

# Reconstruction de structures arborescentes par chemins minimaux et bande déformable

Julien MILLE, Laurent D. COHEN

CEREMADE, UMR CNRS 7534, Université Paris Dauphine  
Place du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75775 Paris Cedex, France  
{mille, cohen}@ceremade.dauphine.fr

**Résumé** – Le modèle proposé est dédié à la segmentation et à la reconstruction de structures arborescentes, telles que les réseaux vasculaires. Il repose sur une représentation explicite d’arbre déformable, dans lequel les relations topologiques entre segments sont modélisées. Cela facilite les interactions *a posteriori* et l’analyse quantitative, comme la mesure de la longueur ou du diamètre des vaisseaux. A partir d’un unique point racine fourni par l’utilisateur, un arbre initial est construit à l’aide d’une technique reposant sur les chemins minimaux. Les axes centraux et les fonctions rayon des segments de l’arbre évoluent ensuite de manière à satisfaire un critère d’homogénéité.

**Abstract** – The proposed model is devoted to the segmentation and reconstruction of branching structures, like vascular trees. We rely on an explicit representation of a deformable tree, where topological relationships between segments are modeled. This allows easy posterior interactions and quantitative analysis, such as measuring diameters or lengths of vessels. Starting from a unique user-provided root point, an initial tree is built with a technique relying on minimal paths. Within the constructed tree, the central curve of each segment and an associated variable radius function evolve in order to satisfy a region homogeneity criterion.

## 1 Contexte

La reconstruction de structures arborescentes, en particulier en angiographie par résonance magnétique, scanner, ou en imagerie rétinienne, est un sujet majeur en analyse d’images médicales [1, 4, 6, 8]. Dans ce contexte, le principal problème consiste à extraire l’axe central et l’épaisseur des branches, qui sont des données pertinentes pour les études cliniques. Un algorithme de modélisation d’arbre doit être capable d’appréhender les difficultés inhérentes à ce type de structure, comme la variabilité importante de la longueur et de l’épaisseur des différents vaisseaux. Le lecteur souhaitant approfondir ses connaissances bibliographiques sur le sujet trouvera un état de l’art des techniques d’extraction de vaisseaux dans [7].

Parmi les nombreuses méthodes utilisées en reconstruction de structures arborescentes en imagerie médicale, peu d’approches modélisent explicitement l’arborescence et les relations topologiques entre les segments [1], que ce soit en 2D ou 3D. Les approches basés pixels, utilisant un indice de tubularité reposant sur la structure hessienne de l’image [5], ne fournissent pas directement de représentation topologique et géométrique des vaisseaux. Par ailleurs, lorsqu’il est réalisé, le suivi des vaisseaux est le plus souvent séquentiel [4, 8] et des mécanismes de prise de décision quant aux bifurcations doivent être implémentés. De plus, les relations topologiques entre segments ne sont pas systématiquement modélisées.

Nous proposons un modèle d’arborescence déformable<sup>1</sup>, initialisé à l’aide d’une technique basée sur les chemins minimaux [3]. Notre modèle n’est pas sans lien avec les travaux décrits dans [6, 9], dans la mesure où les géodésiques interviennent dans la définition des axes centraux. Cependant, il s’en démarque grâce à une construction de l’arbre initial par rétro-propagation, en partant des extrémités pour atteindre le point racine. Nous exploitons la notion de vote géodésique [11], qui se révèle être un indice pertinent sur l’importance des vaisseaux. A chaque segment est associée une bande déformable [10] évoluant par méthode variationnelle, de manière à minimiser un terme d’homogénéité [2]. Nous présentons un algorithme d’évolution portant sur l’arbre dans son ensemble, basé sur des sélections et déformations successives de séquences de segments. Nous présentons enfin des résultats obtenus sur des angiographies 2D.

## 2 Chemins et votes géodésiques

La méthode des chemins minimaux [3] consiste à déterminer une courbe  $\mathcal{C}$  minimisant une fonctionnelle d’énergie. La courbe optimale est un chemin géodésique, qui minimise une longueur  $L$  dans un espace Riemannien muni d’une métrique :

$$L[\mathcal{C}] = \int_0^{|\mathcal{C}|} P(\mathcal{C}(s)) ds \quad (1)$$

1. Ces travaux ont été en partie financés par le projet ANR MESANGE ANR-08-BLAN-0198

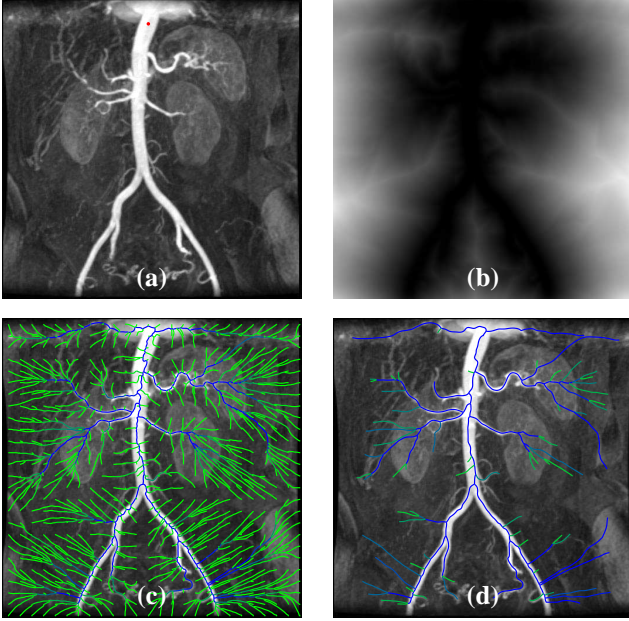


FIGURE 1 – Image initiale avec point racine (a), carte d’action (b), arborescence initiale (c), arborescence après seuillage sur le vote (d)

où  $s$  est l’abscisse curviligne. Un minimum global est déterminé pour une courbe ouverte, étant données deux extrémités fixes  $\mathbf{x}_0$  et  $\mathbf{x}_1$ . Le potentiel  $P$ , qui induit la métrique, doit être choisi en fonction de l’application visée. Dans notre cas, le chemin géodésique est utilisé pour décrire l’axe central d’un vaisseau, et doit donc être d’intensité homogène. En prenant comme référence l’intensité en  $\mathbf{x}_0$ , nous choisissons :

$$P(\mathbf{x}) = w + (I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x}_0))^2 \quad (2)$$

où  $I$  est l’intensité et  $w$  une constante de régularisation. La carte d’action  $U_0$  d’origine  $\mathbf{x}_0$ , qui correspond à la distance minimale des chemins partant de  $\mathbf{x}_0$  et se terminant en chaque point de l’image (figure 1b), est calculée par la technique du Fast Marching [12]. Le chemin géodésique  $\Gamma$  reliant  $\mathbf{x}_0$  à  $\mathbf{x}_1$  est ensuite construit par descente de gradient de la carte d’action, en prenant comme point de départ  $\mathbf{x}_1$  :  $\partial_u \Gamma(u) = -\nabla U_0(\Gamma(u))$ .

Le vote géodésique introduit dans [11] est lié à la notion de densité des chemins. Étant donnée la carte d’action propagée à partir d’une ou plusieurs origine(s), la densité géodésique en un point est le nombre de chemins géodésiques passant par ce point. Lorsque de nombreuses géodésiques sont extraites, en partant par exemple des bords de l’image, elles ont tendance à fusionner en certains points de jonction et cumuler leur densité. De cette manière, la densité géodésique et ses variations donnent une certaine connaissance sur la structure recherchée.

### 3 Construction de l’arbre initial

Pour construire l’arbre initial, de nombreux chemins géodésiques sont extraits. Une fois la carte d’action propagée

à partir du point racine  $\mathbf{x}_{\text{root}}$  (cf fig. 1a et 1b), une descente de gradient est réalisée à partir de points échantillonnés sur une grille régulière. À ce stade, nous partons du principe que la résolution  $h$  de la grille est suffisamment fine pour que toutes les branches soient couvertes, au moins en partie, par un chemin. Une construction de l’arbre par rétro-propagation de l’action implique de détecter les points d’intersection entre géodésiques. Les rétro-propagations ne peuvent donc pas être réalisées indépendamment. Ainsi, à chaque itération de descente de gradient, nous vérifions la présence d’un chemin construit auparavant. De cette manière, les portions de chemins entre deux points de jonction (ou entre un point de jonction et une extrémité) deviennent des segments d’arbre, ce qui garantit une structure acyclique.

Sans traitement supplémentaire, on notera que de nombreux segments sont créés alors qu’ils ne sont pas situés sur la structure d’intérêt. Le vote géodésique évoqué en section 2 nous permet d’évaluer la vraisemblance des segments. Les chemins se cumulent lors des descentes de gradient de l’action. Intuitivement, le vote d’un segment est égal à la somme des votes géodésiques de ses segments fils, tandis qu’un segment terminal a un vote unitaire. En partant du principe que les segments les plus significatifs ont un vote élevé, une première élimination des segments peut être réalisée. La figure 1c représente l’arbre initial tandis que la figure 1d représente l’arbre après suppression des segments dont le vote géodésique est inférieur au seuil  $s_{\text{vote}} = 3$  (l’échelle de couleur allant du vert au bleu correspond à un vote croissant). Comme il sera justifié en section 5, les faux segments restant après le seuillage n’ont pas d’influence néfaste sur la segmentation finale.

### 4 Modèle de bande déformable

Le modèle de bande déformable développé dans [10], qui combine les aspects des contours actifs basés région et des chemins minimaux, est dédié à la segmentation de structures tubulaires. Il présente l’intérêt de contraindre la segmentation par construction et non pas par adjonction de termes d’*a priori* dans un modèle général. La bande, ou cylindre généralisé 2D, est définie par une courbe ouverte  $\Gamma$ , qui joue le rôle d’axe médian, et d’une fonction rayon  $\mathcal{R}$ , dont le domaine de définition est identique à celui de la courbe (cf figure 2). La région intérieure  $R_{in}$  est délimitée par les courbes  $\Gamma_{[\mathcal{R}]}$  et  $\Gamma_{[-\mathcal{R}]}$ , construites par translation de  $\Gamma$  dans la direction normale :

$$\begin{aligned} \Gamma_{[\mathcal{R}]}(s) &= \Gamma(s) + \mathcal{R}(s)\mathbf{n}(s) \\ \Gamma_{[-\mathcal{R}]}(s) &= \Gamma(s) - \mathcal{R}(s)\mathbf{n}(s) \end{aligned} \quad (3)$$

La courbe et la fonction rayon évoluent de façon à minimiser une fonctionnelle d’énergie  $E[\Gamma, \mathcal{R}]$ , somme pondérée d’un terme de régularisation classique et d’un terme d’attache aux données :

$$E[\Gamma, \mathcal{R}] = \omega E_{\text{smooth}}[\Gamma, \mathcal{R}] + (1 - \omega) E_{\text{data}}[\Gamma, \mathcal{R}] \quad (4)$$

Le poids  $\omega$  contrôle l’élasticité de la bande. Par le calcul des variations, on démontre que la bande engendrant un ex-

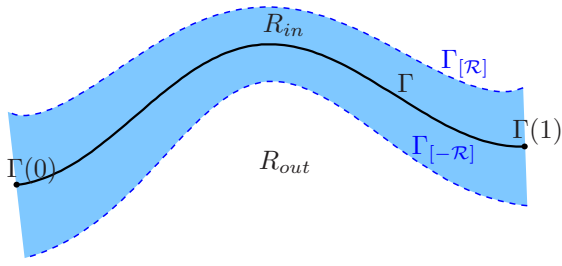


FIGURE 2 – Bande déformable définie par une courbe centrale et une fonction rayon

tremum local de l'énergie vérifie deux équations d'Euler-Lagrange couplées, selon lesquelles les dérivées variationnelles de l'énergie s'annulent :

$$\frac{\delta E[\Gamma, \mathcal{R}]}{\delta \Gamma} = \mathbf{0} \quad \text{and} \quad \frac{\delta E[\Gamma, \mathcal{R}]}{\delta \mathcal{R}} = 0 \quad (5)$$

Le terme de régularisation  $E_{\text{smooth}}$  est exprimé en terme de longueur de courbe, qui induit un mouvement par courbure moyenne, et de dérivée première du rayon :

$$E_{\text{smooth}}[\Gamma, \mathcal{R}] = \int_0^1 \|\Gamma_s\| + \mathcal{R}_s^2 ds \quad (6)$$

Les structures à segmenter vérifient un critère d'homogénéité. Nous nous inspirons donc du principe de variance minimale, issu du modèle de Chan et Vese [2], pour formuler le terme d'attache aux données :

$$E_{\text{data}}[\Gamma, \mathcal{R}] = \int_{R_{in}} g_{in}(\mathbf{x}) dx + \int_{R_{out}} g_{out}(\mathbf{x}) dx \quad (7)$$

où les descripteurs de région  $g_{in}$  et  $g_{out}$  pénalisent l'hétérogénéité des intensités respectivement à l'intérieur et à l'extérieur de la bande. L'intégrale sur la bande  $R_{in}$  peut être exprimée explicitement en fonction de  $\Gamma$  et  $\mathcal{R}$ , en utilisant une transformation basée sur le théorème de Green. Cette transformation permet de calculer les variations de  $E_{\text{data}}$  en fonction de la courbe et du rayon. Nous obtenons :

$$\frac{\delta E_{\text{data}}}{\delta \Gamma} \approx \left[ (1 - \mathcal{R}\kappa)(g_{in}(\Gamma_{[B]}) - g_{out}(\Gamma_{[B]})) - (1 + \mathcal{R}\kappa)(g_{in}(\Gamma_{[-B]}) - g_{out}(\Gamma_{[-B]})) \right] \mathbf{n}$$

$$\frac{\delta E_{\text{data}}}{\delta \mathcal{R}} \approx (1 - \mathcal{R}\kappa)(g_{in}(\Gamma_{[B]}) - g_{out}(\Gamma_{[B]})) + (1 + \mathcal{R}\kappa)(g_{in}(\Gamma_{[-B]}) - g_{out}(\Gamma_{[-B]}))$$

Comme descripteurs de région, nous choisissons de manière classique les déviations  $g_{in}(\mathbf{x}) = (I(\mathbf{x}) - \mu_{\text{tree}})^2$  et  $g_{out}(\mathbf{x}) = (I(\mathbf{x}) - \mu_{\text{out}})^2$ , où  $\mu_{\text{tree}}$  et  $\mu_{\text{out}}$  sont les intensités moyennes à l'intérieur et à l'extérieur de l'arbre estimé à l'itération courante.

L'axe central de la bande est discrétisé en une ligne polygonale composée de sommets  $\mathbf{p}_i$  et de rayons associés  $\mathcal{R}_i$ . Les positions des sommets et les rayons correspondants sont mis à jour par descente de gradient des équations d'Euler-Lagrange :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i^{(t+1)} &= \mathbf{p}_i^{(t)} - \Delta t \frac{\delta E}{\delta \Gamma} \Big|_{\Gamma=\mathbf{p}_i} \\ \mathcal{R}_i^{(t+1)} &= \mathcal{R}_i^{(t)} - \Delta t \frac{\delta E}{\delta \mathcal{R}} \Big|_{\mathcal{R}=\mathcal{R}_i} \end{aligned} \quad (8)$$

Afin de maintenir une densité de sommets suffisante, la courbe est ré-échantillonnée après chaque étape de déformation, lorsque le schéma d'évolution à été appliqué sur tous les sommets. Dans sa forme originelle [10], le modèle de bande déformable admet des extrémités fixes. Dans le cas présent, l'extrémité libre de chaque segment terminal devient variable, et évolue ainsi selon le critère d'homogénéité (7). Ceci permet de rétracter les segments en dehors de la structure d'intérêt mais également de prolonger les segments incomplets. La force suivante est ajoutée au déplacement des extrémités libres :

$$\mathbf{f}_{\text{data}}(\mathbf{p}_i) = [g_{out}(\mathbf{p}_i + \mathcal{R}_i \mathbf{t}_i) - g_{in}(\mathbf{p}_i + \mathcal{R}_i \mathbf{t}_i)] \mathbf{t}_i \quad (9)$$

où  $\mathbf{t}_i$  est le vecteur tangent dirigé "vers l'avant" de la bande (dans la direction  $\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$  si l'on considère l'extrémité  $\mathbf{p}_1$ ).

## 5 Evolution de l'arborescence

Une structure hiérarchique de bandes, que nous appelons arborescence déformable, est construite en associant une bande déformable à chaque segment (dont la génération est expliquée en section 2). Cela donne lieu à une représentation discontinue, qui sera lissée par la suite. L'arborescence évolue selon le schéma itératif suivant :

- Sélection du chemin (séquence connexe de segments), de longueur maximal, dont le segment terminal n'est pas stabilisé. Ce chemin est marqué comme étant actif.
- Evolution du chemin actif par descente de gradient de l'énergie (sur les courbes centrales et les rayons)
- Suppression des segments non significatifs (seuillage sur la longueur et sur le pourcentage de bande incluse dans une bande mère)

La reconstruction des parois est rendue continue et raffinée *a posteriori* par construction d'un contour actif basé région. Il s'agit d'une implémentation explicite du modèle de Chan et Vese [2] garantissant une topologie fixe et cohérente avec la structure arborescente (figure 3). Le contour  $\mathcal{C}$  est construit en parcourant l'arborescence en profondeur (chaque segment est visité en aller-retour). Afin de maintenir la géométrie tubulaire, en plus des termes de région et de régularité usuels, nous incorporons dans la fonctionnelle une énergie liant les points de  $\mathcal{C}$  à l'axe médian de l'arborescence :

$$E_{\text{tubular}}[\mathcal{C}] = \int_0^1 (1 - \langle \mathcal{C}(v) - \Gamma(u), \pm \mathbf{n}(u) \rangle)^2 dv$$

où  $\Gamma(u)$  est le point de l'arborescence auquel  $\mathcal{C}(v)$  est associé. Le signe appliqué à la normale dépend du point utilisé auparavant pour créer  $\mathcal{C}(v)$  (soit  $\Gamma(u) + \mathcal{R}(u)\mathbf{n}(u)$ , soit  $\Gamma(u) - \mathcal{R}(u)\mathbf{n}(u)$ ).

## 6 Résultats

Le modèle est testé sur une base d'angiographies par résonance magnétique 2D. Pour chaque image, la racine est placée manuellement de manière cohérente avec les données.

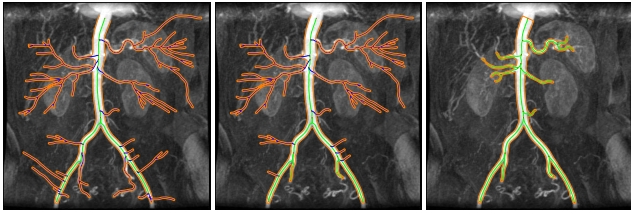


FIGURE 3 – Etapes intermédiaires (gauche, centre) et finales (droite) de l'évolution de l'arborescence. Les couleurs correspondent aux segments **non-traités** et **stabilisés**

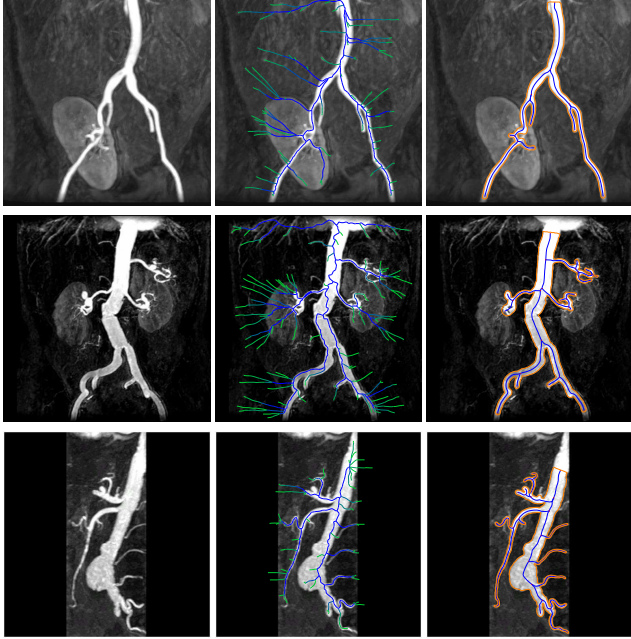


FIGURE 4 – Images initiales (gauche), arbres après seuillage sur le vote (centre), arbres finaux (droite)

La taille moyenne est de  $512 \times 512$ . La résolution de la grille  $h$  est de 10 pixels, ce qui se révèle suffisant pour couvrir au moins partiellement tous les segments. Le seuil  $s_{\text{vote}}$  est choisi de manière à ne pas supprimer de segments significatifs ( $\approx 3$ ). En ce qui concerne la suppression des segments partiellement recouverts, nous choisissons un seuil égal à 75%. Le rayon initial  $\mathcal{R}^{(0)}$  est de 4 pixels. Le paramètre de régularisation  $\omega$  prend ses valeurs entre 0.4 et 0.7, ce qui génère un lissage suffisant pour l'ensemble des données. Avec une implémentation en C++ sur un processeur Intel Core 2 Duo 2.2GHz PC (4Go RAM), les temps de calcul sont les suivants : 0.9s pour la construction de l'arbre initial et le seuillage,  $\approx 6$ s pour l'évolution de l'arbre et 0.25s pour la construction et l'évolution du contour continu de l'arborescence .

A ce jour, l'évaluation est uniquement visuelle, mais les résultats semblent prometteurs. Afin de garder une approche critique sur notre méthode, nous observons que le critère d'homogénéité global tend à supprimer les vaisseaux fins, qui apparaissent plus sombre que les vaisseaux épais. La sensibilité à ces vaisseaux pourraient être accrue en localisant le critère région. Par ailleurs, le positionnement des intersections peut être amélioré.

## 7 Conclusion

Nous avons présenté un modèle d'arbre déformable pour l'extraction de structures présentant des embranchements. Une méthode basée sur un seuillage du vote géodésique est appliquée pour la suppression des segments non-significatifs. La déformation de l'arbre dans son ensemble est effectuée par minimisation d'un critère région formulé sur les bandes. La méthode d'évolution mise en œuvre permet de rétracter ou de prolonger les bandes terminales de manière à satisfaire le critère région. L'approche est testée sur des angiographies par résonance magnétique. Dans de futurs travaux, nous comptons valider la méthode sur une large base d'images et comparer quantitativement avec des segmentations manuelles. Nous envisageons de formuler un critère région basé sur un contraste local, autorisant les changements d'intensité le long des branches. Ceci présenterait un intérêt pour l'extraction des vaisseaux de faible épaisseur. La sélection des extrémités initiales est également à considérer, en étudiant certains indices différentiels calculés sur la carte d'action.

## Références

- [1] T. Bülow, C. Lorenz, and S. Renisch. A general framework for tree segmentation and reconstruction from medical volume data. In *MICCAI*, pages 533–540, Saint-Malo, France, 2004.
- [2] T. Chan and L. Vese. Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(2):266–277, 2001.
- [3] L. Cohen and R. Kimmel. Global minimum for active contour models : a minimal path approach. *International Journal of Computer Vision*, 24(1):57–78, 1997.
- [4] N. Flasque, M. Desvignes, J-M. Constans, and M. Revenu. Acquisition, segmentation and tracking of the cerebral vascular tree on 3D magnetic resonance angiography images. *Medical Image Analysis*, 5(3):173–183, 2001.
- [5] A. Frangi, W. Niessen, R. Hoogeveen, T. van Walsum, and M. Viergever. Model-based quantitation of 3D magnetic resonance angiographic images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(10):946–956, 1999.
- [6] M.A. Gültin and H. Tek. Robust vessel tree modeling. In *MICCAI*, pages 602–611, New York, USA, 2008.
- [7] C. Kirbas and F. Quek. A review of vessel extraction techniques and algorithms. *ACM Computing Surveys*, 36(2):81–121, 2004.
- [8] J. Lee, P. Beighley, E. Ritman, and N. Smith. Automatic segmentation of 3D micro-CT coronary vascular images. *Medical Image Analysis*, 11(6):630–647, 2007.
- [9] H. Li and A. Yezzi. Vessels as 4-D curves : global minimal 4-D paths to extract 3-D tubular surfaces and centerlines. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 26(9):1213–1223, 2007.
- [10] J. Mille, R. Boné, and L. Cohen. Region-based 2D deformable generalized cylinder for narrow structures segmentation. In *ECCV*, pages 392–404, Marseille, France, 2008.
- [11] Y. Rouchdy and L. Cohen. Image segmentation by geodesic voting : application to the extraction of tree structures from confocal microscope images. In *ICPR*, Tampa, Florida, USA, 2008.
- [12] J.A. Sethian. A fast marching level set method for monotonically advancing fronts. *Proceedings of the National Academy of Science*, 93(4):1591–1595, 1996.