

Estimation du nombre de spectres initiaux en imagerie hyperspectrale

Bin LUO¹, Jocelyn CHANUSSOT¹, Sylvain DOUTÉ²

¹GIPSA-Lab, 961 Rue de la Houille Blanche, BP 46, 38402 Grenoble Cedex, France

²LPG, Laboratoire de Planetologie de Grenoble, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9, France
Bin.luo@gipsa-lab.inpg.fr, Jocelyn.chanussot@gipsa-lab.inpg.fr
sylvain.doute@obs.ujf-grenoble.fr

Résumé – Le nombre de spectres initiaux est un paramètre essentiel pour le démixage d’images hyperspectrales. Dans cet article, nous avons proposé une approche pour estimer le nombre de spectres initiaux dans une image hyperspectrale fondée sur la distribution des valeurs propres des matrices de covariance et corrélation de données. Les résultats sur des données synthétiques et l’image hyperspectrale prise par OMEGA montrent que, par rapport aux méthodes existantes, notre approche, qui est complètement aveugle, permet de donner le nombre exact de spectres initiaux sans être affectée par les artefacts.

Abstract – The number of endmembers is an essential parameter for hyperspectral image unmixing. In this article, we propose an approach for estimating the number of endmembers in a hyperspectral image based on the distribution of the eigenvalues of the correlation and covariance matrix. The results on synthetic data and the real image captured by OMEGA instrument show that, when compared to the state-of-art methods, our approach, which is completely unsupervised, is able to estimate the exact number of endmembers without being affected by artifacts.

1 Introduction

Le spectroscopie visible et proche infra-rouge est une technique essentielle pour la télédétection. En étudiant des spectres de réflectance, nous pouvons identifier et quantifier des composants chimiques sur la scène. Nous supposons que le spectre d’un pixel dans une image hyperspectrale est un mélange linéaire de spectres de différents composants chimiques. Pour dé-mélanger le spectre d’un pixel, l’approche d’extraction de spectres initiaux (*Endmember Extraction*) est classiquement utilisée [4]. Néanmoins, le nombre de spectres initiaux, qui est inconnu, est le paramètre essentiel avant effectuer le dé-mélange linéaire. Pour ce faire, le seuillage fondé sur Analyse en composant Principale (ACP) est proposé [3]. Le nombre de spectres initiaux est le nombre de composants principales dont les variances sont importantes. Cependant, le seuil de la variance est difficile à fixer, car les variances du bruit et de composants correspondant aux spectres initiaux peuvent être très similaires. D’autres familles d’approches basées sur la théorie de l’information, telle que *Minimum Description Length* (MDL) [6], sont utilisées pour estimer le nombre de sources à partir des observations. Cependant, comme montré dans [2], MDL ne permet pas de donner le nombre de spectres initiaux dans une image hyperspectrale car les sources et les bruits ne sont pas distribués de façon identique et indépendante. Dans [2], il est proposé de seuiller les différences des valeurs propres des matrices de covariance et de corrélation de données pour déterminer le nombre de spectres initiaux. Dans [2], les auteurs ont comparé leur approche avec des autres méthodes existantes, et montre que la méthode proposée dans [2] est le plus précis. Cepen-

nant, cette méthode subit deux inconvénients principaux. Tout d’abord, il faut fixer une valeur de fausse alarme afin de déterminer le seuil. De plus, la méthode de [2] ne peut pas donner le nombre exact de spectres initiaux s’il y a des artefacts dans l’image. Dans cet article, nous proposons une approche fondée sur la distribution des différences des valeurs propres pour déterminer le nombre de spectres initiaux dans une image hyperspectrale. Cette approche, qui est complètement aveugle, permet de donner le nombre exact de spectres initiaux sans être affectée par les artefacts.

Dans la partie 2, nous présentons le modèle de mélange linéaire de spectres d’image hyperspectrale. Dans la partie 3, nous proposons l’approche pour estimer le nombre de spectres initiaux. Dans la partie 4, nous présentons les résultats sur des données synthétiques et des données hyperspectrales acquises sur la planète Mars.

2 Modèle de mélange linéaire

Notons \mathbf{X} la matrice qui représente les données hyperspectrales, où $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{N_a}\}$ et $\mathbf{x}_k = \{x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, x_{N_s,k}\}^T$, $x_{l,k}$ est la valeur du k ème pixel sur la l ème bande spectrale. Supposons que le spectre d’un pixel est un mélange linéaire des N_c spectres initiaux, ce qui correspond au modèle suivant :

$$\mathbf{X} = \mathbf{M}\mathbf{S} + \mathbf{n} \quad (1)$$

où $\mathbf{M} = \{\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots, \mathbf{m}_{N_c}\}$ est la matrice de mélange, et \mathbf{m}_n est le n ème spectre initial. $\mathbf{S} = \{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_{N_c}\}^T$ est la matrice des abondances, et $\mathbf{s}_n = \{s_{n,1}, s_{n,2}, \dots, s_{n,N_a}\}$

($s_{n,k} \in [0, 1]$ est l'abondance du n ème spectre initial sur le k ème pixel). Remarquons que les valeurs de \mathbf{S} sont toujours positives et que la somme des abondances sur chaque pixel est égale à 1 : $\forall k, \sum_{n=1}^{N_c} s_{n,k} = 1$. \mathbf{n} représente du bruit additif centré. Afin de séparer \mathbf{M} et \mathbf{S} à partir de \mathbf{X} sans information *a priori*, il faut estimer le nombre N_c , à partir de lequel, nous pouvons effectuer un dé-mélange linéaire pour obtenir \mathbf{M} et \mathbf{S} .

3 Estimation du nombre de spectres initiaux

Dans [2], il est proposé de seuiller les valeurs propres des matrices de covariance et de corrélation pour estimer le nombre de spectres initiaux. Notons K la matrice de covariance de \mathbf{X} et R la matrice de corrélation. Supposons que λ_i et $\hat{\lambda}_i$ sont respectivement la i ème valeur propre de K et R avec $i \geq 0$, $\lambda_i > \lambda_{i+1}$ et $\hat{\lambda}_i > \hat{\lambda}_{i+1}$. S'il y a N_c spectres initiaux présents dans \mathbf{X} , les valeurs propres $\hat{\lambda}_i$, ($i > N_c$) et λ_i , ($i > N_c$) correspondent aux variances du bruit, si le bruit est centré. On a donc :

$$\begin{cases} \hat{\lambda}_i - \lambda_i > 0, & i \leq N_c \\ \hat{\lambda}_i - \lambda_i = 0, & i > N_c. \end{cases} \quad (2)$$

Notons $z_i = \hat{\lambda}_i - \lambda_i$, un test de Neyman-Person peut être utilisé pour seuiller z_i afin d'estimer le nombre de spectres initiaux [2]. Cependant, cette méthode subit deux inconvénients. Tout d'abord, pour le test de Neyman-Pearson, il faut fixer une valeur de fausse alarme afin de déterminer le seuil de z_i . De plus, s'il existe des bandes corrompues par des artefacts, cette approche va donner un nombre supérieur au nombre de spectres initiaux.

Dans cette partie, nous proposons une approche complètement non supervisée fondée sur la distribution de z_i permettant de donner le nombre exact de spectres initiaux. La distribution de z_i peut être modélisée par [1] :

$$\begin{cases} z_i \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2), & i \leq N_c \\ z_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2), & i > N_c \end{cases} \quad (3)$$

où μ_i est inconnu et σ_i peut être donné par $\sigma_i^2 \approx \frac{2}{N}(\hat{\lambda}_i^2 + \lambda_i^2)$, si le nombre d'échantillons est suffisamment élevé. [1][2]

A partir de l'Equation (3), nous définissons une fonction de vraisemblance $H(i)$ par $H(i) = \prod_{l=i}^{N_s} \frac{1}{\sigma_l} \exp(-\frac{z_l^2}{2\sigma_l^2})$. Ensuite, nous calculons la valeur logarithmique de $H(i)$,

$$\tilde{H}(i) = \log H(i) = A(i) + B(i) \quad (4)$$

où $A(i) = -\sum_{l=i}^{N_s} \frac{z_l^2}{2\sigma_l^2}$ et $B(i) = -\sum_{l=i}^{N_s} \log \sigma_l$. Il est évident que $H(N_c + 1) > H(i)$ quand $i \leq N_c$, car la valeur moyenne de z_i pour $i < N_c$ est supérieure à 1. Quand $i \geq N_c + 1$, $A(i)$ change très lentement en fonction de i . Et si les valeurs de \mathbf{X} sont normalisées à $[0, 1]$, $-\log \sigma_i$ est positive et $B(i)$ est décroissante quand $i \geq N_c + 1$, ainsi que $\tilde{H}(i)$. Il y a donc un *maximum* global de $\tilde{H}(i)$ quand $i = N_c + 1$. Nous pouvons déterminer le nombre de spectres initiaux à partir du *maximum* global de $\tilde{H}(i)$.

Quand il y a N_{art} bandes corrompues par des artefacts, nous pouvons modéliser les données \mathbf{X} par :

$$\mathbf{X} = \mathbf{MS} + \mathbf{M}_a \mathbf{S}_a + \mathbf{n} \quad (5)$$

où $\mathbf{M}_a \mathbf{S}_a$ représente la matrice d'artefact. L'Equation (3) devient :

$$\begin{cases} z_i \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2), & i \leq N_c + N_{art} \\ z_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2), & i > N_c + N_{art}. \end{cases} \quad (6)$$

Ainsi le *maximum* global de $\tilde{H}(i)$ peut se situer à $i = N_c + N_{art} + 1$. Remarquons que, comme la contribution des artefacts est relativement faible par rapport à celle de \mathbf{MS} , les valeurs μ_i quand $N_c < i \leq N_c + N_{art} + 1$ doivent être proches de zéro. Empiriquement, nous avons trouvé que, quand $i = N_c + 1$, $\tilde{H}(i)$ présente généralement un *maximum* local. Ainsi, nous définissons le nombre de spectres initiaux \hat{N}_c par la position du premier *maximum* de la fonction $\tilde{H}(i)$, tel que :

$$\hat{N}_c = \min_i \{ \tilde{H}(i-1) \leq \tilde{H}(i) \wedge \tilde{H}(i+1) \leq \tilde{H}(i) \} - 1. \quad (7)$$

Remarquons que, comme $\tilde{H}(i)$ présente un deuxième *maximum* quand $i = N_c + N_{art} + 1$, nous pouvons utiliser $\tilde{H}(i)$ pour estimer le nombre de bandes affectées par des artefacts.

Remarquons que l'approche proposée pour estimer le nombre de spectres initiaux est complètement aveugle. En utilisant des approches de dé-mélangeage non supervisées (e.g. VCA [4]), nous pouvons obtenir les spectres initiaux des composants chimiques présentes dans une image hyperspectrale, ainsi que leurs cartes d'abondances sans utiliser l'information *a priori*. Cela est très utile pour l'analyse d'images hyperspectrales de planétologie pour lesquelles l'information *a priori* sur les composants chimiques de la surface du planète n'est pas toujours disponible. De plus, si l'hypothèse de mélange linéaire est valide (i.e. \mathbf{X} est obtenu par l'Equation (1)), comme le nombre de spectres initiaux N_c est beaucoup plus faible que le nombre de bandes spectrales, les cartes d'abondances obtenues à partir de \mathbf{X} peuvent être considérées comme une représentation compacte d'information spectrale de l'image hyperspectrale. Ces cartes d'abondances peuvent ensuite être utilisées pour la classification de l'image.

4 Résultats

4.1 Données synthétiques

Dans cette partie, nous présentons tout d'abord les résultats d'estimation du nombre de spectres initiaux en utilisant l'Equation (7) sur des données synthétiques. Nous utilisons trois spectres, échantillonnés sur 256 longueurs d'onde dans l'intervalle visible et proche infra-rouge, fournis par le Laboratoire de Planétologie de Grenoble (LPG). Ces spectres correspondent aux composants chimiques typiques sur le planète de Mars (les spectres de CO_2 , de H_2O et de poussière). Nous avons donc $N_c = 3$. Les abondances de ces spectres sont simulées aléatoirement par des signaux gaussiens en assurant que les abondances sont positives. Les bruits sont également gaussiens et indépendants entre les bandes. La valeur moyenne du

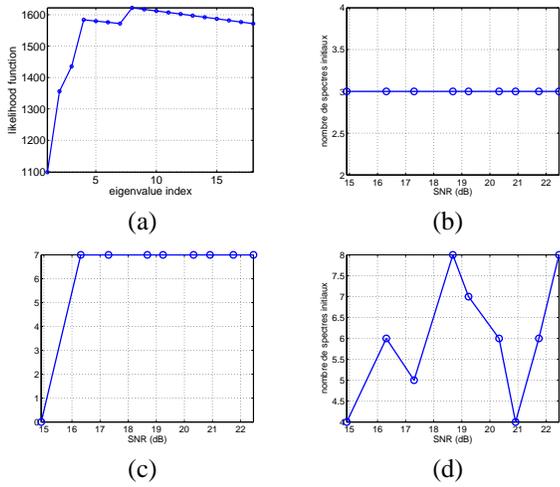


FIG. 1 – (a) Fonction de vraisemblance $\tilde{H}(i)$ quand $SNR = 17dB$; (b) \hat{N}_c en fonction de SNR obtenus par l'Equation (7); (c) positions de $\arg \max_i \{\tilde{H}(i)\} - 1$; (d) nombre de spectres initiaux estimés par la méthode de [2] en fonction de SNR .

bruit de chaque bande est toujours égale à zéro. Nous avons simulé les artefacts sur quatre bandes ($N_{art} = 4$) par des signaux gaussiens dont les valeurs moyennes ne sont pas zéros. Le SNR entre les données sans bruit et les artefacts est $SNR_{art} = 14.8dB$.

Dans la Figure 1(a), nous avons montré la fonction de vraisemblance $\tilde{H}(i)$ quand $SNR = 17dB$. Nous pouvons constater que quand $i = 4$, il y a un *maximum* local qui correspond à $N_c + 1$. Ensuite, quand $i = 8$, $\tilde{H}(i)$ présente un *maximum* global qui correspond à $N_c + N_{art} + 1$. Dans la Figure 1(b), nous avons montré les nombres de spectres initiaux estimés par l'Equation (7) avec différents niveaux du bruit. Nous pouvons constater que l'approche présente dans la partie 3 donne toujours le nombre 3 de spectres initiaux, quel que soit le niveau du bruit. Dans la Figure 1(c), nous avons montré la valeur $\arg \max_i \{\tilde{H}(i)\} - 1$ avec différents niveaux du bruit. Nous pouvons constater que quand le bruit est aussi fort que l'artefact ($SNR \approx 14.9dB$, qui est égale au SNR_{art}), la courbe $\tilde{H}(i)$ ne présente qu'un *maximum* global qui correspond à $N_c + 1$, car les énergies du bruit et des artefacts sont très proches. Quand le bruit devient plus faible (*i.e.* $SNR > SNR_{art}$), $\arg \max_i \{\tilde{H}(i)\} - 1$ est toujours également à 7 qui correspond au $N_c + N_{art}$. Pour comparaison, nous avons montré le nombre de spectres initiaux estimés par la méthode présentée dans [2]. Pour cette méthode, nous avons fixé la valeur de fausse alarme égale à 0.001. Nous pouvons constater que quel que soit le niveau du bruit, cette approche ne permet pas d'obtenir le nombre de spectres initiaux. La plupart du temps, le nombre obtenu est entre N_c et $N_c + N_{art}$.

4.2 Données acquises par OMEGA

Ensuite, nous avons effectué notre algorithme sur une image hyperspectrale acquise au pôle sud du Mars par l'instrument OMEGA. Cette image a 128×300 pixels et 183 bandes spec-

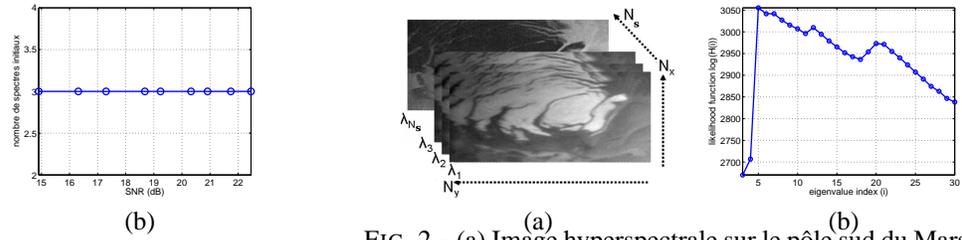


FIG. 2 – (a) Image hyperspectrale sur le pôle sud du Mars prise par OMEGA; (b) fonction de vraisemblance $\tilde{H}(i)$.

trales couvrant l'intervalle visible et proche infra-rouge. Les experts de planétologie du LPG ont notamment identifié trois composants chimiques (CO_2 , H_2O et poussière) sur cette image. Les spectres de référence pour ces composants sont fournis par le LPG. La fonction de vraisemblance est montrée dans la Figure 2(b). Un premier *maximum* est atteint à $i = 5$, donc le nombre de spectres initiaux de cette image est $\hat{N}_c = 4$ selon l'Equation (7). Par contre, le nombre estimé par l'approche proposée dans [2] est égal à 16. Nous utilisons la méthode VCA [4] pour extraire les spectres initiaux. Si les données hyperspectrales \mathbf{X} sont obtenues par le mélange linéaire et $\forall k, \sum_{n=1}^{N_c} = 1$, tous les points de \mathbf{X} sont dans un simplexe. VCA extrait \hat{N}_c membres extrêmes de ce simplexe comme les spectres initiaux, où N_c est le nombre de spectres initiaux estimé par l'Equation (7). Dans les Figures 3(a)-(d), nous avons montré les 4 spectres initiaux obtenus par VCA ainsi que les spectres de référence les plus similaires. Ensuite, nous calculons les cartes d'abondance (voir les Figures 4(a)-(d)) correspondant à ces spectres en utilisant l'inversion de l'Equation (1), *i.e.*,

$$\hat{\mathbf{S}} \approx \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{X}, \quad (8)$$

où $\hat{\mathbf{M}}$ représente les spectres initiaux extraits, et $\hat{\mathbf{S}}$ sont leurs cartes d'abondances. Pour comparaison, nous montrons les masques de classification de poussière, CO_2 et H_2O en utilisant la méthode Wavanglet [5]. Cette méthode compare le spectre d'un pixel avec les spectres de référence des composants chimiques simulés afin de classifier l'image hyperspectrale.

En comparant les spectres extraits par VCA et les spectres de référence, les spectres montrés dans les Figures 3(a)-(c) sont respectivement identifiés comme poussière, CO_2 et H_2O . Cela est également confirmé par la comparaison entre leurs cartes d'abondances avec les masques de classification obtenues par Wavanglet. Le dernier spectre, qui est identifié par l'expert du LPG à l'aide de son image d'abondance (voir la Figure 4(d)), correspond au décalage de lignes connu de l'instrument OMEGA entre les canaux C et L. Comme c'est un artefact systématique qui affecte toutes les bandes, l'algorithme de la partie 3 ne peut pas l'éviter.

Dans les Figures 5, nous avons montré le SNR de reconstruction entre l'image originale \mathbf{X} et l'image reconstruite par $\hat{\mathbf{M}}\hat{\mathbf{S}}$. Nous pouvons constater que le SNR de reconstruction est presque toujours supérieur que 20dB. C'est-à-dire que le dé-mélangeage linéaire de cette image en 4 composants représente très bien l'information spectrale contenue dans cette image.

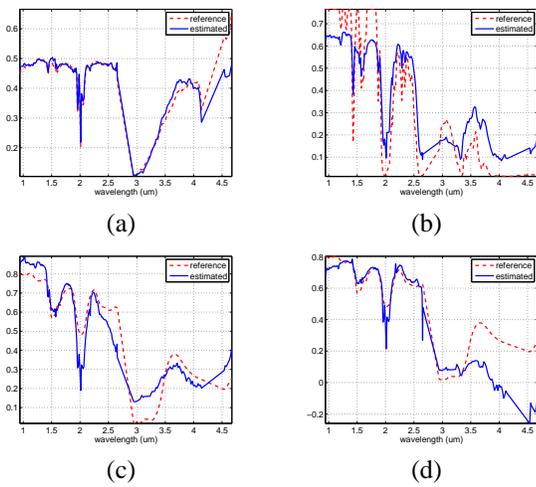


FIG. 3 – (a)-(d) Les spectres extraits par VCA et les spectres de référence les plus similaires. Les lignes continues sont des spectres obtenus par VCA et les lignes pointillées sont les spectres de référence les plus similaires.

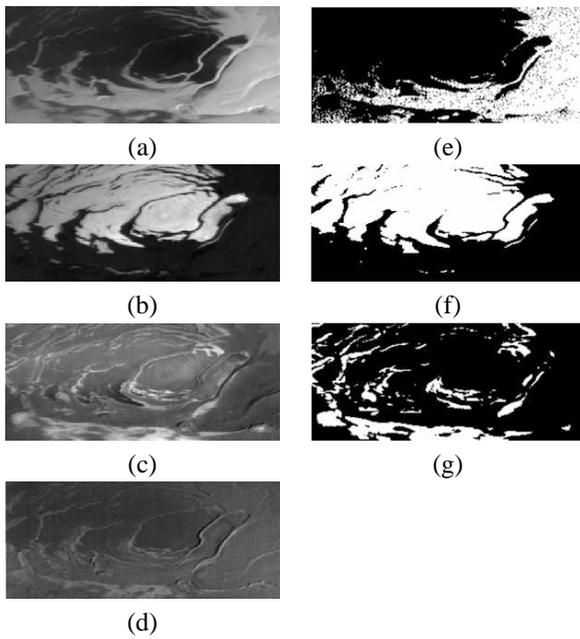


FIG. 4 – (a)-(d) Cartes d'abondances estimées par l'Equation (8). (e)-(g) Masques de classification de poussière, CO_2 et H_2O en utilisant Wavanglet [5].

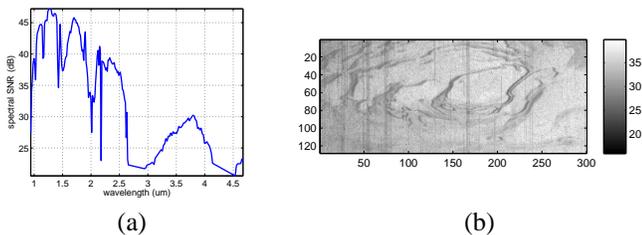


FIG. 5 – SNR de reconstruction : (a) SNR de reconstruction calculé sur chaque bande spectrale ; (b) SNR de reconstruction calculé sur chaque pixel.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une approche pour estimer le nombre de spectres initiaux dans une image hyperspectrale fondée sur la distribution des valeurs propres des matrices de covariance et de corrélation de données. Les résultats sur des données synthétiques et des données réelles acquises par OMEGA montrent que, par rapport aux méthodes existantes, notre approche, qui est complètement aveugle, permet de donner le nombre exact de spectres initiaux sans être affectée par des artefacts.

Remerciement

Ce travail est financé par l'ANR (projet VAHINE - Visualisation et analyse d'images hyperspectrales multidimensionnelles en Astrophysique).

Références

- [1] T.W. Anderson. *An introduction to multivariate statistical analysis*. Springer-Verlag, 2nd edition, 1984.
- [2] C. I. Chang and Q. Du. Estimation of number of spectrally distinct signal sources in hyperspectral imagery. *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 42(3) :608–619, March 2004.
- [3] S. Moussaoui, H. Hauksdóttir, F. Schmidt, C. Jutten, J. Chanussot, D. Brie, S. Douté, and J. Benediktsson. On the decomposition of mars hyperspectral data by ica and bayesian positive source separation. *Neurocomputing*.
- [4] J. M. P. Nascimento and J. M. B. Dias. Vertex component analysis : A fast algorithm to unmix hyperspectral data. *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 43(4) :898 – 910, April 2005.
- [5] F. Schmidt, S. Douté, and B. Schmitt. Wavanglet : An efficient supervised classifier for hyperspectral images. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 45(5) :1374–1385, 2005.
- [6] G. Schwarz. Estimating the dimension of a model. *Annual Statistic*, 6 :461–464, 1978.