit, 4 : contours.  $L \leq 255$

Les densités de probabilités des quadrants 1 et 2 sont notées  $P_1$  et  $P_2$ . Pour un vecteur  $(t, s)$  donné,  $P_1$  et  $P_2$  sont définies comme suit :

$$P_1 = \sum_{i=0}^{s-1} \sum_{j=0}^{t-1} p_{ij}, \quad P_2 = \sum_{i=s}^L \sum_{j=t}^L p_{ij} \quad (4)$$

Compte tenu de la définition de l'entropie  $2D$  :

$$H = - \sum_i \sum_j p_{ij} \log(p_{ij}) \quad (5)$$

les entropies des quadrants 1 et 2 s'écrivent :

$$H^1(s, t) = - \sum_{i=0}^{s-1} \sum_{j=0}^{t-1} \frac{p_{ij}}{P_1} \log \frac{p_{ij}}{P_1} \quad (6)$$

$$H^2(s, t) = - \sum_{i=s}^L \sum_{j=t}^L \frac{p_{ij}}{P_2} \log \frac{p_{ij}}{P_2} \quad (7)$$

L'entropie totale est alors calculée comme suit :

$$H^T(s, t) = H^1(s, t) + H^2(s, t) \quad (8)$$

D'après le principe du maximum d'entropie, le vecteur de seuillage optimal  $(s^*, t^*)$  est celui qui maximise l'entropie totale :

$$H^T(s^*, t^*) = \max \{ H^T(s, t) \} \quad (9)$$

Le principe de l'entropie  $2D$ , décrit ci-dessus, peut facilement être généralisé à la segmentation multiniveau, compte tenu de l'expression de l'entropie totale pour un ensemble de seuils :

$$H^T[(t_1, s_1), (t_2, s_2), \dots, (t_n, s_n)] = - \sum_{i=1}^n H(t_i, s_i) \quad (10)$$

$$\text{Où : } H(s_n, t_n) = - \sum_{i=s_n}^{s_{n+1}-1} \sum_{j=t_n}^{t_{n+1}-1} \frac{p_{ij}}{P_1} \log \frac{p_{ij}}{P_1} \quad (11)$$

Sachant que l'échelle des niveaux de gris s'étale de 0 à 255, nous posons  $(s_0, t_0) = (0, 0)$  et  $(s_{n+1}, t_{n+1}) = (255, 255)$  afin de tenir compte de toutes les frontières des classes de l'histogramme. De plus, nous rappelons que le vecteur des seuils de segmentation potentiels est une suite ordonnée croissante:  $t_0 < t_1 < \dots < t_{n+1}$ . Pour résumer, le problème de la segmentation revient à chercher dans l'espace des vecteurs de segmentation potentiels celui qui optimise l'entropie totale donnée par l'équation (10). Bien que les entropies partielles  $(H(s_n, t_n))$  soient par définition positives, l'équation 10 impose une entropie globale  $(H^T)$  négative. Cette contradiction s'explique par un souci de conformité avec l'objectif classique du recuit microcanonique. Ce dernier, en effet, vise à minimiser une fonction d'énergie alors que dans notre cas nous poursuivons un but contraire, c'est-à-dire maximiser l'entropie globale dans sa forme réelle positive.

### 3. Le recuit microcanonique

Le recuit microcanonique exploite des principes proches de ceux du recuit simulé [8, 9]. Leur différence majeure réside dans la manière de converger vers la solution optimale. Le recuit simulé met en œuvre l'algorithme de Metropolis [9], alors que le recuit microcanonique fait appel à l'algorithme de Creutz [3]. Ainsi, le premier s'appuie sur des paliers de température décroissante, le second sur des paliers d'énergie totale décroissante, liée à la réduction de l'énergie cinétique à chaque palier franchi. Le choix du recuit microcanonique pour notre application réside dans sa simplicité, sa rapidité, et son nul besoin d'une grande précision numérique dans les calculs. D'autre part, comparé au recuit simulé classique, il garantit une meilleure reproductibilité des résultats, ce qui est essentiel pour un algorithme de segmentation d'images, en particulier dans les applications biomédicales.

#### Algorithme de Creutz

Pour une énergie totale  $E_t$  (voir Algorithme 1), un algorithme itératif permet de converger vers l'équilibre thermodynamique. Il consiste à itérer un grand nombre de fois les deux étapes suivantes :

- évaluation de la variation d'énergie associée à une transition élémentaire aléatoire de l'état courant  $i$ , d'énergie potentielle  $E_i$ , vers un nouvel état  $j$ , d'énergie  $E_j$  :  $\Delta E_{ij} = E_j - E_i$  ;
- acceptation de cette transition vers ce nouvel état si  $\Delta E_{ij} \leq E_t - E_i$  ; le terme  $E_t - E_i$  peut être interprété comme l'énergie cinétique du système à l'état  $i$ .

Les transitions vers des états d'énergie potentielle plus élevée sont autorisées, à condition qu'il y ait suffisamment d'énergie cinétique pour compenser l'augmentation d'énergie potentielle, et donc pour rester à énergie constante. Le recuit microcanonique consiste à réduire l'énergie totale par paliers, à partir d'une énergie totale initiale élevée, au sein de l'algorithme de Creutz. Plusieurs

lois de décroissance de l'énergie totale peuvent être utilisées.

#### 4. Algorithme proposé

Notre algorithme est basé sur le recuit microcanonique, en raison du succès rencontré par ce dernier dans la résolution des problèmes de grande taille. Ceci justifie notre choix de l'appliquer à la segmentation par seuillage multiniveau, du fait de l'étendue de l'espace des solutions, notamment lorsque le nombre de classes croît. Comme l'algorithme ne comporte pas de règles stochastiques [3, 5, 6, 8 et 9], la reproductibilité des résultats est assurée. La recherche de la solution optimale est basée sur la maximisation de l'entropie à deux dimensions, définie dans (10). L'algorithme 1 décrit le processus général de segmentation basé sur le recuit microcanonique maximisant l'entropie 2D.

- |   |
|---|
| <p>1. Initialisation,</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. Définir le pourcentage minimal <math>p</math> de transitions acceptées dans le premier palier.</li> <li>1.2. Fixer <math>E_t</math> initial tel que les transformations testées soient acceptées dans la proportion <math>p</math></li> <li>1.3. Générer aléatoirement une solution acceptable et calculer son énergie <math>E</math>.</li> <li>1.4. Choisir le nombre maximal de transitions testées à chaque palier de l'énergie totale.</li> </ol> <p>2. Tant que le nombre de solutions acceptées est non nul.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1. Répéter pour un nombre d'itérations donné,           <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1.1. générer aléatoirement une transition et calculer la variation d'énergie associée <math>\Delta E</math>.</li> <li>2.1.2. accepter la transition si <math>\Delta E \leq E_t - E</math></li> <li>2.1.3. si <math>\Delta E \leq 0</math>, comparer le nouvel état au meilleur état trouvé depuis le début de la recherche, et le mémoriser s'il est meilleur.</li> </ol> </li> <li>2.2. Décroître <math>E_t</math>: <math>E_t = \alpha E_t</math></li> </ol> <p>3. Retourner le meilleur état rencontré au cours de la recherche.</p> |
|---|

Algorithme 1 : Algorithme de segmentation proposé

Le problème de la segmentation se résume à un problème d'optimisation sous contraintes :

$$\begin{aligned} \text{Max } H^T & [(t_1, s_1), (t_2, s_2), \dots, (t_n, s_n)] \\ \text{s.c : } & 1 < t_1 < t_2 < \dots < t_n < 255 \text{ et} \\ & 1 < s_1 < s_2 < \dots < s_n < 255 \end{aligned}$$

#### 5. Résultats et discussion

Notre algorithme est testé sur des images microscopiques (images de bactéries, sang, cellules et vaisseau). Les résultats obtenus sont comparés à ceux de la méthode robuste et très générale de Canny [10]. Les tests présentés ici sont limités au cas de la segmentation en deux classes. De plus, pour faciliter l'évaluation visuelle de la segmentation, nous n'avons gardé que le périmètre des zones segmentées. Les algorithmes sont codés dans la version Matlab 7 et sont exécutés sous Microsoft Windows XP pro sur un PC à base de Pentium 4 à 2.26 GHz.

La figure 2 illustre les différentes images test utilisées. Les résultats obtenus par notre algorithme (RM) et la méthode de segmentation de Canny (MC) sont présentés respectivement sur les figures 3 et 4. Les valeurs des paramètres de notre algorithme ont été fixées de façon empirique, et de manière à avoir le meilleur compromis entre la vitesse de convergence et la qualité de la segmentation ( $p=70\%$ ,  $\alpha=0.9$ ). Les tailles des images, en terme de nombre de pixels, sont indiquées dans le tableau 1.

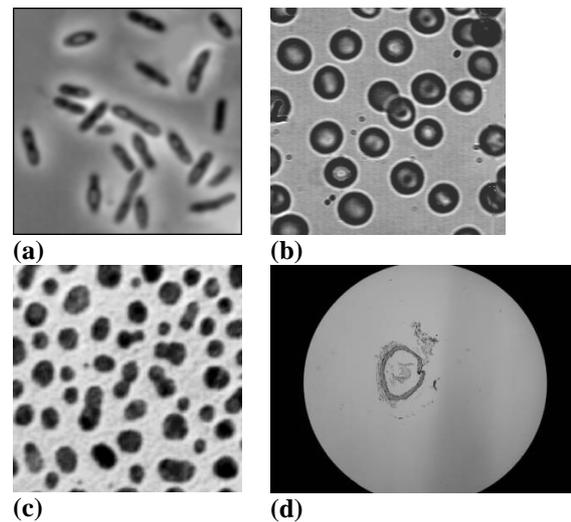


FIG. 2. Images test originales : (a) bactéries, (b) sang, (c) cellules, (d) vaisseau

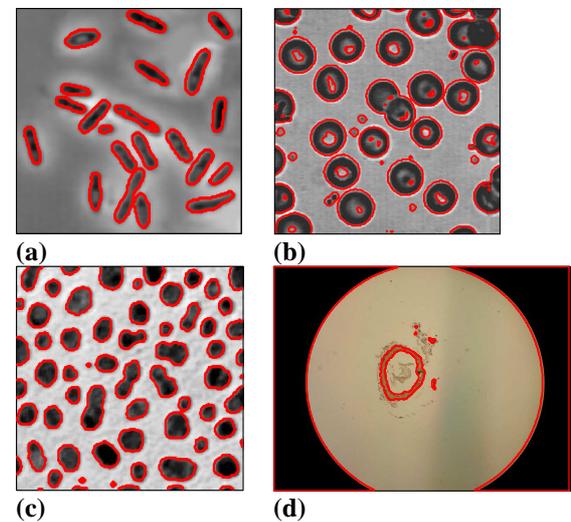


FIG. 3. Résultats obtenus par notre méthode RM: (a) bactéries, (b) sang, (c) cellules, (d) vaisseau

Pour la première image test (figure 2 (a)), les figures 3 (a) et 4 (a) illustrent les résultats obtenus respectivement par notre algorithme (RM) et la méthode de segmentation de Canny (MC). En comparant ces résultats, on peut constater que quelques bactéries sont mal détectées par la méthode MC. En revanche, la méthode RM a détecté toutes les bactéries.

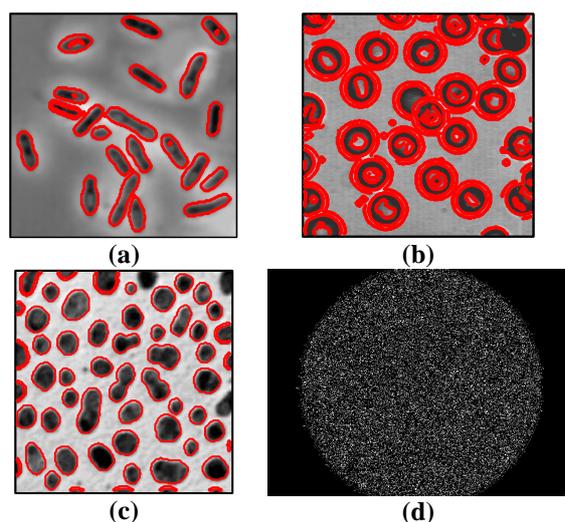


FIG. 4. Résultats obtenus par la méthode MC: (a) bactéries, (b) sang, (c) cellules, (d) vaisseau

TAB. 1 : Résultats expérimentaux de notre algorithme RM

Image test	Taille (pixels)	Seuils de segmentation (S,T)
(a)	178x178	90; <b>98</b>
(b)	272x265	197; <b>131</b>
(c)	178x178	118; <b>141</b>
(d)	2048x1536	171; <b>70</b>

Pour la deuxième image test (figure 2 (b)), les résultats de la segmentation de notre méthode RM (figure 3 (b)) sont à nouveau meilleurs que ceux de la méthode MC (figure 4 (b)). En effet, avec la méthode MC, il y a une double détection de chaque cellule de sang : la cellule elle-même et une autre région autour. Ce phénomène est dû à une variation de luminance relativement importante au voisinage de chaque cellule de sang.

Avec le troisième exemple (figure 2 (c)), il est difficile de départager les deux méthodes de segmentation. Les résultats obtenus (figures 3 (c) et 4 (c)) sont pratiquement identiques.

Dans la quatrième image test (figure 2 (d)), l'objectif est de localiser dans l'image analysée la zone représentant un vaisseau et de suivre l'évolution de celui-ci. On peut remarquer qu'il y a des variations importantes de contraste dans l'image originale. Dans ce cas, les résultats de la méthode MC sont complètement ininterprétables (figure 4 (d)). Au contraire, notre méthode RM permet de détecter efficacement les contours du vaisseau (figure 3 (d)).

## 6. Conclusion

Nous avons exposé une nouvelle méthode de segmentation par analyse d'histogramme et seuillage entropique. L'histogramme classique 1D est remplacé par un histogramme 2D permettant de mieux caractériser l'image à segmenter, notamment lorsque celle-ci est bruitée. En réduisant l'effet du bruit, on réduit par ricochet le nombre

de fausses vallées dans l'histogramme de l'image analysée, et par suite le nombre d'hypothèses de segmentation à considérer. L'espace de recherche des solutions s'en trouve réduit et la segmentation multineau est relativement plus aisée. Afin de remédier au défaut des algorithmes classiques, qui peuvent s'arrêter au premier maximum d'entropie rencontré, une métaheuristique robuste, basée sur le recuit microcanonique, est mise en œuvre dans le processus de segmentation. Celle-ci garantit un meilleur temps de convergence et une assez bonne reproductibilité des résultats. Enfin, en comparaison de la méthode robuste et très générale de Canny, notre méthode produit des résultats tout à fait satisfaisants. Une confrontation plus systématique est en cours avec les méthodes concurrentes, notamment avec des techniques de morphologie mathématique qui donnent également de bons résultats sur des images de type cellulaire [11].

## Références

- [1] M. Sezgin, B. Sankur, "Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 13, no. 1, pp. 146-165, 2004.
- [2] A. S. Abutaleb, "Automatic Thresholding of Gray-Level Pictures Using Two-Dimensional Entropy," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 47, pp. 22-32, 1989.
- [3] M. Creutz, "Microcanonical Monte Carlo simulation," *Phys. Rev. Letters*, 50 (19), pp. 1411-1414, 1983.
- [4] W. Tao, J. Tian, J. Liu, "Image segmentation by three level thresholding based on maximum fuzzy entropy and genetic algorithm", *Pattern Recognition Letters*, 24, pp. 3069-3078, 2004.
- [5] Y. Peng-Yeng, "Multilevel minimum cross entropy threshold selection based on particle swarm optimization", *Applied Mathematics and Computation*, vol. 184 (2), pp. 503-513, 2007.
- [6] E. Zahara, S. S. Fan, D. Tsai, "Optimal multi-thresholding using a hybrid optimisation approach", *Pattern Recognition Letters*, 26, pp. 1082-1095, 2004.
- [7] L. L. Campbell, "A coding theorem and Rény's entropy", *Inform. Contr.*, vol. 29, pp. 423-429, 1965.
- [8] L. Héroult, R. Horaud, "Figure-Ground Discrimination: A Combinatorial Optimization Approach", *IEEE Trans. on Patt. Analys. and Machine Intelligence*, vol. 15, No. 9, pp. 899-914, 1993.
- [9] R. W. Eglese, "Simulated annealing: a tool for operational research", *Euro. J. of Op. Research*, vol. 46, pp. 271-281, 1990.
- [10] J. Canny, "A Computational Approach to Edge Detection", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-8, No. 6, pp. 679-698, 1986.
- [11] O. Lezoray, A. Elmoataz, H. Cardot, M. Revenu, "Segmentation d'images couleur: : applications en microscopie cellulaire", *Traitement du signal*, Vol. 17, No. 1, pp. 33-45, 2000.