

# Transformation des techniques “Ajout de Signal” en techniques “Tone Reservation” pour la Réduction du PAPR des Signaux OFDM

Désiré GUEL, Jacques PALICOT  
SUPELEC/IETR

Avenue de la Boulaie CS 47601  
F-35510 Cesson-Sévigné cedex, France

{desire.guel, jacques.palicot}@supelec.fr  
tél. +33 [0]2 99 84 45 00 - fax. +33 [0]2 99 84 45 99

**Résumé** – L’ OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) souffre d’une grande variation d’amplitude caractérisée par un PAPR (Peak-to-Average Power Ratio) élevé. La “Réservation Tone” (TR) est une technique de réduction de PAPR qui utilise un ensemble de porteuses réservées pour transmettre le “signal de réduction du PAPR”. Du fait que, la TR ne dégrade pas la qualité de la transmission et garantit une compatibilité descendante, elle est de loin une des techniques les plus utilisées pour la réduction du PAPR des signaux OFDM. Dans cet article, il s’agit, par filtrage numérique à base de FFT/IFFT, de transformer les techniques “ajout de signal” de réduction du PAPR en TR afin de bénéficier des avantages de la TR.

**Abstract** – Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) suffers from a high Peak-to-Average Power Ratio (PAPR). Tone Reservation (TR) is a popular PAPR reduction technique that uses a set of reserved subcarriers to carry the peak reducing signal. The major advantages of TR technique include no transmission performance degradation, no transmission of Side Information (SI) and downward compatibility. TR is by far one of the most widely used techniques for OFDM PAPR reduction. In this paper, due to a filtering based on FFT/IFFT pair, we propose to transform many adding signal techniques to TR in order to benefit of the advantages of the TR.

## 1 Introduction

La modulation OFDM est une technologie ancienne au succès récent qui consiste à transmettre des données en parallèle sur plusieurs fréquences orthogonales. Grâce à sa robustesse contre les canaux sélectifs en fréquence et grâce à sa simplicité d’implémentation, elle est utilisée dans de nombreuses technologies de transmission telles que la télédiffusion numérique terrestre (DVB-T, DVB-H), la radiodiffusion numérique terrestre (DAB), les réseaux sans-fils basés sur les normes 802.11a/g (Wi-Fi), 802.16 (WiMAX) et HiperLAN ; elle est en phase de normalisation dans les réseaux mobiles de nouvelle génération (4G). L’inconvénient majeur de la modulation OFDM est qu’elle engendre des signaux temporels à forte variation d’amplitude caractérisée par un PAPR (“Peak-to-Average Power Ratio”) élevé. Pour un rendement maximum, l’amplificateur de puissance [“High Power Amplifier” (HPA)] doit fonctionner dans sa zone de saturation, malheureusement c’est dans cette zone que se présente les non-linéarités les plus sévères, qui sont sources de distorsions (intermodulation, remontée spectrale, etc) des signaux à transmettre. Ces effets sont d’autant plus importants quand les signaux à amplifier sont à PAPR élevé.

Il existe plusieurs techniques de réduction du PAPR [1, 2] parmi lesquelles on peut citer le “clipping” [3], “selective mapping”(SLM), “Partial Transmit Sequences” (PTS), les techniques de codage, etc. Parmi ces techniques de réduction du PAPR,

la “Tone Reservation” (TR) est de loin la plus utilisée et est en phase d’être implémenter dans la norme DVB-T car elle ne dégrade pas le TEB, ne nécessite pas l’envoi d’information de bord (SI) et de plus elle est à compatibilité descendante<sup>(a)</sup>. Toutefois, la difficulté principale de la TR réside dans la génération du “signal de réduction du PAPR” encore appelé “signal correcteur”. Dans [4], *J. Tellado* a montré que le “signal de réduction du PAPR” optimal pour la TR est obtenue par la résolution d’un problème d’optimisation QCQP (Quadratically Constrained Quadratic Program) qui exige un coût de calcul élevé de l’ordre de  $\mathcal{O}(N_r N^2 L)$ , où  $N_r$  est le nombre de porteuses réservées,  $N$  le nombre de porteuses de l’OFDM et  $L$  le facteur de sur-échantillonnage.

Dans cet article, il est question de transformer par filtrage numérique adéquat à base de FFT/IFFT, des techniques “ajout de signal” plus particulièrement des techniques de réduction du PAPR dites de “distorsions”<sup>(b)</sup> en TR permettant ainsi de bénéficier des avantages de ce dernier. En effet, il a été montré en [5] que toute technique de “distorsions” est une technique “ajout de signal”.

L’article est organisé comme suit : la section 2 présente brièvement les systèmes OFDM tandis que la section 3 décrit le

(a). Une technique ou méthode est à compatibilité descendante si son implémentation sur un émetteur donné n’implique pas de modification du récepteur associé.

(b). Une technique de réduction du PAPR est dite de “distorsion” si en réduisant le PAPR, elle génère des distorsions ou bruits. La technique de “clipping” est un exemple de technique de “distorsion”.

principe des techniques “ajout de signal”. La section 4 rappelle le principe de la TR et ensuite décrit le processus de la transformation des techniques “ajout de signal” en techniques TR. Dans la section 5, le “clipping” est transformé en un TR dans le but de réduire le PAPR des signaux WLAN. Elle présente également les résultats de simulation obtenus. La section 6 conclut l’article.

## 2 Systèmes OFDM

Dans les système OFDM,  $N$  symboles de données  $X_k$ ,  $k = 0, \dots, N-1$ , sont modulés et portés par  $N$  porteuses orthogonales. Le signal OFDM bande de base  $x(t)$  s’écrit :

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi \frac{k}{T_s} t}, \quad 0 \leq t \leq T_s, \quad (1)$$

où les  $N$  symboles de données  $X_k$  forment le symbole OFDM  $\mathbf{X} = [X_0, \dots, X_{N-1}]$  et  $T_s$  est le temps symbole OFDM.

Le PAPR du signal OFDM défini dans (1) est défini comme suit :

$$\text{PAPR}_{[x]} \triangleq \frac{\max_{t \in [0, T_s]} |x(t)|^2}{\mathcal{P}_x}, \quad (2)$$

où  $\mathcal{P}_x = E \left\{ |x(t)|^2 \right\}$  est la puissance moyenne du signal.

En échantillonnant  $x(t)$  défini dans (1) à la fréquence  $f_s = \frac{NL}{T_s}$ , où  $L$  est le facteur de sur-échantillonnage, le symbole OFDM discret s’écrit :

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j \frac{2\pi}{NL} nk}, \quad 0 \leq n \leq NL-1. \quad (3)$$

Le symbole OFDM discret (3) peut être mis oeuvre en utilisant une IFFT de taille  $NL$  dont le vecteur en entrée est défini par :

$$\mathbf{X}^{(\text{ext})} = \begin{bmatrix} X_0, \dots, X_{\frac{N}{2}-1}, & \underbrace{0, \dots, 0}_{(L-1)N \text{ zeros}} & X_{\frac{N}{2}}, \dots, X_N \end{bmatrix}.$$

On peut remarquer que  $\mathbf{X}^{(\text{ext})}$  est obtenu à partir de  $\mathbf{X}$  par un  $(L-1)N$ -“zero-padding”, c’est-à-dire, par une insertion d’un bloc de  $(L-1)N$  zéros. En d’autres termes,

$$X_k^{(\text{ext})} = \begin{cases} X_k, & k \in \text{IB} \\ 0, & k \in \text{OOB} \end{cases},$$

où IB et OOB sont les ensembles des indices des composantes spectrales “In-Band” (IB) et “Out-Of-Band” (OOB) respectivement. Dans le domaine discret, il a été prouvé dans [6] qu’un facteur de sur-échantillonnage d’au moins 4 ( $L \geq 4$ ) est nécessaire pour une bonne approximation du PAPR.

## 3 Techniques “ajout de signal”

Comme leur nom l’indique, les techniques “ajout de signal” consistent à ajouter un ou plusieurs signaux appelés “signaux

additionnels” ou “signaux de réduction du PAPR” ou encore “signal correctionnel” au signal original (à PAPR élevé) pour atténuer au maximum ses variations d’amplitude. Le principe des techniques “ajout de signal” est illustré par la figure 1.

Beaucoup de techniques de réduction du PAPR de la littérature telles que la TR [4], “Tone Injection” (TI) [7], la méthode géométrique [8] sont connues comme étant des techniques “ajout de signal”. Dans [5], il est démontré que toute technique de “clipping” peut être formulée comme une technique “ajout de signal”.

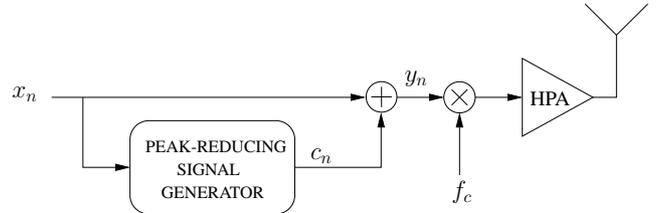


FIGURE 1 – Schéma de réduction du PAPR pour les techniques “ajout de signal”.

Suivant les techniques “ajout de signal”, le “signal de réduction du PAPR”  $c_n$  est calculé soit par optimisation dans le domaine fréquentiel (algorithme du Gradient [4], le SOCP (Second Order Cone Programming) [9], etc) ou par transformation non-linéaire [5] dans le domaine temporel de l’amplitude du signal OFDM.

Soit  $f(\cdot)$  la transformation non-linéaire qui sert à réduire le PAPR de  $x_n$ ; d’après [5], le “signal de réduction du PAPR”  $c_n$  s’écrit :

$$c_n = f(|x_n|) e^{j\varphi_n} - x_n, \quad (4)$$

où  $\varphi_n$  est la phase de  $x_n$ . D’après la décomposition de Bussgang, le signal à la sortie de la non-linéarité s’écrit :

$$y_n = f(|x_n|) e^{j\varphi_n} = \alpha x_n + d_n, \quad \text{où } \alpha = \frac{\mathcal{R}_{yx}(0)}{\mathcal{R}_{xx}(0)}. \quad (5)$$

$\mathcal{R}_{xx}(\tau)$  et  $\mathcal{R}_{xy}(\tau)$  sont les fonctions d’autocorrélation et d’intercorrrelation de  $x_n$  et  $y_n$  respectivement. Il est montré que le terme de distorsion  $d_n$  est decorrélié avec le signal d’entrée  $x_n$ , c’est-à-dire,  $\mathcal{R}_{xd}(\tau) = 0$ .

Substituer (5) dans (4) donne

$$c_n = (\alpha - 1) x_n + d_n. \quad (6)$$

Dans [10], on montre que “signal de réduction du PAPR”  $c_n$  calculé à partir d’une transformation non-linéaire  $f(\cdot)$  peut être décomposé comme suit :

$$c_n = c_n^{(\text{IB})} + c_n^{(\text{OOB})}, \quad (7)$$

où  $c_n^{(\text{IB})}$  est la composante de  $c_n$  créée dans la bande de l’OFDM tandis que  $c_n^{(\text{OOB})}$  est la composante de  $c_n$  créée hors-bande de l’OFDM.

## 4 De la technique ‘‘ajout de signal’’ vers la ‘‘Tone Reservation’’(TR)

### 4.1 Rappel du principe de la TR

La TR introduite pour la première fois dans [4] réserve  $N_r$  porteuses pour générer le ‘‘signal de réduction du PAPR’’ et utilise le reste c’est-à-dire  $(N - N_r)$  porteuses pour la transmission des données. Le signal à la sortie de TR est donné ci-dessous :

$$y_n = x_n + c_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{NL-1} (X_k + C_k) e^{2j\pi \frac{kn}{NL}}, \quad (8)$$

où  $0 \leq n \leq NL-1$  et  $\mathbf{C} = [C_0, \dots, C_{NL-1}]$  est l’ensemble des composantes fréquentielles du ‘‘signal de réduction du PAPR’’.

Soit  $\mathcal{R} = \{i_0, \dots, i_{N_r-1}\}$  l’ensemble des emplacements des porteuses réservées et soit  $\mathcal{R}^c$  le complémentaire de  $\mathcal{R}$  dans IB. Le principe de la TR est traduite par la relation ci-dessous :

$$X_k + C_k = \begin{cases} X_k, & k \in \mathcal{R}^c \\ C_k, & k \in \mathcal{R} \end{cases} \quad (9)$$

Comme  $\mathcal{R} \cap \mathcal{R}^c = \emptyset$ , le TEB du système de transmission n’est pas dégradé. Si de plus,  $C_k = 0$  pour  $k \in \text{OOB}$ , alors il n’y aura pas d’émission hors-bande.

### 4.2 FFT/IFFT à base de filtrage pour la transformation des ‘‘ajout de signal’’ en TR

Soit  $\tilde{c}_n$  le signal à la sortie du FFT/IFFT comme illustré par la figure 2. Le filtrage FFT/IFFT se compose d’une opération FFT suivie d’une opération IFFT.

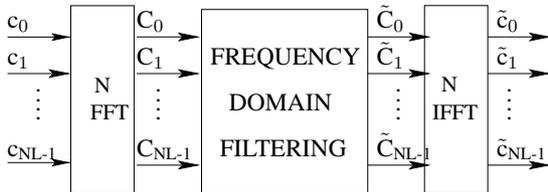


FIGURE 2 – Filtrage numérique à base de FFT/IFFT.

La FFT transforme les échantillons temporels  $c_n$  en composantes fréquentielles  $C_k$ . Seules et seulement seules les composantes fréquentielles  $C_k$  qui sont positionnées sur les porteuses de données ( $\mathcal{R}^c$ ) sont mises à zéro, c’est-à-dire,

$$\tilde{C}_k = \begin{cases} C_k, & k \in \mathcal{R} \\ 0, & k \in (\mathcal{R}^c \cup \text{OOB}) \end{cases} \quad (10)$$

Les composantes fréquentielles  $\tilde{C}_k$  obtenues sont ensuite transformées dans le domaine temporel par l’IFFT. Les composantes fréquentielles  $\tilde{C}_k \in \mathcal{R}$  doivent cependant respecter les spécifications du masque d’émission.

La relation (10) montre bien que le ‘‘signal de réduction du PAPR’’ obtenu  $\tilde{c}_n$  est porté seulement par les porteuses réservées ( $\mathcal{R}$ ) ; la technique de réduction du PAPR ainsi obtenu est

bien une TR. Sa complexité est celle du FFT/IFFT qui est estimé à  $\mathcal{O}(NL \log_2 NL)$ .

### 4.3 Amélioration de la performance en réduction du PAPR et analyse de complexité

Le filtrage à base de FFT/IFFT qui sert à transformer les techniques ‘‘ajout de signal’’ en techniques TR, d’après (10), élimine une partie de l’information utile qui sert à réduire le PAPR et cela affecte la performance de la TR obtenue.

Afin de réduire autant que possible le PAPR, le processus de génération de  $c_n$  suivi du processus de filtrage à base de FFT/IFFT doivent être répétés plus d’une fois. Le nouveau système de réduction de PAPR comprenant le filtrage à base de FFT/IFFT et le processus d’itérations est illustré par la figure 3.

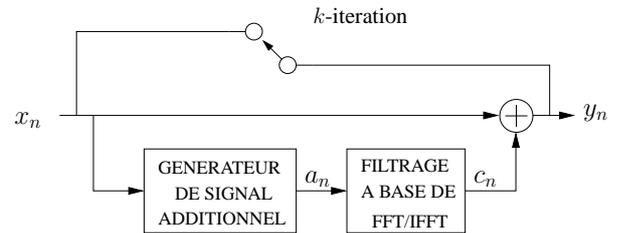


FIGURE 3 – Transformation en TR incluant un processus d’itérations.

Il faut toutefois garder à l’esprit que la complexité du système augmente linéairement avec le nombre d’itérations. Par exemple, après  $J$  itérations, la complexité du système sera estimée à  $\mathcal{O}(JNL \log_2 NL)$ . Il y a donc un compromis à faire entre performance en réduction du PAPR et complexité du système.

## 5 Du ‘‘clipping’’ à la TR pour la réduction du PAPR de signaux WLAN

Dans cette partie, sur la base de l’analyse faite précédemment, nous transformons la technique de ‘‘clipping’’ [3] en TR dans le but de réduire le PAPR des signaux des systèmes de réseaux locaux sans fil (WLAN) basés sur les normes IEEE 802.11a/g. La TR obtenue à partir du ‘‘clipping’’ est appelée ‘‘TR-clipping’’.

La fonction  $f(\cdot)$  de la technique ‘‘clipping’’ décrite dans [3] est exprimée de la façon suivante :

$$f(r) = \begin{cases} r, & r \leq A \\ A, & r > A \end{cases},$$

où  $r$  représente l’amplitude du signal d’entrée et  $A$  est le seuil d’écriteage.

Dans les systèmes WLAN (basés sur les normes IEEE 802.11 a/g), il y a  $N = 64$  porteuses dont 52 porteuses ‘‘utiles’’ (48 porteuses de données, 4 pilots) et  $N_r = 12$  porteuses ‘‘nulles’’ ou ‘‘non-utilisées’’. Seules les  $N_r = 12$  porteuses ‘‘non-utilisées’’

seront utilisées pour porter le “signal de réduction du PAPR” dans notre étude. Les positions des porteuses utiles et “non-utilisées” et les spécifications du masque d’émission du WLAN basé sur les normes IEEE 802.11a/g sont données dans [11].

Les simulations sont réalisées pour un système WLAN utilisant une modulation de type MAQ-16 avec un facteur de sur-échantillonnage  $L = 4$ .

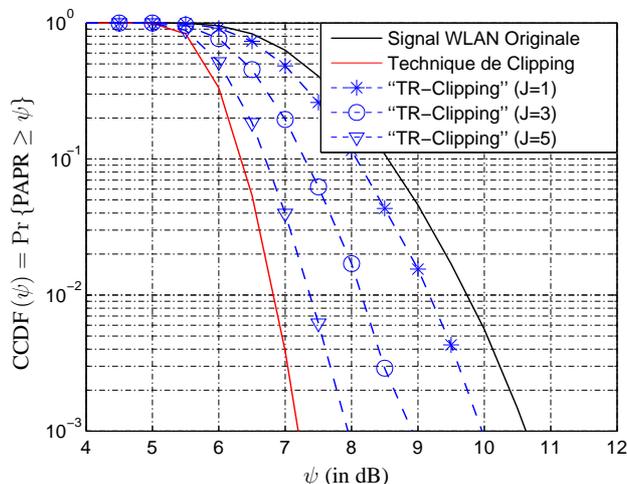


FIGURE 4 – Comparaison de performances en terme de réduction du PAPR pour  $\frac{A}{\sqrt{P_x}} = 5$  dB.

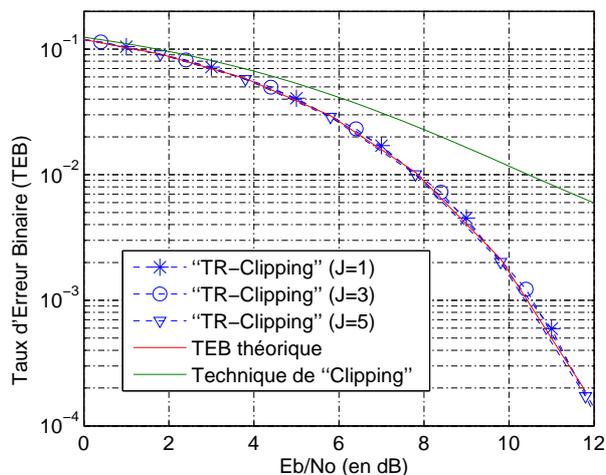


FIGURE 5 – Comparaison du TEB du “clipping” [3] avec sa version TR obtenue for différentes itérations.

Le figure 4 montre que pour une même valeur du seuil d’écritage  $A$ , le “clipping” est plus performant que sa versions TR en terme de réduction du PAPR et ceci quelque soit le nombre  $J$  d’itérations effectué dans le “TR-clipping”. On note néanmoins une converge de la performance du “TR-clipping” vers celle du “clipping” en terme de réduction du PAPR lorsque le nombre  $J$  d’itérations augmente.

La figure 5 montre la qualité de la transmission dans un canal AWGN (en terme de TEB), lorsque le “clipping” et le “TR-

clipping” sont implémentés alternativement. Elle montre que, dans le cas du “clipping”, le TEB est dégradé contrairement au “TR-clipping” où le TEB n’est pas dégradé car il coïncide avec le TEB théorique.

## 6 Conclusion

Dans cet article, il est montré que par un filtrage numérique adéquat à base de FFT/IFFT, les techniques “ajout de signal” plus particulièrement les technique de réduction du PAPR dites de “distorsions” peuvent être transformées en TR ce qui permet de bénéficier des avantages de ce dernier à savoir la non dégradation du TEB et la compatibilité descendante. Une augmentation de la performance en terme de réduction du PAPR du système est possible grâce à une implémentation itérative du processus de transformation en TR. Cependant, cela a des limites. En effet, la complexité du système de réduction du PAPR est linéairement dépendant du nombre d’itérations. Il convient donc de faire un compromis entre réduction du PAPR et complexité du système.

## Références

- [1] T. Jiang and Y. Wu, “An Overview : Peak-to-Average Power Ratio Reduction Techniques for OFDM Signals,” vol. 54, pp. 257–268, June 2008.
- [2] Y. Louet and J. Palicot, “A classification of methods for efficient power amplification of signals,” *Annals of Telecommunications*, vol. Volume 63, pp. 351–368, 2008.
- [3] X. Li and J. Cimini, L. J., “Effects of clipping and filtering on the performance of OFDM,” vol. 2, pp. 131–133, May 1998.
- [4] J. Tellado-Mourelo, *Peak to Average Power Reduction for Multicarrier Modulation*. PhD thesis, Stanford University, Sept 1999.
- [5] D. Guel and J. Palicot, “Clipping formulated as an adding signal technique for OFDM Peak Power Reduction,” in *Proc. 69th Vehicular Technology Conference : VTC2009-Spring*, 26–29 April 2009.
- [6] C. Tellambura, “Improved Phase Factor computation for the PAPR Reduction of an OFDM using PTS,” in *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 4, April 2001.
- [7] S. H. Han, J. M. Cioffi, and J. H. Lee, “Tone injection with hexagonal constellation for peak-to-average power ratio reduction in OFDM,” *IEEE Communication Letters*, vol. 10, pp. 646–648, September 2006.
- [8] D. Guel, Y. Louet, and J. Palicot, “A Geometric Method for PAPR Reduction in a Signal Adding Context for OFDM Signals,” in *Proc. 15th International Conference on DSP*, pp. 347–350, 1–4 July 2007.
- [9] S. Zabre, J. Palicot, Y. Louet, and C. Lereau, “SOCF Approach for OFDM Peak-to-Average Power Ratio Reduction in the Signal Adding Context,” in *Proc. IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology*, pp. 834–839, 2006.
- [10] D. Guel and J. Palicot, “OFDM PAPR Reduction Based on Nonlinear Functions without BER Degradation and Out-Of-Band Emission,” in *Proc. International Conference on Signal Processing Systems*, 15–17 May 2009.
- [11] “Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications,” 2000.