

Estimation de vitesses par assimilation de données variationnelle

E HUOT¹, Y XU¹, G. KOROTAEV², L. WU³, I. HERLIN³, F.-X. LE DIMET³

¹CETP / IPSL, 10-12 Av. de l'Europe - 78140 Vélizy - France

²MHI / National Academy of Science - 2, Kapitanskaya St. - Sevastopol, 99011 - Ukraine

³INRIA - Domaine de Voluceau - BP 105 - 78153 Le Chesnay CEDEX - France

Etienne.Huot@cetp.ipsl.fr

Résumé – Les méthodes classiques d'estimation dense de la vitesse (de type flot optique) s'appuient sur l'estimation des dérivées spatio-temporelles de l'image. Celles-ci sont difficiles à estimer dans le cas d'occlusion d'une partie des acquisitions. Les approches issues de l'assimilation de données s'appuient sur un modèle d'évolution temporelle, qui permet de répondre à ce problème des données manquantes. Nous proposons donc une nouvelle approche pour estimer un champ de vitesse apparent, à partir d'une séquence d'images, en utilisant une méthode d'assimilation de données variationnelle. Pour cela un *Modèle Image* est construit, dans lequel sont assimilées les observations de la séquence d'images. Cette approche permet une estimation optimale de la vitesse, même si les observations sont partiellement manquantes comme c'est fréquemment le cas en imagerie satellite.

1 Introduction

Les approches classiques de calcul de mouvement apparent sur une séquence d'images reposent sur l'équation de conservation du niveau gris. Cette unique équation n'est toutefois pas suffisante pour calculer les deux composantes de la vitesse : une contrainte supplémentaire est nécessaire. En général, on utilise une hypothèse de régularité du champ de vecteurs vitesse. De nombreux auteurs ont utilisé ce type d'approche pour le calcul du mouvement rigide [1, 2] ou du mouvement fluide [3, 4]. L'inconvénient majeur de ces approches est qu'elles reposent sur l'estimation préalable des dérivées spatiales et temporelle des images. Or, une estimation fiable de ces dérivées devient difficile lorsque le bruit est très important, voire devient impossible dans le cas d'occlusion partielle. Les méthodes d'interpolation (spatiale ou temporelle) peuvent éliminer ces problèmes de données manquantes, mais elles sont souvent peu conformes à la réalité de l'évolution du phénomène observé.

On désigne sous l'appellation générique **assimilation de données** “l'ensemble des méthodes permettant de combiner, de façon optimale, les différents types d'information auxquels on a accès : information mathématique sur les processus décrits par le modèle et information physique des observations” [5]. Très utilisées dans le cadre des systèmes de prévision des phénomènes environnementaux (météorologie, océanographie, hydrologie, etc), les techniques d'assimilation offrent un cadre méthodologique permettant de déterminer l'état d'un système complexe en combinant, aussi précisément que possible, les observations distribuées en temps et en espace et les simulations du modèle dynamique. Elles sont donc particulièrement bien adaptées au problème des données manquantes.

La communauté scientifique du traitement d'image s'est intéressée récemment au potentiel des méthodes d'assimilation de données [6]. Ces nouvelles approches passent par

la définition de ce que nous nommons ici un *Modèle Image*, qui décrit l'évolution du phénomène observé dans l'espace image. Ce *Modèle Image* est construit en simplifiant le modèle décrivant la physique du phénomène observé, et en le “projetant” dans l'espace image, afin de décrire le mouvement apparent dans ces images. Nous étudions dans cet article, le problème de l'estimation des vitesses en assimilant des observations images dans un *Modèle Image*, au moyen d'une approche variationnelle.

Dans cette présentation nous rappelons d'abord le principe de l'assimilation de données variationnelle (paragraphe 2), nous expliquons ensuite comment construire le *Modèle Image* pour estimer la vitesse apparente à partir de séquences d'images (3) puis nous appliquons cette approche au traitement d'images de température de l'océan (4), dans un premier temps en utilisant des simulations réalisées par un modèle de circulation océanographique et dans un second temps en utilisant des images acquises par satellite.

2 Assimilation variationnelle

L'assimilation de données variationnelle s'appuie sur les méthodes de contrôle optimal [7]. Lorsqu'on s'intéresse à l'étude de phénomènes dynamiques, que ce soit en physique ou dans des acquisitions images, on modélise de façon assez générale l'évolution de ces phénomènes par une équation du type :

$$\frac{\partial X}{\partial t}(\mathbf{x}; t) + F(X, K)(\mathbf{x}; t) = \vec{0} \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega, \forall t > 0 \quad (1)$$

$$X(\mathbf{x}; t = 0) = X_0(\mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega. \quad (2)$$

Le vecteur X , appelé variable d'état, mesure, à un instant t , une ou des quantités physiques en un point \mathbf{x} du domaine spatial Ω . L'équation (1) exprime que la variation en temps de la variable d'état est fonction d'un modèle

F , connu *a priori*, qui dépend de l'état à l'instant t et au point \mathbf{x} et éventuellement de variables de contrôle, notées K , indépendantes de X . L'équation (2) donne la condition initiale pour $t = 0$.

Le cadre décrit par les équations (1) et (2) est toutefois insuffisant lorsqu'on veut modéliser des phénomènes physiques complexes comme c'est le cas en météorologie, océanographie, hydrologie, *etc.* En effet, la variable d'état X regroupe un grand nombre de composantes et le modèle est hautement non linéaire. On cherche alors à améliorer ou corriger les simulations en les confrontant à des mesures, souvent incomplètes, des variables d'états. C'est-à-dire qu'en plus des équations (1) et (2), la variable d'état doit vérifier une troisième contrainte appelée équation d'observation. En général, on intègre également les erreurs à ce système d'équations. Celles-ci sont représentées par un bruit gaussien et on reformule le problème par le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial X}{\partial t}(\mathbf{x}; t) + F(X)(\mathbf{x}; t) = \varepsilon_m(\mathbf{x}; t) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega, \forall t > 0 \\ X(\mathbf{x}; t = 0) - X_0(\mathbf{x}) = \varepsilon_b(\mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \\ Y(\mathbf{x}; t) - H(X)(\mathbf{x}; t) = \varepsilon_o(\mathbf{x}; t) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega, \forall t > 0 \end{cases} \quad (3)$$

L'opérateur d'observation H exprime généralement une projection (observation d'une partie des variables d'état) mais il peut aussi représenter une observation indirecte, c'est-à-dire une mesure qui n'est pas directement incluse dans le vecteur d'état mais fonction de celui-ci. ε_m , ε_b , ε_o modélisent respectivement les bruits de modélisation, d'estimation et de mesure. Ce sont trois vecteurs aléatoires gaussiens, indépendants entre eux, et de matrice de covariance respective $Q(\mathbf{x}; t)$, $B(\mathbf{x})$ et $R(\mathbf{x}; t)$. Le principe de l'assimilation variationnelle de données [7, 8, 9] est de construire une fonctionnelle dont le minimum est une solution du système d'équations (3). Cette fonctionnelle s'écrit :

$$\begin{aligned} J = & \int_{\Omega} \int_0^{\tau} \int_{\Omega} \int_0^{\tau} (X_t + F(X))^T(\mathbf{x}; t) Q^{-1}(X_t + F(X))(\mathbf{x}'; t') \\ & + \int_{\Omega} \int_0^{\tau} (X(\mathbf{x}, 0) - X_0(\mathbf{x}))^T B^{-1}(X(\mathbf{x}', 0) - X_0(\mathbf{x}')) \\ & + \int_{\Omega} \int_0^{\tau} \int_{\Omega} \int_0^{\tau} (Y - H(X))^T(\mathbf{x}; t) R^{-1}(Y - H(X))(\mathbf{x}'; t'), \end{aligned} \quad (4)$$

où $[0, \tau]$ désigne l'intervalle de temps comprenant l'ensemble des observations à prendre en compte. La méthode d'assimilation 4D-VAR vise à déterminer la *trajectoire optimale* du modèle sur une fenêtre de temps donnée, les observations étant distribuées à la fois en espace et en temps. Dans le cas général l'état du modèle à un instant donné dépend à la fois de l'état initial X_0 et des variables de contrôle K . En pratique, K est fixé; l'état initial est estimé en minimisant J afin de permettre au modèle d'avoir la trajectoire la plus proche possible de l'ensemble des observations disponibles. Pour déterminer le minimum de J , il est nécessaire de connaître le gradient de cette fonction par rapport aux conditions initiales. On utilise les méthodes adjointes pour déterminer ce gradient [10]. Il existe de nombreux algorithmes pour effectuer la minimisation, nous avons choisi parmi les plus populaires,

M1QN3, une méthode de quasi-Newton développée à l'INRIA qui a l'avantage d'être fournie comme une routine "prête à l'emploi" [11].

3 Modèle Image

Nous utilisons une version simplifiée de l'approche présentée dans la section précédente pour estimer la vitesse apparente en utilisant comme observations une série d'images. Il nous faut donc construire un *Modèle Image* dans lequel nous allons assimiler ces observations, afin de déterminer la vitesse initiale correspondant au mieux aux observations.

Pour définir ce *Modèle Image*, il faut identifier les composantes du vecteur d'état X , c'est-à-dire répondre aux deux questions :

1. Que cherche-t-on à estimer ?
2. Quelles sont les observations disponibles dans les images ?

Dans cet article, nous souhaitons estimer la vitesse apparente $\mathbf{v} = (u, v)$; u et v sont donc deux composantes du vecteur d'état. Les observations image peuvent être de différents types : images originales ou résultats d'un traitement de plus ou moins haut niveau. Ainsi Papadakis *et al.* [12] utilisent pour le suivi de courbes, deux algorithmes : l'un pour estimer la courbe (seuillage), l'autre pour estimer la vitesse apparente (corrélation). Dans cette étude, nous utilisons la valeur de l'intensité I en chaque pixel de l'image originale. Le vecteur d'état choisi est donc $X(x, y, t) = (I(x, y, t), u(x, y, t), v(x, y, t))^T$.

Le *Modèle Image* correspond alors à l'évolution de ce vecteur d'état :

$$\frac{dX}{dt} = F(X, K) \Leftrightarrow \begin{cases} dI/dt = F_I(I, u, v, K) \\ du/dt = F_u(I, u, v, K) \\ dv/dt = F_v(I, u, v, K) \end{cases}$$

La définition des opérateurs F_I , F_u et F_v dépend, bien entendu, du type de phénomène observé. Dans cette étude, nous utilisons pour F_I l'équation d'advection-diffusion pour les fluides incompressibles, simplifiée en la supposant valide en 2D. Cette équation s'écrit alors :

$$\frac{dI}{dt} = \kappa \Delta I \Leftrightarrow \frac{\partial I}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla I = \kappa \Delta I, \quad (5)$$

où κ est le coefficient de diffusion, supposé connu.

Pour définir les opérateurs F_u et F_v , nous faisons l'hypothèse que la vitesse évolue peu par rapport à la fréquence d'acquisition des images, par conséquent :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

et F_u et F_v sont identiquement nuls. Le *Modèle Image* est ainsi composé des équations (5) et (6).

En pratique, on fait trois simplifications de l'équation (4) : le modèle est considéré parfait ($Q = 0$), on ne prend pas en compte l'erreur sur la condition initiale ($B = 0$) et les observations sont considérées indépendantes (R diagonale). La fonctionnelle à minimiser s'écrit :

$$J(X_0) = \int_{\Omega} \int_0^{\tau} \|H \cdot X(X_0, t) - Y(t)\|^2 dx dy dt, \quad (7)$$

L'observation étant l'intensité de niveau de gris I_{obs} dans les images, l'opérateur d'observation H devient un simple opérateur de projection $H = (1, 0, 0)^T$ et l'équation (7) s'écrit :

$$J(I_0, u_0, v_0) = \int_{\Omega} \int_0^{\tau} (I - I_{obs})^2 dx dy dt. \quad (8)$$

Nous avons fait l'hypothèse que le modèle était parfait, ce n'est en général pas le cas, on ajoute alors à cette fonctionnelle un terme de régularité sur la forme du champ de vitesse, afin de faciliter la convergence du système vers la solution optimale. Une première possibilité s'appuie sur l'hypothèse de régularité proposée par Horn *et al.* [1] et la fonctionnelle devient :

$$J_1(I_0, u_0, v_0) = \int_{\Omega} \int_0^{\tau} [(I - I_{obs})^2 + \alpha(|\nabla u|^2 + |\nabla v|^2)] dx dy dt. \quad (9)$$

Une seconde possibilité s'appuie sur la régularisation div – curl à l'ordre 2 qui a été proposée par Corpetti *et al.* [4] dans le contexte des mouvements fluides, il en découle la fonctionnelle :

$$J_2(I_0, u_0, v_0) = \int_{\Omega} \int_0^{\tau} [(I - I_{obs})^2 + (\alpha|\nabla \operatorname{div} \mathbf{v}|^2 + \beta|\nabla \operatorname{curl} \mathbf{v}|^2)] dx dy dt. \quad (10)$$

Il est important de constater que le terme de régularisation n'est pas utilisé de la même façon que pour flot optique en traitement d'image. Dans ce cas, le terme additionnel de régularisation est nécessaire pour calculer la composante du vecteur vitesse orthogonale au gradient de l'image. Dans l'approche par assimilation de données ce n'est pas le cas, ainsi lorsque les observations sont en parfaite adéquation avec le modèle, le terme de régularisation devient inutile.

4 Application

L'application choisie, pour illustrer ce travail, est l'estimation de la vitesse de circulation apparente à la surface de l'océan, à partir de séquences d'images de température de surface. Nous disposons, pour cette étude, de séquences d'images synthétiques générées à partir d'un modèle tridimensionnel de la dynamique océanique et de la "véritable" vitesse simulée par ce modèle¹. Nous pouvons donc comparer l'estimation obtenue par notre approche et la vérité modèle.

La figure 1 montre : sur la ligne du haut trois images de température de surface, simulées par le modèle tridimensionnel, sur lesquelles a été ajouté un bruit gaussien ; sur la ligne centrale le masque utilisé pour simuler une occlusion sur l'image du milieu ; sur la ligne du bas on peut comparer visuellement la vérité modèle (à gauche) au résultat obtenu en utilisant la fonctionnelle de coût J_1 (au centre) et la fonctionnelle J_2 (à droite). On peut constater que la fonctionnelle J_2 , bien adaptée aux mouvements fluides et donc à l'application océanographique, permet une estimation de la vitesse très proche du résultat recherché. Sur

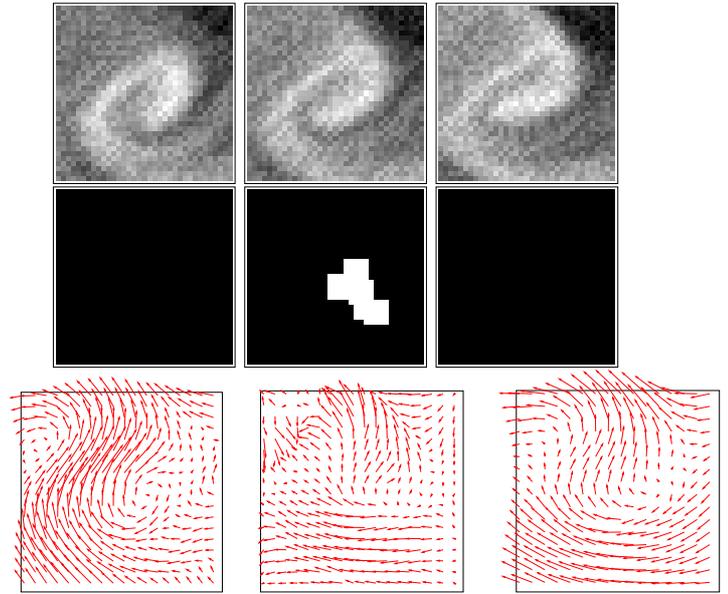


FIG. 1 – Haut : trois images centrées sur un tourbillon. Centre : Masques simulant une occlusion (en blanc la partie masquée). Bas : Vérité modèle, vitesse estimée avec J_1 , vitesse estimée avec J_2 .

cet exemple l'erreur moyenne sur l'estimation de la norme de la vitesse est de l'ordre de 12% et l'erreur angulaire moyenne est de 0,3 radian.

Le tableau 1 permet de quantifier les erreurs d'estimation de la vitesse de surface sur une portion simulée de l'Océan Atlantique de $495 \times 545 \text{ km}$. Pour cette estimation : cinq images ont été utilisées, une occlusion de 77% de la troisième image a été simulée.

Les trois mesures d'erreurs utilisées sont :

1. erreur angulaire

$$\phi = \arccos(\mathbf{v}_{estime}, \mathbf{v}_{reel}),$$

2. erreur euclidienne

$$\lambda = \sqrt{(\|\mathbf{v}_{estime}\| - \|\mathbf{v}_{reel}\|)^2},$$

3. erreur en vorticité

$$\zeta = \sqrt{(\operatorname{curl} \mathbf{v}_{estime} - \operatorname{curl} \mathbf{v}_{reel})^2}$$

où

$$\operatorname{curl} \mathbf{v} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Notons que la méthode de minimisation de J est itérative, à chaque étape on se rapproche de l'estimation optimale. Une connaissance *a priori* du résultat, appelée ici *guess* permet une évaluation plus rapide et souvent meilleure. Lorsque les données sont particulièrement bruitées, ce *guess* devient obligatoire. On peut utiliser pour le calculer une approche de type flot optique traditionnelle. Dans cet exemple, nous avons opté pour l'approche proposée par Suter [13] qui a deux avantages : elle s'appuie également sur une régularisation div – curl à l'ordre 2, elle ne résout l'équation du flot optique qu'en certains points de contrôle : en dehors la vitesse est interpolée par champ de vecteurs spline ce qui permet d'obtenir une estimation même dans les zones où les données sont manquantes [14].

¹Nous remercions Marina Lévy du LOCEAN de nous avoir fourni ces simulations réalisées grâce au modèle OPA.

	$ \phi _{(rd)}$	$\lambda_{(m/s)}$	ζ
J_1	0,414	0,09	0,10
$J_1 + guess$	0,401	0,15	0,08
J_2	0,403	0,09	0,11
$J_2 + guess$	0,396	0,08	0,08

TAB. 1 – Comparaison des vitesses réelles et estimées, sachant que la vitesse de surface réelle est en moyenne de $0,5m/s$.

La figure 2 permet d'illustrer le résultat de la méthode sur des données réelles. Il s'agit d'images de température de surface acquises par les satellites NOAA/AVHRR sur une portion de la Mer Noire en juillet 1998. On peut constater que la régularisation div – curl autorise les discontinuités naturelles dans le champ de vitesses estimé.

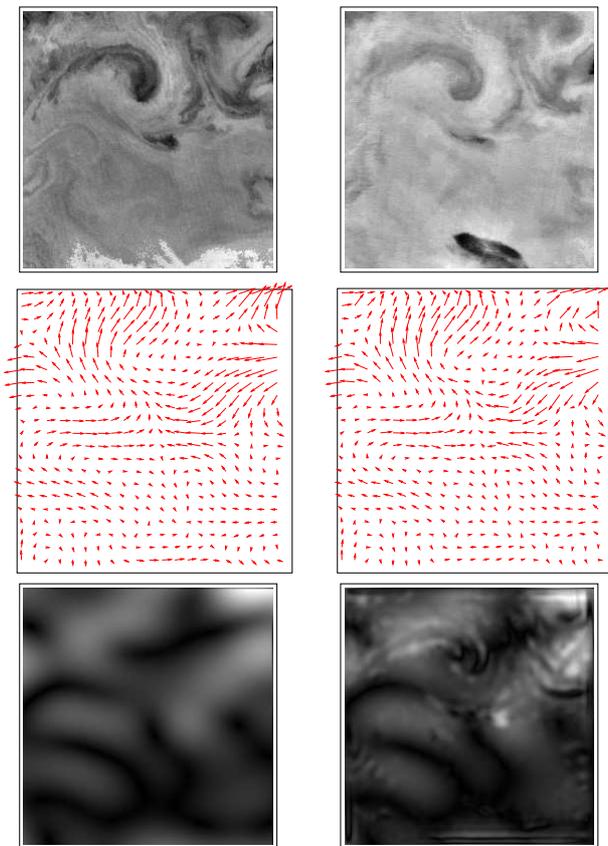


FIG. 2 – Deux images de température d'une séquence satellite (haut), vitesses résultats (centre) et leurs modules (bas) estimées avec J_1 (gauche) et avec J_2 (droit).

5 Conclusion

Les techniques d'assimilation de données offrent un cadre méthodologique prometteur pour le traitement d'image. Nous proposons ici une approche originale pour estimer un champ de vitesse apparent, à partir d'une séquence d'images, en utilisant une méthode d'assimilation de données variationnelle. On construit un *Modèle Image*, dans lequel on assimile les observations acquises par satellite. Cette approche permet une estimation optimale de la vitesse, même si les observations sont partiellement manquantes. Le *Modèle Image* proposé est simple, il peut être affiné en utilisant une version simplifiée d'un modèle phy-

sique de transport adapté aux observations.

Références

- [1] B.K.P. Horn and B.G. Schunk. Determining optical flow. *Artificial Intelligence*, Vol 17 :185–203, 1981.
- [2] A. Mitiche and P. Bouthemy. Computation and analysis of image motion : A synopsis of current problems and methods. *International Journal of Computer Vision*, Vol 19(1) :29–55, 1996.
- [3] D. Béréziat, I. Herlin, and L. Younes. A generalized optical flow constraint and its physical interpretation. In *Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition*, 2000.
- [4] T. Corpetti, E. Mémin, and P. Pérez. Dense estimation of fluid flows. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(3) :365–380, March 2002.
- [5] F.-X. Le Dimet and J. Blum. Assimilation de données pour les fluides géophysiques. *Matapli*, 67, 2002.
- [6] F.-X. Le Dimet. Assimage : Etude de techniques d'assimilations de données image dans des modèles de simulation de fluides géophysiques, rapport final, 2003-2006. ACI Masse de données.
- [7] F.-X. Le Dimet and O. Talagrand. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations : Theoretical aspects., 2002. *Tellus*, 38A, 97-110.
- [8] F. Bouvier and P. Courtier. Data assimilation concepts and methods, 1999. Training Course of European Centre for Medium-Range Weather Forecasts.
- [9] E. Valur Hólm. Lectures notes on assimilation algorithms. Technical report, European Centre for Medium-Range Weather Forecasts Reading, U.K, June 25 2003.
- [10] P. Courtier and Olivier Talagrand. Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint equation – Part II. Numerical results. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 113 :1329–1347, 1987.
- [11] J.C. Gilbert and C. Lemaréchal. Some numerical experiments with variable-storage quasi-newton algorithms. *Mathematical Programming*, 45 : 407–435, 1989. <http://www-rocq.inria.fr/estime/modulopt/optimization-routines/m1qn3/m1qn3.html>.
- [12] N. Papadakis, E. Mémin, and F. Cao. A variational approach for object contour tracking. In *Proceedings of International Conference on Pattern Recognition*, 2005.
- [13] D. Suter. Motion estimation and vector splines. In *Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition*, 1994.
- [14] T. Isambert, J.P. Berroir, I. Herlin, and E. Huot. Apparent motion estimation for turbulent flows with vector spline interpolation. In *XVII IMACS world congress, Scientific Computation Applied Mathematics and Simulation*, 2005.