

Fusion et inversion des signaux SAR pour obtenir une image super résolue

Ali MOHAMMAD-DJAFARI¹, Franck DAOUT² et Philippe FARGETTE³

¹Laboratoire de signaux et systèmes (L2S)
UMR 8506 du CNRS-SUPELEC-Univ Paris Sud 11, Gif-sur-Yvette, France

²Laboratoire SATIE, UMR 8029, ENS Cachan, France

³DEMR, ONERA, Palaiseau, France

djafari@lss.supelec.fr, fdaout@u-paris10.fr, philippe.fargette@onera.fr

Résumé – Les signaux SAR (Synthetic Aperture Radar) obtenus à partir d’un seul émetteur et d’un seul récepteur donnent des informations dans le domaine de Fourier de l’objet visé sur un segment de droite dont la longueur dépend de la bande passante des ondes émises. Le problème de reconstruction d’une image de la scène devient alors un problème inverse de synthèse de Fourier. Lorsqu’il y a plus d’un émetteur ou de récepteur, le problème devient fusion et inversion. Dans ce travail, nous proposons une approche d’estimation bayésienne pour reconstruire une image haute résolution en effectuant d’une manière cohérente et simultanée la fusion de données et l’inversion. Nous avons appliqué la méthode proposée sur des données simulées et des données expérimentales obtenues par l’ONERA.

Abstract – The Synthetic Aperture Radar (SAR) data obtained from a single emitter and a single receiver gives information in the Fourier domain of the scene over a line segment whose width is related to the bandwidth of the emitted signal. The mathematical problem of image reconstruction in SAR then becomes a Fourier Synthesis (FS) inverse problem. When there are more than one emitter and/or receiver looking the same scene, the problem becomes fusion and inversion. In this paper we report on a Bayesian inversion framework to obtain a Super Resolution (SR) image doing jointly data fusion and inversion. We applied the proposed method on some synthetic data to compare its performances to other classical methods and on experimental data obtained at ONERA.

1 Introduction

Dans le cas d’un système Radar multicapteur, multifréquence, étalonné, le signal reçu $S(\nu, \Phi)$ par un récepteur s’exprime ainsi :

$$S(\nu, \Phi) = \iint f(x, y) \exp(-ju(\nu, \Phi)x - jv(\nu, \Phi)y) dx dy \quad (1)$$

où $u = k(\hat{L}_E(\Phi) + \hat{L}_R(\Phi)) \bullet \hat{x}$ et $v = k(\hat{L}_E(\Phi) + \hat{L}_R(\Phi)) \bullet \hat{y}$ sont les coordonnées de l’espace de Fourier $\mathbf{k} = (u, v)$, $k = \omega/c = 2\pi\nu/c$ est le nombre d’onde du signal émis et ν la fréquence du signal émis. La position de l’émetteur à l’instant Φ est donnée par le vecteur normalisé $\hat{L}_E(\Phi)$. La position du récepteur est indiquée par le vecteur normalisé $\hat{L}_R(\Phi)$.

L’expression (1) est établie avec l’hypothèse que la cible est décrite par un ensemble de points brillants :

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^N A_i \delta(x - x_i, y - y_i).$$

En regardant ces relations, on s’aperçoit que, pour une position donnée de l’émetteur et du récepteur, le signal reçu $S(\nu, \Phi)$ nous donne une connaissance de la TF 2D $F(u, v)$ de la scène $f(x, y)$ sur un segment de ligne droite dont la largeur est liée à la largeur de la bande du signal émis. Ainsi, en changeant soit la position de l’émetteur, soit celle du récepteur, on peut remplir le domaine de Fourier. Si ce remplissage était complet, alors

une méthode simple pour retrouver l’image de la cible $f(x, y)$ serait :

$$f(x, y) = \int \int S(\nu, \Phi) \exp(jux + jvy) du dv \quad (2)$$

Mais ce remplissage ne sera jamais complet et par conséquent, le problème mathématique de la synthèse de Fourier est un problème mal posé qu’il faut régulariser. Ainsi ce problème est celui de l’estimation d’une image $f(x, y)$ à partir d’une connaissance partielle de sa transformée de Fourier $F(u, v)$. On note par $M(u, v)$ une fonction de valeur binaire où $M(u, v) = 1$ sur l’ensemble de points où les données sont disponibles et $M(u, v) = 0$ ailleurs. La structure et la topologie de l’ensemble de ces points dépend, d’une part de la bande passante des signaux émis et d’autre part des positions relatives des émetteurs et des récepteurs par rapport à la cible. Elle caractérise la fonction système du radar. Un système multistatique est décrit par plusieurs fonctions système (une fonction par couple émetteur-récepteur).

Si nous pouvions avoir $M(u, v) = 1$ sur l’ensemble du domaine de Fourier alors une solution évidente est :

$$\hat{f}(x, y) = \text{IFT} \{G(u, v) M(u, v)\} = \text{IFT} \{G(u, v)\} \quad (3)$$

Mais nous savons que ceci n’est jamais le cas. La plupart

des méthodes classiques négligent ce point ou supposent que les données non observées sont nulles.

Par la suite, nous considérerons deux cas : le cas bistatique avec un émetteur et un récepteur et le cas multistatique où on a plus d'un émetteur et/ou plus d'un récepteur. La suite de ce papier est organisée de la manière suivante : D'abord, nous décrivons les modélisations directes pour chacun de ces deux cas. Ensuite, le problème de l'inversion est présenté sous l'angle de l'estimation bayésienne. Cette approche nous permet de proposer à la fois une méthode pour le premier cas mais aussi une méthode optimale de fusion et d'inversion pour le deuxième cas. Finalement, les performances des méthodes proposées sont illustrées en simulation et validées sur des données réelles mesurées par l'ONERA.

2 Modélisation directe

Cas d'un seul couple émetteur-récepteur (cas bistatique) :

Dans ce cas nous n'avons qu'une seule fonction radar :

$$f(x, y) \xrightarrow{\text{FT}} F(u, v) \longrightarrow \boxed{M(u, v)} \longrightarrow G(u, v)$$

Cas multistatique (plusieurs couples émetteur-récepteur) :

Dans le cas de deux systèmes SAR, nous avons deux jeux de données :

$$f(x, y) \xrightarrow{\text{FT}} F(u, v) \longrightarrow \begin{cases} \boxed{M_1(u, v)} \longrightarrow G_1(u, v) \\ \boxed{M_2(u, v)} \longrightarrow G_2(u, v) \end{cases}$$

3 Inversion

Sous réserve de la validité de ce modèle direct, le problème inverse devient celui de synthèse de Fourier. Plus précisément, étant données $G(u, v)$ et $M(u, v)$, de proposer une estimation $\hat{f}(x, y)$ à partir de laquelle, nous puissions calculer $\hat{G}(u, v)$ qui représente la prédiction des données de mesure dans le domaine de Fourier particulièrement aux endroits où nous n'avons pas d'observations.

Cas bistatique :

Le problème inverse dans le cas d'un seul couple émetteur-récepteur devient un problème de synthèse de Fourier :

$$G(u, v), M(u, v) \longrightarrow \boxed{\text{Inversion}} \longrightarrow \hat{f}(x, y) \longrightarrow \hat{G}(u, v)$$

La méthode d'inversion la plus élémentaire est alors la TF inverse. Si on représente l'objet f comme un point dans l'espace vectoriel \mathcal{F} (notée alors \mathbf{f}) et les données de mesure g par un point dans l'espace vectoriel \mathcal{G} (notée alors \mathbf{g}), le lien entre ces deux points se décrit par un opérateur de projection \mathcal{H} (ou une matrice \mathbf{H} dans le cas linéaire) que l'on peut écrire sous la forme de

$$g = \mathcal{H}f + \epsilon \quad \text{or} \quad \mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \epsilon \quad (4)$$

où ϵ représente les erreurs de modélisation et de mesure. L'opérateur \mathcal{H} dans ce modèle simplifié est l'opérateur de la TF et donc la matrice \mathbf{H} est une matrice de la TF 2D.

Si on représente par \mathcal{H}^t l'opérateur adjoint de \mathcal{H} , on peut alors facilement montrer que la méthode d'inversion par TF inverse correspond à $\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{H}^t \mathbf{g}$. Évidemment, dans le cas des données de mesures complètes dans le domaine de Fourier, on a $\mathbf{H}^t \mathbf{H} = \mathbf{I}$ et la solution obtenue par la TF inverse est parfaite. Dans le cas d'un système SAR opérationnel, le domaine de Fourier n'est pas complètement rempli et les données sont bruitées. Le fait que le domaine de Fourier ne soit pas rempli est la cause de la *non unicité* de la solution. Le problème est donc mal posé (condition de l'unicité de la solution) et nous avons donc besoin d'une information *a priori* pour obtenir une solution satisfaisante à ce problème. L'existence des erreurs de modélisation et de mesure nous conduit à la recherche d'une solution régularisée pour que le problème ne soit pas trop sensible aux erreurs de mesure.

Parmi les autres méthodes d'inversion classiques et simples, nous pouvons mentionner la méthode de Gerchberg-Papoulis qui impose un certain nombre de contraintes (positivité ou de support spatial) sur la solution pour obtenir une solution satisfaisante.

Beaucoup de méthodes traitent de tels problèmes inverses [2]. La méthode de Gerchberg-Papoulis qui impose des contraintes sur la solution est certainement une des plus simples. Nous nous intéressons ici aux méthodes générales de régularisation, et en particulier à l'approche de l'estimation bayésienne. Cette approche peut être résumée par : i) attribuer des lois de probabilité $p(\mathbf{g}|\mathbf{f})$ et $p(\mathbf{f})$ pour traduire notre connaissance sur les données \mathbf{g} conditionnellement aux inconnues \mathbf{f} (modèle direct et les erreurs ϵ) et l'inconnue \mathbf{f} , ii) calculer la loi de probabilité *a posteriori* : $p(\mathbf{f}|\mathbf{g}) = p(\mathbf{g}|\mathbf{f})p(\mathbf{f})/p(\mathbf{g})$ et iii) utiliser cette loi pour inférer sur les inconnues \mathbf{f} .

Bien que l'approche bayésienne soit plus générale, nous nous focalisons ici sur l'estimation au sens du Maximum A Posteriori (MAP) :

$$\hat{\mathbf{f}} = \arg \max_{\mathbf{f}} \{p(\mathbf{f}|\mathbf{g})\} = \arg \min_{\mathbf{f}} \{J(\mathbf{f})\} \\ \text{avec} \quad J(\mathbf{f}) = -\ln p(\mathbf{g}|\mathbf{f}) - \ln p(\mathbf{f}) \quad (5)$$

qui fait le lien avec la régularisation avec l'optimisation d'un critère en deux parties. Quand l'erreur ϵ dans le modèle 4 est supposé centré, blanc et de variance σ_ϵ^2 donnée, nous avons :

$$p(\mathbf{g}|\mathbf{f}) \propto \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_\epsilon^2} \|\mathbf{g} - \mathbf{H}\mathbf{f}\|^2 \right] \quad (6)$$

La loi *a priori* que nous utilisons dans ce travail est de la forme :

$$p(\mathbf{f}) \propto \exp \left[\gamma \sum_j |f_j - f_{j-1}|^\beta \right] \propto \exp \left[\gamma \sum_j \|[D\mathbf{f}]_j\|^\beta \right] \quad (7)$$

avec $1 \leq \beta \leq 2$. Il s'agit du modèle *a priori* dit de *Gaussienne généralisée* (GGM). $\beta = 2$ correspond au cas gaussien (modèle de Gauss-Markov). Avec ces lois *a priori* et en appliquant la formule de Bayes, nous avons :

$$J(\mathbf{f}) = \|\mathbf{g} - \mathbf{H}\mathbf{f}\|^2 + \lambda \|\mathbf{D}\mathbf{f}\|^2 \quad (8)$$

où $Q(\mathbf{f}) = \|\mathbf{g} - \mathbf{H}\mathbf{f}\|^2$ correspond au critère des moindres carrés (MC) et $\Omega(\mathbf{f}) = \|\mathbf{D}\mathbf{f}\|^2$ est le terme de régularisation décrit dans la littérature.

Cas multistatique :

Lorsque nous disposons de plusieurs systèmes radar, différentes options sont possibles : i) fusionner d'abord les données pour se trouver comme dans le cas précédent, ii) inverser d'abord chaque jeu de données séparément et ensuite fusionner les résultats, iii) effectuer la fusion et l'inversion conjointement. Ces approches sont illustrées schématiquement ici.

Méthode 1 : Fusionner les données et ensuite effectuer l'inversion :

$$\begin{array}{c} G_1(u, v) \\ M_1(u, v) \\ \hline \\ G_2(u, v) \\ M_2(u, v) \end{array} \Big| \longrightarrow \begin{array}{c} G(u, v) \\ M(u, v) \end{array} \longrightarrow \boxed{\text{Inversion}} \longrightarrow \hat{f}(x, y)$$

Une méthode très élémentaire de fusion des données dans ce cas est juste de calculer la moyenne des données $G_1(u, v)$ et $G_2(u, v)$ sur l'intersection des supports $M_1(u, v) \cap M_2(u, v)$ et de garder les valeurs de $G_1(u, v)$ ou de $G_2(u, v)$ ailleurs.

$$G(u, v) = \begin{cases} G_1(u, v) & (u, v) \in M_1(u, v) \\ G_2(u, v) & (u, v) \in M_2(u, v) \\ \frac{G_1(u, v) + G_2(u, v)}{2} & (u, v) \in M_1 \cap M_2 \end{cases} \quad (9)$$

et

$$M(u, v) = M_1(u, v) \cup M_2(u, v)$$

Méthode 2 : Inverser chaque jeu de données et ensuite effectuer la fusion des résultats :

$$\begin{array}{c} G_1(u, v) \\ M_1(u, v) \\ \longrightarrow \boxed{\text{Inversion}} \\ \hline \\ G_2(u, v) \\ M_2(u, v) \\ \longrightarrow \boxed{\text{Inversion}} \end{array} \Big| \longrightarrow \boxed{\text{Fusion}} \longrightarrow \hat{f}(x, y)$$

Une méthode de fusion des résultats qui sont ici des images $f_1(x, y)$ et $f_2(x, y)$ est juste de calculer la moyenne $f = (f_1 + f_2)/2$ ou encore $f = (|f|_1 + |f|_2)/2$ ou encore d'utiliser des méthodes de super résolution [1].

Méthode 3 : Fusion et inversion conjointement

$$\begin{array}{c} G_1(u, v) \\ M_1(u, v) \\ \hline \\ G_2(u, v) \\ M_2(u, v) \end{array} \Big| \longrightarrow \boxed{\text{Joint Fusion and Inversion}} \longrightarrow \hat{f}(x, y)$$

Dans cette approche, les deux jeux de données $G_1(u, v)$ et $G_2(u, v)$ sont utilisés directement en utilisant leurs liens relatifs par rapport à $f(u, v)$:

$$\begin{cases} \mathbf{g}_1 = \mathbf{H}_1 \mathbf{f} + \epsilon_1 \\ \mathbf{g}_2 = \mathbf{H}_2 \mathbf{f} + \epsilon_2 \end{cases} \quad (10)$$

et permet d'obtenir directement une solution, en optimisant :

$$J(\mathbf{f}) = \|\mathbf{g}_1 - \mathbf{H}_1 \mathbf{f}\|^2 + \|\mathbf{g}_2 - \mathbf{H}_2 \mathbf{f}\|^2 + \lambda \|\mathbf{D}\mathbf{f}\|^2 \quad (11)$$

ce qui correspond au critère MAP dans l'approche bayésienne :

$$p(\mathbf{f} | \mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2) \propto p(\mathbf{g}_1 | \mathbf{f}) p(\mathbf{g}_2 | \mathbf{f}) p(\mathbf{f}) \quad (12)$$

4 Résultats de simulation

Ici, nous présentons quelques résultats sur des données simulées obtenues avec notre modèle direct en faisant l'hypothèse points brillants. Ainsi, nous avons simulé une scène $f(x, y)$ constituée de 4 sphères de diamètre faible par rapport à la longueur d'onde utilisée. Deux configurations de mesure ont été utilisées, deux jeux de données ont été obtenus.

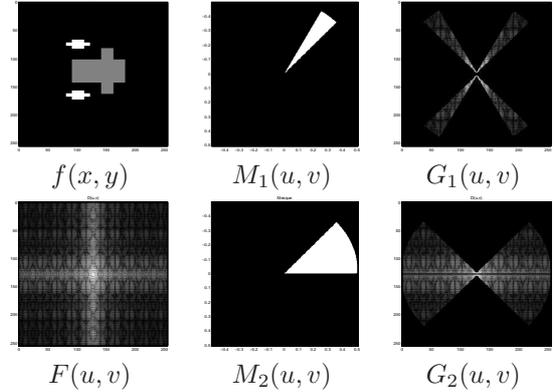
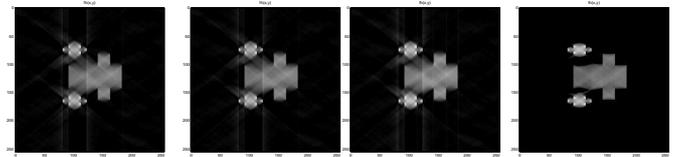


FIG. 1 – Cible et les deux jeux de données simulés

Cas bistatique : Ici, nous avons utilisé le premier jeu de donnée de la Figure 1. La Figure 2 compare les résultats obtenus par plusieurs méthodes classiques (Gerchberg-Papoulis (GP), Moindres carrés (MC), Régularisation quadratique (RQ) et par la méthode proposée.



Gerchberg-Papoulis Moindres carrés Rég. Quad. Méthode proposée
FIG. 2 – Comparaison des résultats de l'inversion sur le premier jeu de données simulé.

Cas multistatique : Ici, nous avons utilisé les deux jeux de données de la Figure 2. On comparé les résultats obtenus avec deux méthodes de fusion (Méthodes 1 et 3).

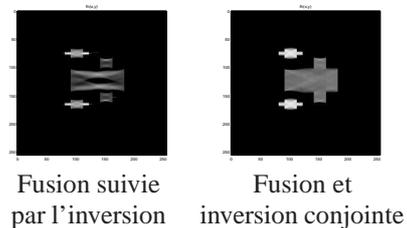


FIG. 3 – Comparaison de deux méthodes de fusion.

5 Données réelles

Les méthodes proposées sont aussi appliquées sur un ensemble de mesures expérimentales réelles effectuées à l'ONERA.

Les détails du protocole expérimental se trouve dans [5].

Trois configurations de cibles sont mises en oeuvre avec 1, 2 ou 4 sphères (voir figure 4).

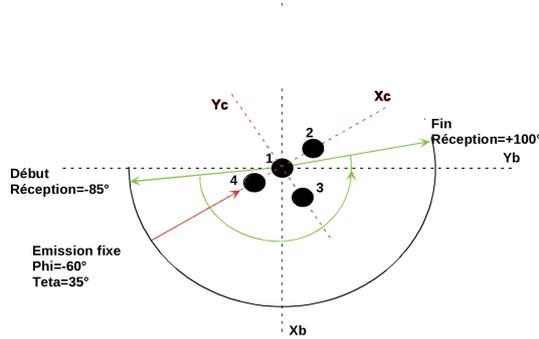


FIG. 4 – Dimensions et positions de cibles

Pour chaque configuration de cible, il y a deux jeux de données correspondant à deux bandes de fréquences BF1=(1.16-1.98) GHz et BF2=(1.47-1.68) GHz. Dans une première partie, nous utilisons seulement les données de mesure d'une des configurations. Les figures qui suivent montrent ces résultats.

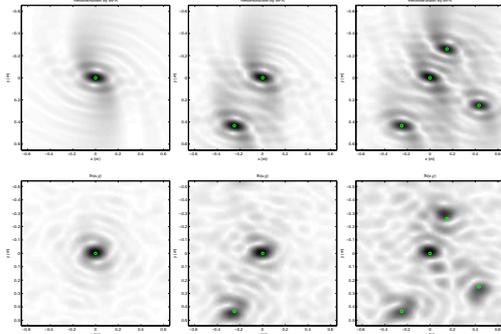


FIG. 5 – Résultats sur des données réelles (BF1), polarisation VV pour les 4 cibles 1, 2 et 4 sphères : a) Reconstruction par MFA, b) Reconstruction par la méthode proposée.

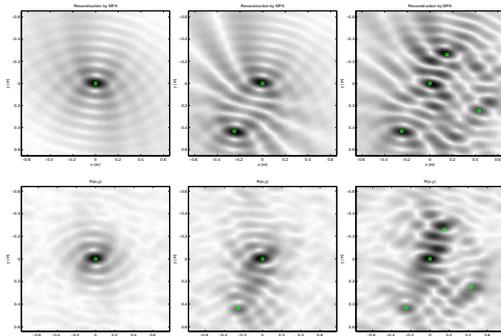


FIG. 6 – Résultats sur des données réelles (BF2), polarisation VV : pour les 4 cibles 1, 2 et 4 sphères : a) Reconstruction par MFA, b) Reconstruction par la méthode proposée.

Dans un deuxième temps, les deux configurations sont utilisées conjointement pour tester nos méthodes de fusion. Bien

que nous ayons testé les trois méthodes de fusion, ici, par manque de place, nous montrons uniquement les résultats obtenus avec fusion et inversion simultanée.

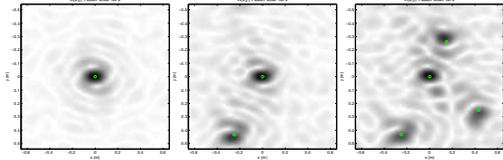


FIG. 7 – Résultats de fusion et inversion utilisant les deux jeux de données (BF1 et BF2). Ces résultats sont à comparer à ceux de la Fig. 5 et Fig. 6 qui utilisent seulement un jeu de données.

6 Conclusions

Dans ce travail, nous avons tout d'abord modélisé d'une manière simple le problème direct. Ensuite, nous avons présenté synthétiquement les différentes méthodes d'inversion dans le cas d'une seule antenne. Enfin, nous avons considéré le cas de plusieurs antennes et nous avons proposé trois approches :

- i) Fusion de données suivie de l'inversion,
- ii) Inversion de chaque jeu de données et fusion des résultats,
- et iii) Fusion et inversion simultanée.

Au vu de ces quelques simulations, on peut déjà conclure que :

- Pour l'inversion, il faut régulariser, que cela soit d'une manière déterministe ou probabiliste bayésienne ;
- Pour le cas de plusieurs antennes, il vaut mieux effectuer la fusion et l'inversion d'une manière simultanée.

En perspective, nous essayerons d'appliquer des méthodes plus sophistiquées qui utilisent des modélisations a priori plus élaborées permettant, non seulement d'obtenir une image, mais aussi une segmentation jointe.

Références

- [1] F. Humblot and A. Mohammad-Djafari, "Super-Resolution using Hidden Markov Model and Bayesian Detection Estimation Framework," *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. Special number on Super-Resolution Imaging : Analysis, Algorithms, and Applications, pp. ID 36971, 16 pages, 2006.
- [2] A. Mohammad-Djafari, "Bayesian approach for inverse problems in optical coherent and non coherent imaging," in *SPIE03, USA*, September 2003.
- [3] A. Mohammad-Djafari, "Super-resolution : A short review, a new method based on hidden markov modeling of hr image and future challenges," *The Computer Journal*, vol. doi :10,1093/comjnl/bxn005, 2008.
- [4] O. Féron and A. Mohammad-Djafari, "Image fusion and joint segmentation using an MCMC algorithm," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 14, p. paper no. 023014, Apr 2005.
- [5] Ph. Fargette, "Compte-rendu d'expérimentation tâche 2300 poste 2 SAR passif", *Rapport DEMR/13098/CRE-T2300/08*, 4 déc. 2008