

# Noyaux de Sensibilité du Temps de Propagation après Double Formation de Voies, et Tomographie par rayons

Ion ITURBE<sup>1</sup>, Philippe ROUX<sup>2</sup>, Barbara NICOLAS<sup>1</sup>, Jérôme I. MARS<sup>1</sup>

<sup>1</sup>GIPSA-lab, 961 rue de la Houille Blanche, BP 46, F - 38402 GRENOBLE Cedex, France

<sup>2</sup>LGIT, 1381 rue de la Piscine, BP 53, 38041 Grenoble CEDEX 9, France

ion.iturbe@gipsa-lab.grenoble-inp.fr

**Résumé** – La Tomographie Acoustique Océanique en milieu petit fond est un outil important pour la connaissance des milieux de propagation. Classiquement, celle-ci est réalisée en utilisant la théorie des rayons. Cependant, dans le cas de fréquences relativement basses, la théorie de rayons n'est plus valable. Des alternatives existent utilisant les 'Noyaux de Sensibilité', prenant en compte le contenu fréquentiel du signal. L'adaptation de ces Noyaux de Sensibilité du Temps de Propagation (NSTP) aux mesures réalisées via Double Formation de Voies (D-FV) est présentée dans ce papier. Les résultats montrent que les NSTP s'approchent de la théorie des rayons quand la D-FV est utilisée. Ceci valide ainsi l'utilisation de la théorie des rayons pour une tomographie utilisant des mesures issues de la D-FV.

**Abstract** – Ocean Acoustic Tomography is a useful tool to study shallow water environments. Usually, OAT is performed using ray theory as propagation model, but this theory fails when low frequency signals are used. In this case, Travel-time Sensitivity Kernels (TSK) have been proposed, in order to take into account the spectral content of the propagated signal. In this paper, TSK are adapted to the case where travel-time measurements are performed using Double Beamforming. The results show that the model is closer to ray theory when double beamforming is used. It validates the use of ray theory for tomography, when Double Beamforming is used to obtain travel-time measurements.

## 1 Introduction

La tomographie acoustique océanique consiste en l'estimation des variations de la célérité du milieu océanique, à partir des variations des temps de propagation des ondes acoustiques propagées dans ce milieu. Pour cela, un lien physique entre les variations de temps de propagation (TP) et les variations de célérité est établi. Classiquement, cette relation est issue de la théorie des rayons [6]. Selon cette théorie, le rayon est influencé par des variations de célérité ayant lieu sur la trajectoire géométrique du rayon, infiniment fin : toute variation de célérité ayant lieu ailleurs, n'influence pas le TP du rayon. Mais la théorie des rayons n'est valable que dans la limite haute fréquence et large bande des signaux propagés. Ainsi, des limitations de la théorie des rayons pour modéliser le lien entre les TP et les variations de célérité ont été observées, lors d'expériences à basse fréquence [11].

Pour surmonter ce problème, des nouvelles approches permettant de prendre en compte le contenu fréquentiel du signal propagé ont d'abord été proposées en sismique [5], puis en acoustique sous-marine [10]. Ces nouveaux opérateurs sont connus sous le terme de 'Noyaux de Sensibilité du Temps de Propagation' (NSTP). Ils représentent la manière dont une variation de célérité localisée dans un endroit donné de l'espace, influence le temps de propagation. Ces noyaux montrent que le TP est influencé par une zone relativement étendue autour du rayon (dépendant du contenu fréquentiel du signal).

Les NSTP ont jusqu'à maintenant été calculés pour des signaux enregistrés entre une seule source et un seul récepteur. En pratique, dans des expériences d'acoustique sous-marine, et en particulier en contexte petit fond, on observe souvent des propagations à trajets multiples, où des interférences entre les arrivées des différents trajets sont observées sur les signaux enregistrés. Ces cas requièrent l'utilisation d'antennes d'émetteurs et/ou de récepteurs permettant de séparer les contributions des différents trajets. Ceci implique que la mesure des TP ne sera pas réalisée directement sur le signal enregistré, mais sur un signal obtenu après traitement d'antenne. Les NSTP modélisant le TP ainsi mesuré doivent donc être calculés en tenant compte du traitement d'antenne. La méthode de traitement d'antenne utilisée dans ce papier pour calculer les NSTP est la Double Formation de Voies (D-FV), une adaptation de la Formation de Voies classique (appelée par la suite Simple Formation de Voies, S-FV) au cas de deux antennes (émetteur/récepteur).

Le contexte expérimental et les NSTP pour le cas d'une seule source et un seul récepteur (cas point-à-point) sont présentés dans la section 2. Puis, dans la section 3, la D-FV [7], adaptation de la S-FV au cas de deux antennes, est brièvement présentée, et l'adaptation des noyaux de sensibilité au cas de la D-FV est développée. Les propriétés de cette nouvelle modélisation par rapport au cas point-à-point et à la théorie des rayons sont analysées. Les résultats valident l'utilisation de la théorie des rayons pour la tomographie, quand la D-FV est uti-

lisée, pour la mesure des temps de propagation.

## 2 Contexte expérimental et NSTP point-à-point

Nous considérons une antenne d'émetteurs et une antenne de récepteurs placées verticalement face à face dans un guide d'ondes. La propagation des ondes est analysée dans le plan (2D) reliant les deux antennes (figure 1). L'acquisition est réalisée en tirant de façon séquentielle à partir des différentes sources, et en enregistrant la réponse du milieu sur tous les récepteurs. Un cube de données  $p_{rs}(t)$  représentant la pression acoustique enregistrée entre toutes les sources indicées par  $s$  et tous les récepteurs indicés par  $r$  est obtenu (la variable  $t$  indique le temps). Si la séquence de tirs de toutes les sources est d'une durée courte par rapport à la dynamique du milieu (hypothèse facilement vérifiée en pratique avec la technologie actuelle), le cube de données  $p_{rs}(t)$  peut être vu comme une photo instantanée du milieu, réalisée à un instant donné. Il contient l'ensemble de fonctions de transfert entre chaque source et chaque récepteur.

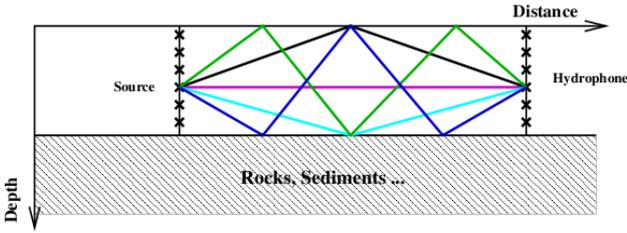


FIG. 1 – Schéma de l'expérience.

Sur le signal temporel  $p_{rs}(t)$ , enregistré entre la source  $s$  et le récepteur  $r$ , plusieurs maxima locaux sont présents en raison de la propagation en trajets multiples. Certains maxima peuvent correspondre à un trajet donné de la propagation de l'onde acoustique dans le milieu, alors que d'autres correspondront à l'arrivée simultanée de plusieurs trajets interférant entre eux.

Pour construire les noyaux de sensibilité, le temps de propagation est défini comme la position temporelle  $\tau_{rs-i}$  d'un maximum local quelconque (interférant ou pas), indicé par  $i$ , sur l'enveloppe du signal  $p_{rs}(t)$ . La variation du temps de propagation  $\Delta\tau_{rs-i}$  sera le déplacement de ce maximum dans le temps, dû aux variations de célérité dans le milieu.

Le noyau de sensibilité  $K_{rs-i}$  est calculé via une linéarisation de  $\tau_{rs-i}$  par rapport aux variations de célérité  $\Delta c$ , dans le milieu. Cette linéarisation est réalisée en deux parties [10] :

1. la relation entre le temps de propagation et le champ acoustique est linéarisée :

$$\Delta\tau_{rs-i} = -\frac{v_i\Delta\dot{v}_i + \dot{v}_i\Delta v_i + w_i\Delta\dot{w}_i + \dot{w}_i\Delta w_i}{\dot{v}_i^2 + \ddot{v}_i v_i + \dot{w}_i^2 + \ddot{w}_i w_i} \quad (1)$$

où  $v_i$  et  $w_i$  représentent la partie réelle et la partie imaginaire du champ complexe au maximum indicé par  $i$  ( $v_i = \Re[p_{rs}(\tau_{rs-i})]$  et  $w_i = \Im[p_{rs}(\tau_{rs-i})]$ ).  $\dot{v}_i$  et  $\dot{w}_i$  sont les dérivées temporelles associées, et  $\ddot{v}_i$  et  $\ddot{w}_i$  les dérivées temporelles secondes. De même,  $\Delta v_i = \Re[\Delta p_{rs}(\tau_{rs-i})]$  et  $\Delta w_i = \Im[\Delta p_{rs}(\tau_{rs-i})]$ , et  $\Delta\dot{v}_i$  et  $\Delta\dot{w}_i$  les dérivées temporelles.

2. Le lien entre le champ et la célérité est linéarisé, sous l'approximation de Born [1]. Ainsi, la perturbation du champ  $\Delta p_{rs}$  en fonction d'une perturbation de célérité  $\Delta c$  est donnée par :

$$\Delta p_{rs}(t) = -\int_S \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q_{rs}(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega t} d\omega \Delta c(\mathbf{r}) dS(\mathbf{r}) \quad (2)$$

avec :

$$Q_{rs}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{2\omega^2}{c^3(\mathbf{r})} P_s(\omega) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, \omega) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_r, \omega) \quad (3)$$

où  $\mathbf{r}$  est le vecteur de position dans le milieu de propagation, et  $S$  représente la surface d'intégration (le milieu de propagation, le plan entre l'antenne de sources et l'antenne de récepteurs) et  $\omega$  est la pulsation.  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$  est la fonction de Green entre  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r}'$ ,  $P_s(\omega)$  est le spectre de la source, et  $c(\mathbf{r})$  la célérité.

A partir des équations (1), (2) et (3), le lien entre  $\Delta\tau_{rs-i}$  et  $\Delta c$  peut s'exprimer sous la forme suivante [10] :

$$\Delta\tau_{rs-i} = \int_S K_{rs-i}(\mathbf{r}) \Delta c(\mathbf{r}) dS(\mathbf{r}) \quad (4)$$

avec  $K_{rs-i}$  [10] :

$$K_{rs-i}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi b_i} \Re \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (\dot{v}_i + j\omega v_i) Q_{rs}(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega \tau_i} d\omega \right] + \frac{1}{2\pi b_i} \Im \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (\dot{w}_i + j\omega w_i) Q(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega \tau_i} d\omega \right] \quad (5)$$

où  $b_i$  est défini par  $b_i = \dot{v}_i^2 + v_i \ddot{v}_i + \dot{w}_i^2 + w_i \ddot{w}_i$ .

Dans l'équation (4), le noyau  $K_{rs-i}$  représente la manière dont une perturbation de célérité  $\Delta c$  localisée en  $\mathbf{r}$  influence le temps de propagation de l'onde propagée entre la source  $s$  et le récepteur  $r$ . Ainsi,  $K_{rs-i}$  donne la valeur de  $\Delta\tau_{rs-i}$ , quand une variation de célérité de 1 m/s sur 1 m<sup>2</sup> est introduite dans le milieu.  $K_{rs-i}$  est appelé Noyau de Sensibilité du Temps de Propagation.

Un exemple de ces noyaux de sensibilité est présenté sur la figure 2. Le milieu de propagation est un guide d'ondes sous-marin de 50 m de profondeur, de 1500 m de longueur, et de célérité uniforme (1500 m/s). La source et le récepteur sont placés à 25 m de profondeur. Parmi les différents trajets produits par les réflexions sur la surface et le fond, celui partant de l'antenne d'émetteurs avec un angle  $\theta_s = 9.2^\circ$  et arrivant sur l'antenne de récepteurs avec  $\theta_r = 9.2^\circ$  a été choisi sur cet exemple. Le signal propagé a une fréquence centrale de 2.5 KHz, et une largeur de bande de 1.25 KHz.

Ce NSTP présente une zone de sensibilité négative autour du rayon, classiquement appelée *première zone de Fresnel*. Puis,

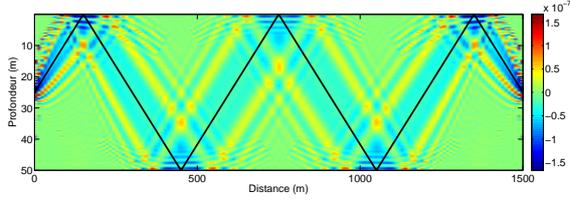


FIG. 2 – NSTP ( $s^2 m^{-3}$ ) pour une mesure en point-à-point.

en s'éloignant du rayon, d'autres oscillations sont présentes, nommées zones de Fresnel d'ordre supérieur. Ainsi, à l'opposé de la théorie des rayons, selon laquelle le temps de propagation ne serait sensible qu'aux variations de célérité sur la trajectoire géométrique du rayon (ligne noire), le NSTP indique que le TP est influencé par une zone beaucoup plus étendue autour de ce trajet. Deux remarques majeures sont à faire, en comparant les NSTP avec la théorie des rayons :

- La valeur du NSTP sur la trajectoire du rayon est proche de zéro, indiquant que les variations de célérité situées sur le rayon n'affectent que très peu le temps de propagation (en opposition avec la théorie des rayons).
- Le NSTP montre des zones de sensibilité positives, dont l'interprétation physique est la suivante : si une variation de célérité positive a lieu à cet endroit, le temps de propagation augmente.

Ces deux phénomènes peuvent paraître paradoxaux, mais s'expliquent si on considère le champ perturbé comme étant le champ de l'état de référence additionné au champ diffracté par un diffractant au point donné. Ainsi, Nolet *et al.* [8], donnent une interprétation complète de ces noyaux, ainsi que des propriétés indiquées ci-dessus.

### 3 Double Formation de Voies et NSTP associé

Après la présentation des noyaux de sensibilité classiques (ou NSTP point-à-point) dont les propriétés ont été très largement discutées dans la littérature [5, 4], cette section présente l'extension des noyaux de sensibilité au cas de la Double Formation de Voies.

#### 3.1 Double Formation de Voies (D-FV)

La Double Formation de Voies [3, 7] est l'extension de la Simple Formation de Voies au cas de deux antennes (sources et récepteurs). Elle consiste à l'application d'un retard sur chacun des couples source-récepteur, suivi d'une sommation, de façon à ne choisir que la composante du signal partant de l'antenne d'émetteurs dans une direction donnée  $\theta_s$  et arrivant sur l'antenne de récepteurs avec un angle donné  $\theta_r$  [7] :

$$p_{FV}(t, \theta_r, \theta_s) = \sum_{s=1}^{N_s} \sum_{r=1}^{N_r} \alpha_{rs} p_{rs}(t - T_s(\theta_s) - T_r(\theta_r)) \quad (6)$$

où l'indice  $FV$  signifie 'après D-FV'.  $T_s(\theta_s)$  et  $T_r(\theta_r)$  représentent respectivement les retards appliqués à chaque source  $s$  et récepteur  $r$ , pour 'diriger' l'antenne dans les directions  $\theta_s$  et  $\theta_r$  [2] ; les  $\alpha_{rs}$  sont les coefficients d'apodisation classiquement utilisés en traitement d'antenne.

#### 3.2 NSTP après D-FV

Quand la D-FV est utilisée pour la séparation de trajets, le temps de propagation  $\tau_{FV-i}$  est défini comme la position temporelle d'un maximum local sur l'enveloppe de  $p_{FV}(t, \theta_r, \theta_s)$  (au lieu de  $p_{rs}(t)$ ), pour des  $\theta_r$  et  $\theta_s$  données. Par conséquent, un nouveau noyau de sensibilité doit être calculé pour cette nouvelle mesure.  $\theta_r$  et  $\theta_s$  sont choisis en prenant les directions de propagation de plus grande énergie. Le champ  $p_{FV}(t, \theta_r, \theta_s)$  pour ces  $\theta_r$  et  $\theta_s$  données, sera noté  $p_{FV}(t)$  pour simplifier les notations.

Pour cela, comme dans le cas point-à-point, deux liens sont établis :

1. le lien entre  $\Delta\tau_{FV-i}$  et  $\Delta p_{FV}$ , similaire à celui de l'équation (1), donné par :

$$\Delta\tau_{rs-i} = -\frac{x_i \Delta \dot{x}_i + \dot{x}_i \Delta x_i + y_i \Delta \dot{y}_i + \dot{y}_i \Delta y_i}{\dot{x}_i^2 + \ddot{x}_i x_i + \dot{y}_i^2 + \ddot{y}_i y_i} \quad (7)$$

avec  $x_i = \Re[p_{FV}(\tau_{FV-i})]$ ,  $y_i = \Im[p_{FV}(\tau_{FV-i})]$ ,  $\Delta x_i = \Re[\Delta p_{FV}(\tau_{FV-i})]$ ,  $\Delta y_i = \Im[\Delta p_{FV}(\tau_{FV-i})]$ , et  $\dot{x}_i, \dot{y}_i, \ddot{x}_i, \ddot{y}_i, \Delta \dot{x}_i$  et  $\Delta \dot{y}_i$  ses dérivées.

2. le lien entre  $\Delta p_{FV}$  et  $\Delta c$ . En raison du caractère linéaire de la D-FV, ce lien s'établit facilement à partir de l'équation (2) et de l'équation suivante :

$$\Delta p_{FV}(t) = \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{s=1}^{N_s} \alpha_{rs} \Delta p_{rs}(t - T_r(\theta_r) - T_e(\theta_e)) \quad (8)$$

Puis, à partir de ces deux liens, on aboutit au NSTP après D-FV :

$$\Delta\tau_{FV-i} = \int_V K_{FV-i}(\mathbf{r}) \Delta c(\mathbf{r}) dV(\mathbf{r}) \quad (9)$$

avec :

$$K_{FV-i} = \frac{1}{2\pi b_i} \Re \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (\dot{v}_i + j\omega v_i) Q_{FV} e^{j\omega \tau_{FV-i}} d\omega \right] + \frac{1}{2\pi b_i} \Im \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (\dot{w}_i + j\omega w_i) Q_{FV} e^{j\omega \tau_{FV-i}} d\omega \right] \quad (10)$$

$$Q_{FV}(\mathbf{r}) = \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{s=1}^{N_s} \alpha_{rs} Q_{rs}(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega [T_r(\theta_r) + T_e(\theta_e)]} \quad (11)$$

#### 3.3 Exemples et discussion

Deux exemples de ces nouveaux noyaux de sensibilité sont présentés sur la figure 3, pour le même milieu et le même trajet acoustique que celui présenté sur la figure 2. Notons qu'à partir des équations de la section 3, et en choisissant  $N_s = 1$ , nous obtenons le NSTP d'une S-FV en réception. La figure 3-a montre le NSTP pour une S-FV en réception, avec  $\theta_r = 9.2^\circ$ ,

sur une antenne verticale de 31 éléments uniformément espacés de 1.5m, centrée à 25 m de profondeur. La figure 3-b est le NSTP pour la D-FV ( $\theta_r = 9.2^\circ$  et  $\theta_s = 9.2^\circ$ ), avec deux antennes identiques à celle présentée auparavant.

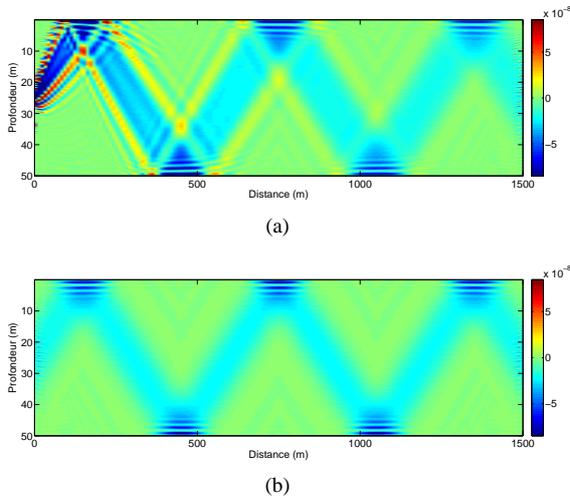


FIG. 3 – NSTP ( $s^2m^{-3}$ ) (a) pour le cas de la S-FV. (b) pour le cas de la D-FV.

Par rapport au NSTP point-à-point (figure 2), ces NSTP après D-FV montrent deux particularités. La première différence concerne la disparition des oscillations orthogonales à la trajectoire du rayon. Sur la figure avec S-FV, cette disparition se produit près du réseau de récepteurs, et les oscillations restent présentes près de l'émetteur. Avec la D-FV, les oscillations orthogonales disparaissent sur toute la distance entre les sources et les récepteurs. Ainsi, la D-FV fait disparaître les zones de Fresnel d'ordre supérieur, et la sensibilité se concentre seulement sur la première zone de Fresnel. Cette diminution des oscillations, obtenue grâce aux antennes, a également été observée par Raghukumar et al. [9], sur les noyaux de sensibilité pour des applications de *retournement temporel*.

La deuxième différence est que les NSTP après formation de voies ont une sensibilité plus forte sur la trajectoire du rayon qu'en point-à-point. Cela est particulièrement vraie pour la D-FV, où la sensibilité devient maximale sur le trajet du rayon (Fig 3-b).

Ainsi, le NSTP avec D-FV ressemble à un rayon large. Cette propriété peut être intéressante, car elle permet l'utilisation pour la tomographie d'algorithmes basés sur la théorie des rayons, en réalisant un traitement d'antenne préalable. Cependant, cette propriété est à utiliser avec précaution, car le 'gros rayon' que l'on observe sur la figure 3-b reste encore gros par rapport aux dimensions du milieu. En effet, la largeur du noyau avec D-FV correspond à la largeur de la première zone de Fresnel, qui dépend de la fréquence centrale du signal propagé. Ainsi, la 'finesse' de la théorie des rayons n'est atteignable qu'asymptotiquement avec des signaux haute fréquence.

## 4 Conclusion

Les Noyaux de Sensibilité du Temps de Propagation (NSTP) ont été étendus au cas où la Double Formation de Voies (D-FV) est utilisée pour la mesure de ces temps, et des exemples de NSTP avec S-FV et D-FV ont été présentés. Les noyaux avec D-FV montrent deux propriétés importantes par rapport au NSTP point-à-point : (1) les zones de Fresnel d'ordre supérieur disparaissent et (2) la sensibilité sur la trajectoire du rayon augmente. Ces deux propriétés justifient, avec les précautions nécessaires, l'utilisation de la théorie des rayons pour la tomographie utilisant des mesures issues des traitements d'antenne.

## Références

- [1] M. Born and E. Wolf. *Principles of optics*. Pergamon Press, 6<sup>th</sup> edition, 1980.
- [2] M. Dzieciuch, P. Worcester, and W. Munk. Turning point filters : analysis of sound propagation on a gyre scale. *J. Acoust. Society America*, 110 :135–149, 2001.
- [3] I. Iturbe, P. Roux, B. Nicolas, J. Virieux, and J. I. Mars. Shallow-water acoustic tomography performed from a double-beamforming algorithm : Simulation results. *IEEE J. of Oceanic Engineering*, 34(2) :140–149, April 2009.
- [4] J. Jocker, J. Spetzler, D. Smeulders, and J. Trampert. Travel-time sensitivity kernels in ocean acoustic tomography. *Geophysics*, 72(6) :167–177, 2006.
- [5] H. Marquering, F. A. Dahlen, and G. Nolet. Three-dimensional sensitivity kernels for finite-frequency traveltimes : the banana-doughnut paradox. *Geophys. J. Int.*, 137 :805–815, 1999.
- [6] W. Munk, P. Worcester, and C. Wunsch. *Ocean Acoustic Tomography*. Cambridge monographs on mechanics, Cambridge, 1995.
- [7] B. Nicolas, I. Iturbe, P. Roux, and J. I. Mars. Double formation de voies pour la séparation et l'identification d'ondes : applications en contexte fortement bruité et à la campagne faf03. *Traitement de Signal (numéro spécial Grest 07)*, 2008.
- [8] G. Nolet, F.A. Dahlen, and R. Montelli. Traveltimes and amplitudes of seismic waves : a re-assessment. *AGU Monograph Series*, 2005.
- [9] Kaustubha Raghukumar, Bruce D. Cornuelle, William S. Hodgkiss, and William A. Kuperman. Pressure sensitivity kernels applied to time-reversal acoustics. *J. Acoust. Society America*, 2007.
- [10] E. K. Skarsoulis and B. D. Cornuelle. Travel-time sensitivity kernels in ocean acoustic tomography. *J. Acoust. Society America*, 116 :227–238, 2004.
- [11] P. R. Williamson and M. H. Worthington. Resolution limits in ray tomography due to wave behavior : Numerical experiments. *Geophysics*, 58 :727–735, 1993.