

Un nouvel outil d'analyse temps-fréquence basé sur un moyennage à recalage de phase

Meryem JABLOUN¹, Jean-Marc VESIN¹

École Polytechnique Fédérale de Lausanne EPFL, Laboratoire de Traitement des signaux LTS1, Lausanne, 1015 CH, Suisse.

meryem.jabloun@epfl.ch, jean-marc.vesin@epfl.ch

Résumé – Les travaux présentés portent sur l'analyse temps-fréquence des signaux non-stationnaires, en particulier noyés dans du bruit impulsif. Dans ce cadre, nous proposons d'étendre l'analyse spectrale utilisant la méthode '*Phase-Rectified Signal Averaging*' (PRSA), dont le principe, très simple, est basé sur un recalage de phase et un moyennage, à l'analyse temps-fréquence. L'intérêt de la PRSA, comparée à une analyse de Fourier classique, réside dans sa capacité à mieux faire ressortir les composantes quasi-périodiques présentes dans un signal non-stationnaire, entaché d'artefacts et noyé dans du bruit impulsif. Par analogie avec la définition du spectrogramme à partir de la transformée de Fourier à court terme, l'application de la PRSA sur une fenêtre temporelle glissante permet de définir une nouvelle représentation temps-fréquence. Cette dernière hérite d'une part des propriétés de la PRSA et permet d'autre part de suivre l'évolution temporelle du contenu fréquentiel du signal, tout en réduisant considérablement le bruit impulsif. Ceci améliore la compréhension du plan temps-fréquence en comparaison avec les RTF classiques tels que le spectrogramme et la distribution de Wigner-Ville.

Abstract – Phase rectified signal averaging (PRSA) is a recently introduced technique which outperforms the classical Fourier analysis when applied to nonstationary signals corrupted by impulsive noise. Indeed, the PRSA helps enhance existing quasi-periodic components in nonstationary signals while artifacts, intermittent components and high level noise are canceled. Thus the frequency estimation is improved. In this paper, we introduce a new time-frequency representation which is obtained by applying the PRSA to sliding windows along the signal. This new representation keeps the advantages of the PRSA and displays the time evolution of significant frequency components. The comparison with classical time-frequency representations, such as the spectrogram and the Smoothed Pseudo-Wigner-Ville (SPWV) distribution, illustrates the potential of this new time frequency representation to better reduce the noise level and to make the interpretation of the time-frequency features of the signal easier.

1 Introduction

L'analyse des signaux non-stationnaires nécessite des outils spécifiques permettant de décrire l'évolution temporelle des caractéristiques fréquentielles du signal. Parmi les outils d'analyse non paramétrique qui ont été proposés, figurent les représentations temps-fréquence (RTF) bilinéaires et covariantes par translation dans le plan temps-fréquence [3, 4], le plus souvent regroupées sous le terme de classe de Cohen. En dehors de la limitation de la résolution temps-fréquence induite par l'incertitude de Heisenberg-Gabor, ces RTF peuvent s'avérer insuffisantes en présence de bruit impulsif ou/et des croisements de trajectoires fréquentielles.

Pour compléter l'analyse fournie par ces RTF, nous proposons, dans cette contribution, un nouvel outil basé sur la méthode *Phase-Rectified Signal Averaging* (PRSA), une technique récemment introduite dans [1] et dont le principe est très simple. L'intérêt de la PRSA, comparée à une analyse de Fourier classique, réside dans sa capacité, d'une part, à mieux distinguer les composantes quasi-périodiques présentes dans un signal non-stationnaire, et d'autre part, à atténuer considérablement le niveau du bruit.

En analogie avec la définition du spectrogramme à partir de

la transformée de Fourier à court terme, nous obtenons une représentation temps-fréquence (RTF-PRSA) par l'application locale de la PRSA sur une fenêtre temporelle glissante. Cette RTF-PRSA hérite, d'une part, des avantages de la PRSA et permet, en même temps, le suivi temporel de l'évolution des trajectoires fréquentielles.

Dans la suite, nous rappelons le principe de la PRSA et nous introduisons la RTF-PRSA. L'aptitude de cette nouvelle RTF à décrire certains problèmes délicats, telles que l'apparition de trajectoires proches ou qui se croisent en présence du bruit impulsif, est illustrée sur des signaux simulés. Une application sur des signaux d'électro-encéphalogramme (EEG) est également fournie.

2 Représentation temps fréquence basée sur la PRSA

2.1 Présentation de la méthode PRSA

Le principe de la PRSA est très simple et consiste en les étapes suivantes. D'abord, on localise et on extrait, à partir du signal étudié, un certain nombre de segments bien particuliers. Ces

segments sont symétriques par rapport à des ‘points d’ancrage’, des points du signal pour lesquels la phase instantanée du signal est proche de la valeur zéro. Les segments obtenus sont, ensuite, moyennés afin d’obtenir un nouveau signal qu’on nommera le ‘signal PRSA’. L’opération de moyennage permet de supprimer les artefacts et les composantes corrélées et non-périodiques de bruit dans le signal étudié.

La version la plus simple de la PRSA, introduite en [1] et appliquée à un signal discret y , se présente comme suit. Les points d’ancrage correspondant à une croissance de la valeur du signal y , c’est à dire les échantillons dont les instants n sont définis par :

$$y_n > y_{n-1}. \quad (1)$$

Supposons maintenant avoir localisé M points d’ancrage dans le signal et attribuons à ces points les indices $n_m, m = 1, \dots, M$. Prélevons, ensuite, des segments de longueur $2L + 1$, centrés sur ces points,

$$[y_{n_m-L}, y_{n_m-L+1}, \dots, y_{n_m}, \dots, y_{n_m+L-1}, y_{n_m+L}]. \quad (2)$$

En moyennant ces segments (2), nous construisons le ‘signal PRSA’, noté \tilde{y}_ℓ et défini par :

$$\tilde{y}_\ell = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M y_{n_m+\ell}, \quad \text{pour } \ell = -L, -L+1, \dots, L. \quad (3)$$

La transformée de Fourier discrète (TFD) du ‘signal PRSA’ (3) est noté \tilde{Y}_q ,

$$\tilde{Y}_q = \sum_{\ell=0}^{2L} \tilde{y}_{\ell-L} e^{-j2\pi \frac{q}{Q} \ell}, \quad \text{pour } q = 0, 1, \dots, Q-1, \quad (4)$$

où $\frac{q}{Q}$ et Q désignent la fréquence discrète et la taille de la TFD, respectivement. Les étapes incluses dans la PRSA sont illustrées sur la figure 1.

Afin d’illustrer l’intérêt de la PRSA, par rapport à une analyse classique de Fourier, nous avons simulé un signal composé de la somme de deux sinusoïdes à la fréquence 0.23 Hz et 0.29 Hz, la fréquence d’échantillonnage F_e étant de 1 Hz. Ce signal est contaminé, d’une part, par un bruit impulsionnel n_{Imp} , et d’autre part, par la présence de deux composantes intermittentes modulées en fréquence:

$$y_n = \sin(2\pi 0.23n) + \sin(2\pi 0.29n) + 15 \sin(2\pi(0.02n^2 + 0.01n)) \mathbb{I}_{[50,100]} + 2 \sin(2\pi 0.001n^2) \mathbb{I}_{[800,840]} + n_{Imp}, \quad (5)$$

$\mathbb{I}_{[a,b]}$ est la fonction indicatrice de l’intervalle temporel $[a, b]$. Le résultat obtenu est illustré sur la Fig.2.

Bien que le signal soit entaché de bruit et d’artefacts et que les composantes quasi-périodiques soient masquées dans le spectre classique, ces dernières apparaissent clairement en utilisant \tilde{Y}_q (4), i.e. la méthode PRSA. En effet, sur la Fig.2, on peut mieux constater la présence de la raie à la fréquence 0.29 Hz avec la méthode PRSA.

D’autres exemples illustrant le potentiel de la PRSA appliquée à des signaux biomédicaux sont fournis dans [2, 5].

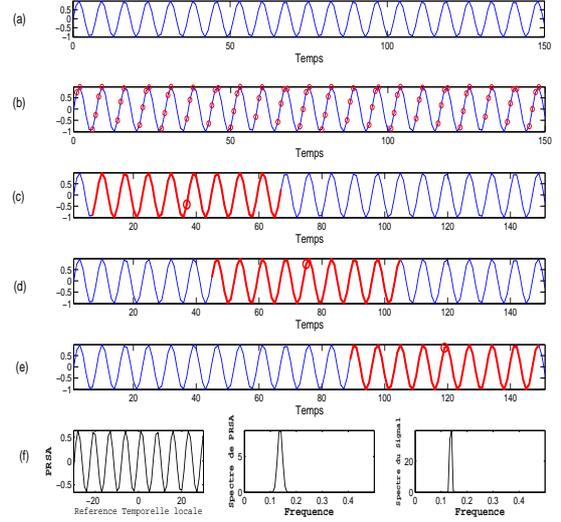


Figure 1: Principe de la PRSA : (a) signal $y_n = \sin(2\pi 0.14n)$, (b) points d’ancrage, (c)-(e) Segments de longueur $2L + 1 = 61$ centrés sur les points d’ancrage, (f) (Gauche) ‘signal PRSA’ \tilde{y}_ℓ (3), (Centre) spectre du ‘signal PRSA’ $|\tilde{Y}_q|^2$ (4) et (Droite) spectre du signal étudié.

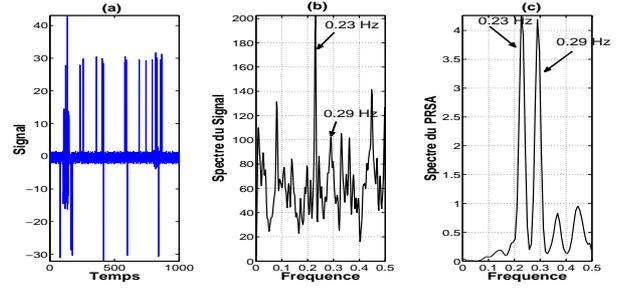


Figure 2: Mise en évidence, par l’application de la PRSA, de la présence de composantes quasi-périodiques dans un signal entaché d’artefacts et de bruit impulsionnel : (a) signal étudié (5), (b) spectre du signal (périodogramme modifié) et (c) spectre de la PRSA $|\tilde{Y}_q|^2$.

2.2 Représentation temps-fréquence basée sur la PRSA

Sur la base des constatations de l’intérêt de la PRSA, nous définissons, en l’appliquant sur une fenêtre glissante, une RTF-PRSA afin de mieux suivre les variations fréquentielles dans le plan temps-fréquence. Nous procédons par analogie avec le spectrogramme et l’analyse de Fourier à court terme.

Considérons, pour ce faire, un signal $\{x_k\}_{k=0, \dots, K-1}$, K étant le nombre total d’échantillons.

Soit, $\{x_{k-K_w+1}, x_{k-K_w+2}, \dots, x_k\}$, une séquence locale prélevée à partir du signal en utilisant une fenêtre de longueur K_w . Pour des soucis de clarté, nommons cette séquence localement y :

$$y_n = x_{k-K_w+n} \quad \text{pour } n = 1, 2, \dots, K_w. \quad (6)$$

Notons ensuite par $\tilde{x}_{k,\ell}$ le ‘signal PRSA’ (relatif à cette séquence) et $\tilde{X}_{k,q}$ sa transformée de Fourier discrète, définis respectivement par (3) et (4) :

$$\tilde{x}_{k,\ell} = \tilde{y}_\ell \quad \text{pour } \ell = -L, -L+1, \dots, L, \quad (7)$$

$$\tilde{X}_{k,q} = \tilde{Y}_q \quad \text{pour } q = 0, 1, \dots, Q-1. \quad (8)$$

En itérant la procédure pour $k = K_w, \dots, K-1$, une représentation temps-fréquence décrivant l’évolution temporelle du signal est obtenue :

$$\begin{array}{ccc} \text{Temps } \mathbf{x} & \text{Fréquence} & \longrightarrow \text{RTF-PRSA} \\ (k, q) & & \longmapsto \left| \tilde{X}_{k,q} \right|^2. \end{array} \quad (9)$$

3 Comparaison avec des représentations temps-fréquence classiques

Dans cette partie sont présentés deux exemples illustrant le potentiel de la RTF-PRSA en comparaison avec des RTF classiques. Dans le premier exemple, le signal simulé est composé de la somme de deux sinusoïdes ayant des fréquences constantes proches (l’écart entre ces deux fréquences est $\Delta f = 0.01 * Fe$, où $Fe = 500$ Hz). Dans le deuxième exemple, le signal simulé est formé par la somme de deux composantes modulés non linéairement en fréquence. Dans les deux exemples, les composantes du signal ne sont pas présentes sur les mêmes intervalles de temps et elles sont noyées dans du bruit additif gaussien en présence d’un bruit impulsionnel.

La distribution pseudo Wigner Ville lissée, le spectrogramme classique, le spectrogramme réalloué et la RTF-PRSA du premier et second exemples sont représentés sur les Fig.3 (a)-(e), Fig.3 (b)-(f), Fig.3 (c)-(g) et Fig.3 (d)-(h) respectivement. Pour des soucis de comparaison, la même dynamique de 20 dB est considérée.

Comparée aux RTF classiques (distribution pseudo Wigner Ville lissée et le spectrogramme classique et réalloué), la RTF-PRSA permet de mieux distinguer les deux composantes du signal et d’atténuer considérablement le niveau du bruit, et en particulier le bruit impulsionnel. Le croisement de trajectoires fréquentielles, présentes dans le second exemple, est mieux mis en évidence avec la RTF-PRSA. Nous soulignons, également, l’absence d’interférences dans la RTF-PRSA, ce qui témoigne du grand potentiel de la cette RTF à atténuer le bruit.

Toutefois, notons que de part de sa construction, la résolution temps-fréquence dans la RTF-PRSA dépend non seulement de la taille de la fenêtre d’analyse mais également de la longueur des segments centrés autour des ‘points d’ancrage’ et contribuant à la formation du ‘signal PRSA’.

4 Application à des signaux réels

Dans la suite, nous considérons deux signaux EEG (Fig.4(a) et (d)) enregistrés sur les électrodes pariétale Pz et pariéto-occipitale $PO5$ pendant un exercice de reconnaissance visuelle,

la fréquence d’échantillonnage étant 500 Hz. Les instants correspondant à l’apparition du stimulus sont indiqués par une ligne verticale. La RTF-PRSA est évaluée en utilisant une fenêtre glissante de 400 points et une taille de PRSA $L = 191$. Les figures 4(b) et (e) représentent les spectrogrammes évalués avec une fenêtre glissante de 400 Hz et une taille de DFT de 1024, tandis que les figures 4(c) et (f) illustrent les RTF-PRSA pour les deux signaux considérés.

En comparant les résultats obtenus, nous constatons qu’avec la RTF-PRSA, on distingue mieux l’apparition de deux trajectoires fréquentielles croissantes situées entre 40 Hz et 60 Hz juste après la présentation du stimulus. La distinction de ces deux trajectoires est moins évident avec le spectrogramme.

5 Conclusion

Cette communication introduit un nouvel outil d’analyse temps-fréquence qui vient compléter les RTF classiques. Cet outil, basé sur la méthode de PRSA, possède l’avantage de pouvoir rehausser les composantes quasi-périodiques, initialement masquées dans une analyse classique de Fourier, tout en réduisant le niveau du bruit. Son application sur des fenêtres glissantes permet de visualiser l’évolution temporelle des variations fréquentielles présentes dans le signal et de compléter les informations données par les RTFs classiques en présence de croisement de trajectoires fréquentielles et de bruit impulsionnel.

Nous envisageons, dans de prochains travaux, d’employer cet outil en pré-traitement pour la poursuite et la modélisation de composantes fréquentielles.

References

- [1] A. Bauer, J.W. Kantelhardt, A. Bunde, P. Barthel, R. Schneider, M. Malik et G. Shmidt. *Phase rectified signal averaging detects quasi-periodicities in non-stationary data*. Physica A, Vol 364, 2006, 423-434.
- [2] M. Lemay, Y. Prudat, V. Jacquemet et J.M Vesin *Phase-Rectified Signal Averaging Used to Estimate the Dominant Frequencies in ECG Signals During Atrial Fibrillation*. IEEE on Trans. on Biomed. Eng., 2008. TBME.2008.2001296.
- [3] P. Flandrin *Représentations temps-fréquence des signaux non-stationnaires*. Revue de Traitement du Signal, 1989, 89-101.
- [4] N. Martin, P. Flandrin, F Molinaro, T. Doligez, J.P. Ovarlez, C. Demars, F. Auger, C. Lambert-Nebout, J. Mars et O. Rioul. *Méthodes temps-fréquence*. Revue de Traitement du Signal, 1989, vol 9, 83-113.
- [5] M. Jabloun, J. Van Zaen, J.M. Vesin. *Time-Frequency Analysis Based on the Phase-Rectified Signal Averaging Method*. EUSIPCO 2009, Glasgow.

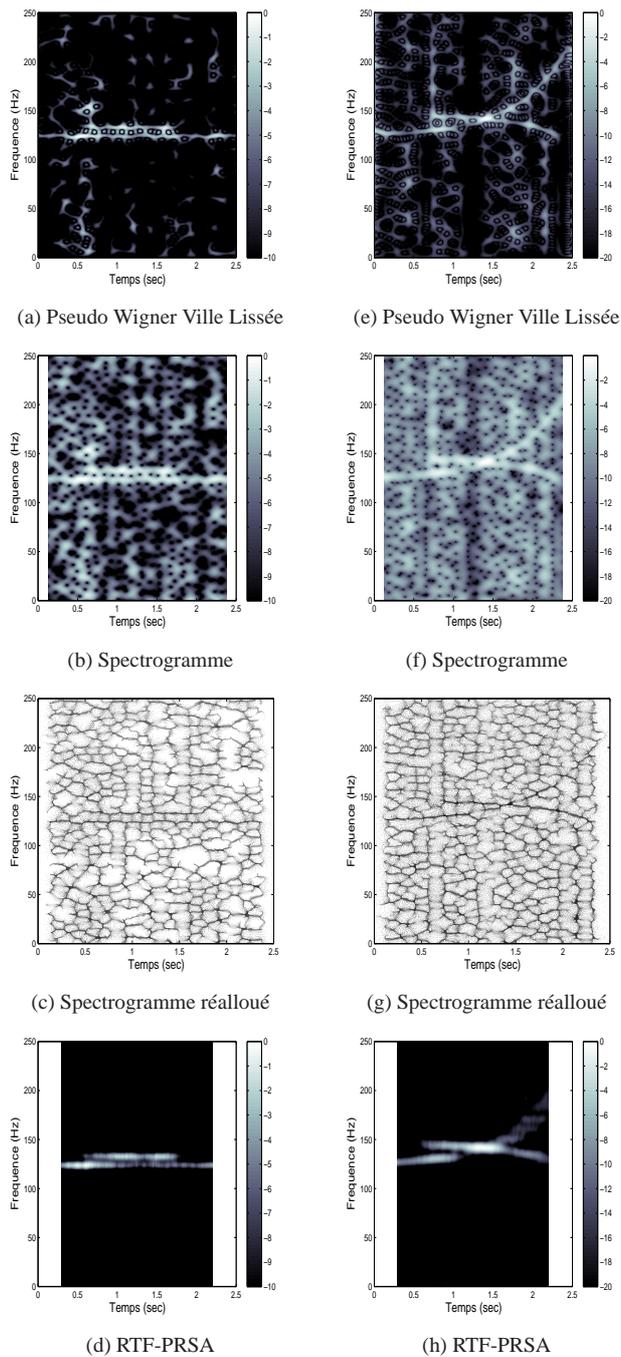


Figure 3: Comparaison entre des RTFs classiques et la RTF-PRSA, les RTFs sont en dB et la même dynamique est considérée pour toutes : (Colonne gauche) application sur un signal composé de la somme de deux sinusôides ayant des fréquences proches ($\Delta f = 0.01 * Fe$ avec $Fe = 500$ Hz), noyé dans du bruit additif gaussien et en présence du bruit impulsif. Les deux sinusôides ne sont pas présentes sur les mêmes intervalles temporels. (Colonne droite) application sur un signal formé par la somme de deux composantes modulées non linéairement en fréquence, noyé dans un bruit additif gaussien et en présence de bruit impulsif. Les trajectoires fréquentielles se croisent et ne sont pas présentes sur les mêmes intervalles de temps. $Fe = 500Hz$

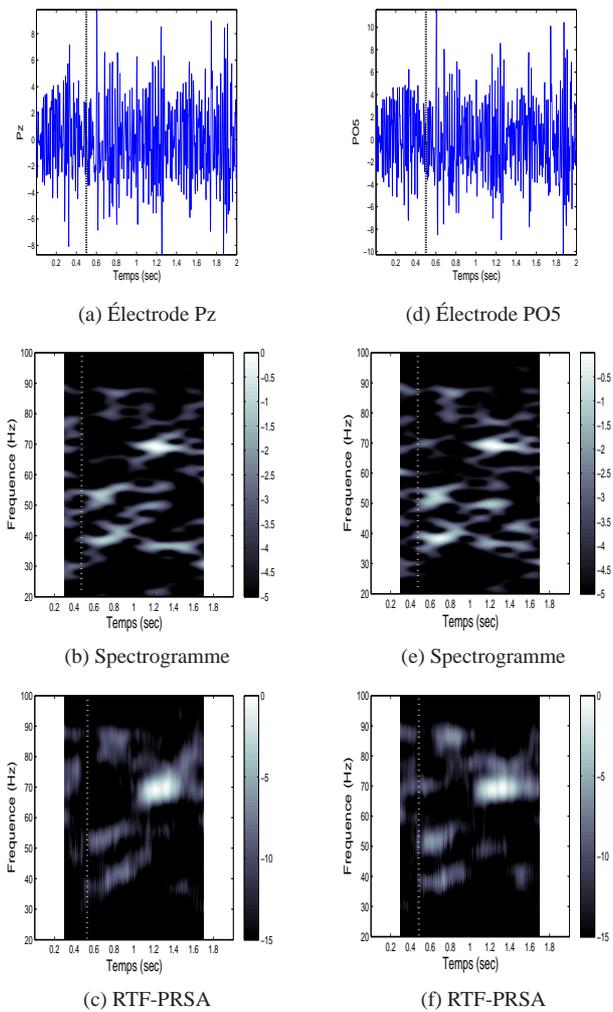


Figure 4: Comparaison entre le spectrogramme et la RTF-PRSA : Application sur deux signaux EEG enregistrés sur les électrodes Pariétale Pz et Pariéto-occipitale PO5.