

# Amélioration virtuelle de la résolution d'images du Soleil par augmentation d'information invariante d'échelle

Emilie KOENIG<sup>1</sup>, Pierre CHAINAIS<sup>1</sup>, Véronique DELOUILLE<sup>2</sup>, Jean-François HOCHEDÉZ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire d'Informatique, de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes UMR 6158  
Université Blaise Pascal Clermont-Ferrand II, 63173 Aubière cedex, France

<sup>2</sup>Observatoire Royal de Belgique  
av. Circulaire, 3 1180 Bruxelles, Belgique  
{emilie.koenig, pierre.chainais}@isima.fr, {verodelo, hochedez}@oma.be

**Résumé** – Les images actuelles du Soleil calme issues du télescope spatial EIT sont telles que 1 pixel = (1800km)<sup>2</sup> alors que les échelles physiques les plus petites seraient de l'ordre de 100 m. La conception d'un télescope spatial haute résolution à 1 pixel=(80 km)<sup>2</sup> est envisagée. Avec une résolution environ 25 fois plus fine, les images risquent d'être sous-exposées, voire inutilisables. Il s'agit de prédire au mieux la qualité de ces images à partir des observations actuelles. Nous proposons une méthode permettant d'augmenter artificiellement (d'un facteur potentiellement infini) la résolution des images actuellement disponibles. Celle-ci exploite les propriétés d'invariance d'échelle des images actuelles et y injecte des détails issus d'un modèle stochastique multifractal. Des images de Soleil calme sont agrandies d'un facteur 32 tout en respectant les propriétés multi-échelle (spectre, multiscaling) et en assurant qu'une réduction de l'image agrandie redonne l'image initiale. Nous en déduisons une extrapolation des histogrammes des images haute résolution qui permettra de prédire la qualité des images issues d'un futur télescope haute résolution.

**Abstract** – Current images of the quiet Sun from the spatial telescope EIT are such that 1 pixel = (1800km)<sup>2</sup> whereas the smallest physical scales would be of about 100 m. The design of a high resolution spatial telescope where 1 pixel = (80 km)<sup>2</sup> is planned. With a resolution 25 times finer, the images may be under-exposed or even useless. The point is to predict at best the quality of these images from the current observations. We exploit the scale invariance properties of images currently available to suggest a method to artificially improve (of a potentially infinite factor) the current images resolution by integrating details from a multifractal stochastic model. Quiet Sun images are magnified by a factor 32 while preserving the multiscale properties (spectrum, multiscaling) and assuring that reducing the magnified image gives the initial image back. We deduce from that an extrapolation of histograms of high resolution images allowing a prediction of the quality of images from a future high resolution telescope.

## 1 Vers une observation du Soleil calme à haute résolution

La dynamique du Soleil est complexe et obéit à un cycle de 11 ans durant lequel elle oscille entre périodes actives et périodes calmes. En période *active*, la surface du Soleil contient un grand nombre de taches associées aux régions actives. Ces *région actives* sont des zones de champs magnétique intense et ont une structure déterministe. En période *calme*, le nombre de régions actives est très faible et les structures particulières sont de l'ordre de la centaines de mètres. La surface du Soleil dans l'extrême ultra-violet contient de grandes zones qui semblent désordonnées. Ce fond "turbulent" est appelé *Soleil calme*. Le télescope E.I.T. (Extreme ultraviolet Imaging Telescope) de la mission SoHO (Solar and Heliospheric Observatory) observe le Soleil entier à une résolution de 1 pixel = (1800 km)<sup>2</sup>. Les images du Soleil en période calme fournies par E.I.T. dans la longueur d'onde  $\lambda = 19.5\text{nm}$  ont un aspect texturé duquel

il est difficile d'extraire de l'information. Par conséquent, les physiciens étudient la conception d'un télescope spatial haute résolution tel que 1 pixel = (80 km)<sup>2</sup>, toujours pour des observations du Soleil entier. L'amélioration de la résolution a son pendant en terme d'exposition du capteur : plus les pixels sont petits, moins ils captent de photons, et plus le risque de sous-exposition est important. Au vu des enjeux scientifiques et financiers d'un tel projet, il s'agit de prévoir autant que possible la qualité des images que pourrait fournir une mission haute résolution. Notre travail apporte des éléments de réponse à cette question. Notre méthode se base sur la propriété d'invariance d'échelle constatée dans les images du Soleil calme. Nous extrapolons cette propriété aux plus petites échelles en injectant à l'intérieur des pixels d'origine des détails issus d'un processus multifractal bien choisi. Notre méthode d'augmentation est cohérente dans le sens où un zoom arrière redonne l'image d'origine et que toutes les propriétés initiales sont conservées.

Nous commencerons par présenter les propriétés des images

du Soleil calme ainsi que les processus aléatoires utilisés pour les modéliser. Puis nous donnerons une description de la méthode choisie pour augmenter la résolution des images actuelles. Nous présenterons ensuite les résultats de cette méthode obtenus sur les images du Soleil calme. Enfin, nous conclurons sur l'utilisation des statistiques issues des images agrandies pour l'évaluation de la qualité des futures images haute résolution.

## 2 Analyse et modélisation des images du Soleil calme

### 2.1 Invariance d'échelle

Tout comme les images naturelles [6] et les textures aléatoires [4], les images du Soleil calme issues de E.I.T. se sont révélées invariantes d'échelle et non gaussiennes [3]. La propriété d'invariance d'échelle correspond à l'absence d'échelle caractéristique dans l'image. L'invariance d'échelle se traduit par un spectre de Fourier moyenné sur toutes les directions en loi de puissance  $\propto 1/k^\beta$  dans une gamme de fréquences spatiales  $k$  suffisamment grande. L'invariance d'échelle peut être décrite plus précisément aux ordres supérieurs par un ensemble d'exposants multifractals  $\zeta(q) = qH + \tau(q)$  liés au comportement en loi de puissance de quantités multi-échelle (moyennes par boîtes, coefficients d'ondelette...). L'exposant de la loi de puissance du spectre de Fourier est tel que  $\beta = 2 + \zeta(2)$ . Les exposants  $\zeta(q)$  sont composés d'une partie linéaire  $qH$  et d'une partie non-linéaire  $\tau(q)$  telle que  $\tau(0) = \tau(1) = 0$ . Si  $\zeta(q) = qH$ , les images dites monofractales peuvent être modélisées par un simple mouvement Brownien fractionnaire. L'étude multifractale menée dans [3] a montré que l'invariance d'échelle des images du Soleil calme est caractérisée par des exposants  $\zeta(q) = qH + \tau(q)$ . Elles sont multifractales.

### 2.2 Cascades de Poisson composées

Le caractère texturé et turbulent des images de Soleil calme suggère une modélisation par des processus aléatoires. Grâce à l'analyse des images du Soleil calme [3], nous avons pu proposer une modélisation par des cascades infiniment divisibles. Les cascades infiniment divisibles ont été proposées récemment pour modéliser les images naturelles [2]. Au sein de cette famille de modèles, les Cascades de Poisson Composées (CPC) s'avèrent particulièrement simples d'utilisation pour la modélisation et la simulation numérique. On trouvera une présentation détaillée des CPC dans [2]. Nous utilisons ici seulement quelques-unes de leurs propriétés essentielles. Une CPC, notée  $Q_\ell^L(\mathbf{x})$ , est une cascade multiplicative définie dans le plan de l'image. C'est un produit de variables aléatoires indépendantes positives, les multiplieurs, contribuant chacune à une échelle comprise entre la grande échelle  $L$  et la résolution  $\ell$  de la cascade (l'objet  $\lim_{\ell \rightarrow 0} Q_\ell^L$  serait nul presque partout). Les CPC sont des processus homogènes, normalisés de sorte que  $\mathbb{E}Q_\ell^L = 1$ . La propriété au cœur de notre approche est la

décomposition multiplicative des CPC :

$$Q_{r_2}^{r_0} = Q_{r_1}^{r_0} \cdot Q_{r_2}^{r_1} \quad (1)$$

où  $0 < r_0 \leq r_1 \leq r_2$ ;  $Q_{r_1}^{r_0}$  et  $Q_{r_2}^{r_1}$  sont indépendantes et ont les mêmes propriétés que  $Q_{r_2}^{r_0}$ . Les CPC sont invariantes d'échelle dans la gamme  $\ell \leq r \leq L$ . Elles sont caractérisées par des exposants de multiscaling  $\tau(q)$ ,  $q \in \mathbb{R}$ , qui dépendent de la loi des multiplieurs. Leur spectre de Fourier est  $\propto 1/k^{2+\tau(2)}$ . Pour construire une famille plus large de processus invariants d'échelle, on peut utiliser une pseudo-intégration fractionnaire  $\mathcal{I}_H$ , en pratique un filtrage passe-bas en  $1/||k||^H$  en Fourier, ou une pseudo-dérivation fractionnaire  $\mathcal{D}_H = \mathcal{I}_H^{-1}$ , en pratique un filtrage passe-haut en  $||k||^H$  pour  $H \geq 0$ . Ces deux opérations préservent l'invariance d'échelle. Les exposants de multiscaling d'une image  $\mathcal{I}_H\{Q_\ell^L\}$  obtenue par pseudo-intégration fractionnaire d'une CPC sont donnés par  $\zeta(q) = qH + \tau(q)$ . La pseudo-dérivation produit le résultat inverse.

## 3 Amélioration de résolution par augmentation d'information invariante d'échelle

### 3.1 Augmentation d'information

Nous cherchons une méthode qui permettrait d'extrapoler avec un minimum d'a priori aux échelles plus fines les propriétés de multifractalité des images du Soleil calme sans modifier les propriétés d'origine. La plupart des méthodes d'interpolation sont basées sur une hypothèse de régularité des images (à bande limitée) et n'ajoutent aucune information au delà de la résolution initiale. Les images du Soleil calmes sont multifractales et ne sont pas à bande limitée. L'information contenue à la résolution initiale se poursuit aux échelles plus fines. Afin d'améliorer la résolution de ces images, il faut ajouter de l'information en dessous de la résolution initiale. Dans [5], les auteurs extrapolent de façon déterministe les coefficients en ondelette de l'image initiale en supposant un comportement local en loi de puissance. Le nouveau coefficient en ondelette dépend de l'estimation de la régularité locale initiale et de l'ondelette choisie pour la décomposition de l'image. Les IFS (systèmes de fonctions itérés) [1] permettent de créer des images invariantes d'échelles en appliquant une série d'opérations à une fonction initiale. L'interpolation par IFS nécessite de déterminer l'IFS de l'image initiale (théorème du collage [1]) et de réaliser une nouvelle itération de l'IFS. Cette méthode conserve l'invariance d'échelle initiale de façon déterministe mais n'extrapole pas le comportement multifractal de l'image initiale. Nous avons préféré une approche plus souple reposant sur une augmentation d'information aléatoire.

### 3.2 Approche

Nous proposons une méthode d'agrandissement de textures invariantes d'échelle d'un facteur potentiellement infini. Cette

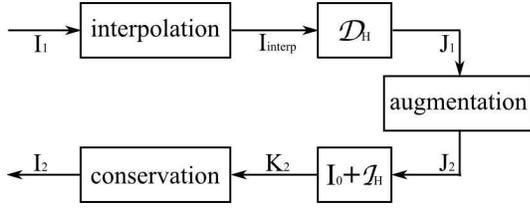


FIG. 1 – Schéma de la procédure d'agrandissement.

méthode n'a besoin que d'un minimum d'a priori (exposants multifractals  $\zeta(q)$ ). L'idée principale de notre méthode d'amélioration (virtuelle) de résolution est d'exploiter la structure de cascade multiplicative des CPC pour ajouter des fluctuations aux petites échelles à l'intérieur de chaque pixel de l'image initiale. Elle extrapole ainsi aux plus petites échelles les propriétés d'invariance d'échelle de l'image d'origine. L'augmentation d'information effectuée sera *statistiquement cohérente*, au sens où elle reproduit et étend aux petites échelles les propriétés d'invariance d'échelle de l'image initiale, et *physiquement cohérente*, au sens où une réduction (zoom arrière) par agrégation des pixels de l'image augmentée redonne l'image initiale. Cette seconde contrainte correspond à la proportionnalité entre l'intensité mesurée et la surface d'un pixel du capteur physique.

### 3.3 Extrapolation aléatoire à haute résolution

La méthode d'agrandissement des images est schématiquement décrite par la figure 1. L'étude [3] a montré que les CPC intégrées peuvent reproduire les caractéristiques des images du Soleil calme. L'image à augmenter est modélisée globalement par une partie constante  $I_0$  et des fluctuations elles-mêmes modélisées par une CPC intégrée de moyenne nulle comprise entre les échelles  $r_0$  et  $r_1$  et amplifiée d'un facteur  $\alpha$  :

$$I_1 = I_0 + \alpha \mathcal{I}_H \{ Q_{r_1}^{r_0} - 1 \} \quad (2)$$

où  $r_0$  est la plus grande échelle présente dans l'image,  $r_1$  la plus petite, en pratique la taille du pixel. Les exposants  $H$  et  $\tau(q)$  sont déterminés par l'analyse préalable [3]. De ce modèle *global* nous déduisons une procédure *locale* qui consiste en résumé à remplacer dans le modèle (2) de  $I_1$  le terme  $Q_{r_1}^{r_0}$  par  $Q_{r_2}^{r_0} = Q_{r_1}^{r_0} \cdot Q_{r_2}^{r_1}$ . Nous rééchantillonons d'abord  $I_1$  par interpolation spline [7] à la résolution  $r_2$  pour obtenir une image agrandie  $I_{interp}$ . Puis nous dérivons  $I_{interp}$  afin de travailler avec la cascade sous-jacente  $J_1 = \mathcal{D}_H \{ I_{interp} \}$ . Cette cascade est identifiée à une CPC à moyenne nulle  $\alpha(Q_{r_1}^{r_0} - 1)$  caractérisée par la fonction non-linéaire  $\tau(q)$  des coefficients multifractals  $\zeta(q)$  de l'image initiale. L'étape d'ajout des détails issus d'une réalisation de  $Q_{r_2}^{r_1}$  produit

$$J_2 = J_1 \cdot Q_{r_2}^{r_1} + \alpha (Q_{r_2}^{r_1} - \langle Q_{r_2}^{r_1} \rangle) \quad (3)$$

$J_2$  est constituée d'une partie  $J_1 \cdot Q_{r_2}^{r_1}$  correspondant à l'ajout des détails dans la CPC d'origine. La partie  $\alpha (Q_{r_2}^{r_1} - \langle Q_{r_2}^{r_1} \rangle)$  assure que  $J_2$  est à moyenne nulle. Nous ne discuterons pas ici de la sensibilité au paramètre  $\alpha$  de (3) qui s'avère assez

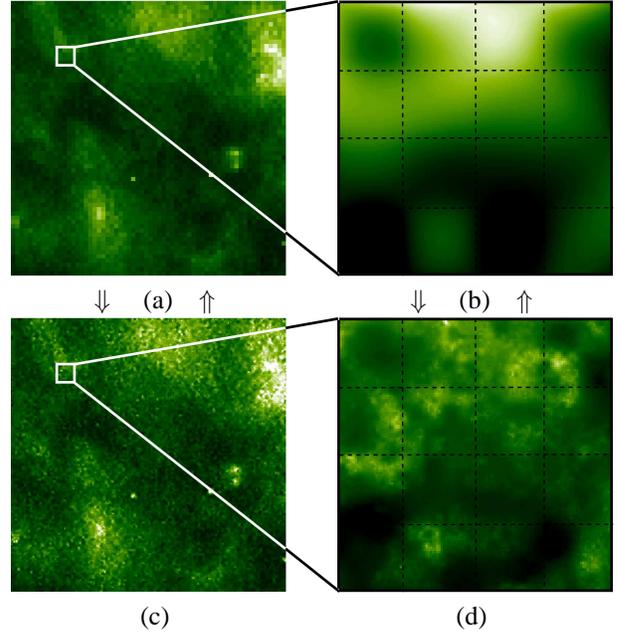


FIG. 2 – Illustration de notre procédure : (a) image initiale  $64 \times 64$  et (b) zoom dans l'image interpolée 'x32' contenue dans le carré blanc  $4 \times 4$ , (c) image augmentée 'x32' et (d) zoom dans le carré blanc. Les pointillés correspondent aux pixels d'origine.

peu sensible aux erreurs d'estimation. Cet ajout de détails ne touche essentiellement que les échelles entre  $r_1$  et  $r_2$ . Remarquons que chaque réalisation de  $Q_{r_2}^{r_1}$  conduira à une version différente de l'image agrandie : il s'agit d'une extrapolation aléatoire, elle n'est pas unique. On choisira un facteur d'agrandissement  $r_1/r_2$  aussi proche de 1 que possible. Pour des raisons pratiques évidentes, nous utilisons un agrandissement élémentaire 'x2' ( $\times 32 = (\times 2)^5$ ). Par pseudo-intégration fractionnaire, nous obtenons  $K_2 = I_0 + \mathcal{I}_H \{ J_2 \}$ . Une renormalisation locale de  $K_2$  donnera l'image  $I_2$  agrandie et augmentée. Cette renormalisation assure que la somme des pixels de  $I_2$  à l'intérieur d'un pixel de  $I_1$  correspond à l'intensité de ce pixel. L'image  $I_2$  obtenue sera à la fois statistiquement et physiquement cohérente avec l'image initiale  $I_1$ .

Nous pouvons remarquer que  $Q_{r_2}^{r_1}$  peut être remplacée par un bruit blanc log-normal compris entre les échelles  $r_1$  et  $r_2$ . Dans ce cas-là, seules les statistiques de l'ordre 2 (spectre de Fourier moyenné) sont correctement étendues aux plus hautes fréquences et l'image agrandie a un aspect trop bruité. Même si la cohérence physique est assurée par l'étape de conservation, la cohérence statistique de l'image agrandie n'est pas respectée aux ordres supérieurs.

## 4 Application aux images de Soleil calme

Les images étudiées ici sont des blocs  $64 \times 64$  au sein du carré central  $256 \times 256$  d'une image  $1024 \times 1024$  de EIT. Ces

blocs sont agrandis  $\times 32$  en cinq pas élémentaires  $\times 2$  créant ainsi des images  $2048 \times 2048$ , voir fig. 2. Les images augmentées correspondent alors à une résolution d'environ 56km au lieu de 1800km. Les figures 2 (c)&(d) compare une simple interpolation qui lisse l'image et notre méthode qui ajoute des détails à petite échelle en utilisant les paramètres estimés lors de l'analyse préalable [3]. Comparées à d'autres méthodes d'agrandissement, nos images extrapolées ne semblent pas bruitées ni affectées par des artefacts et les détails ajoutés semblent cohérents. Cette cohérence physique a été confirmée par la comparaison entre un zoom arrière de l'image agrandie et l'image d'origine. La différence entre les deux images est négligeable. Cet ajout d'énergie à petite échelle ne modifie pas le contenu fréquentiel à basse fréquence d'origine. On observe le prolongement vers les hautes fréquences du spectre en loi de puissance de l'image d'origine, voir fig. 3(a). Ce prolongement de l'invariance d'échelle aux échelles inférieures à la taille du pixel initial se traduit plus précisément par un prolongement des propriétés de multiscaling caractérisées par les exposants  $\zeta(q) = qH + \tau(q)$  (non illustré ici). Ces deux analyses (spectre de Fourier moyenné et exposants multifractals) prouvent que les détails ajoutés par notre méthode sont statistiquement cohérents et que nous avons bien préservé et extrapolé les propriétés d'invariance d'échelle d'origine. La figure 3(b) représente les histogrammes normalisés de l'image d'origine et de leurs versions agrandies de  $\times 2$  à  $\times 32$ . Les courbes sont artificiellement décalées pour plus de lisibilité; elles se superposeraient parfaitement sinon. Ceci montre une nouvelle fois que les détails ajoutés par notre méthode sont physiquement cohérents. Tout se passe comme si les fluctuations ajoutées lors de l'agrandissement avaient conduit à une extrapolation de l'histogramme de l'image initiale. Cette extrapolation, conséquence indirecte de la procédure d'agrandissement, a lieu aussi bien vers les faibles intensités proches de 0 que vers les grandes. Cet étalement de l'histogramme était prévisible au vue de la nature multifractale, donc intermittente, des fluctuations ajoutées. Il faut noter qu'un grand nombre de réalisations d'agrandissement de la même image ont permis d'estimer ces histogrammes. Précisons néanmoins que l'étalement des histogrammes est aussi partiellement dû à un effet statistique : plus le nombre de réalisations est important, plus la probabilité de balayer des valeurs de pixels très faibles ou très grandes augmente.

## 5 Conclusion

Nous proposons une méthode d'amélioration de résolution d'images grâce à une augmentation d'information (non unique) reposant sur un modèle de cascade multiplicative. Cette procédure ajoute des détails aléatoires à l'intérieur des pixels initiaux de façon statistiquement (invariance d'échelle) et physiquement (conservation de l'image à la résolution initiale) cohérente. Cette extrapolation nous permet de proposer une prédiction de l'aspect des images d'une future mission d'observation du Soleil à haute résolution. Au delà du résultat visuel, nous

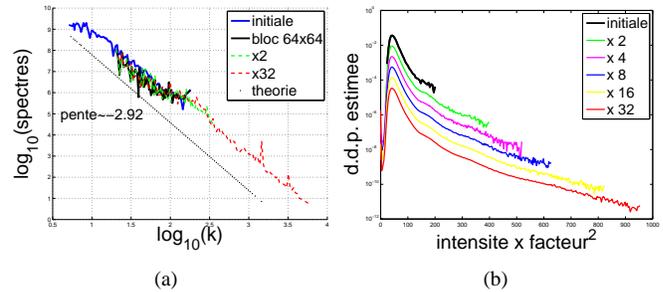


FIG. 3 – Spectres de Fourier (a) et histogrammes (b) des images agrandies.

accédons à des prédictions quantitatives. Avec un spectre en loi de puissance, les fréquences les plus élevées ont de moins en moins d'énergie. Les détails ajoutés ont de moins en moins d'énergie et les zones de forte intensité sont de plus en plus rares mais de plus en plus concentrées. Au fur et à mesure que la résolution s'améliore, les détails ajoutés à l'intérieur d'un pixel d'origine ne se répartissent pas de façon uniforme. Cette répartition plutôt intermittente est aussi à prendre en compte lors de l'évaluation de la qualité des images extrapolées. Les histogrammes peuvent être utilisés pour estimer la quantité de pixels dont l'intensité est supérieure à un certain seuil. Ils peuvent aussi nous renseigner sur les rapports de signal sur bruit des futures images. Ce travail est en cours.

## Références

- [1] M.F. Barnsley, *Fractals Everywhere*, Academic Press, 1988.
- [2] P. Chainais, "Infinitely divisible cascades to model the statistics of natural images," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 29, no. 12, pp. 2105–2119, 2007.
- [3] V. Delouille, P. Chainais, and J.-F. Hochedez, "Quantifying and containing the curse of high resolution coronal imaging," *Annales Geophysicae*, vol. 26, no. 10, pp. 3169–3184, 2008.
- [4] D.S. Ebert, F.K. Musgrave, D. Peachey, K. Perlin, and S. Worley, *Texturing and Modeling : a procedural approach*, Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2002.
- [5] P. Legrand, and J. Lévy Véhel, "Hölderian regularity-based image interpolation," *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing.*, 2006.
- [6] A. Srivastava, A.B. Lee, E.P. Simoncelli, and S-C. Zhu, "On advances in statistical modeling of natural images," *Jour. of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 18, pp. 17–33, 2003.
- [7] M. Unser, A. Aldroubi, and M. Eden, "Enlargement or reduction of digital images with minimum loss of information," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 4, no. 3, pp. 247–258, 1995.