

# Modèles linéaires et circulaires pour la caractérisation de textures orientées

M-C.PERON<sup>1</sup>, Y. BERTHOUMIEU<sup>1,2</sup>, J-P. DA COSTA<sup>1,3</sup>, C. GERMAIN<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire IMS-UMR 5218 CNRS, F 33405 Talence, France

<sup>2</sup> Université de Bordeaux, ENSEIRB, 33405 Talence, France

<sup>3</sup> Université de Bordeaux, ENITAB, 33175 Gradignan, France

<sup>1</sup>marie-cecile.peron@ims-bordeaux.fr, <sup>1,2</sup>[yannick.berthoumieu@ims-bordeaux.fr](mailto:yannick.berthoumieu@ims-bordeaux.fr),  
<sup>1,3</sup>jean-pierre.dacosta@ims-bordeaux.fr, <sup>1,3</sup>[christian.germain@ims-bordeaux.fr](mailto:christian.germain@ims-bordeaux.fr)

**Résumé** – Dans un schéma multi-échelle mettant en œuvre une décomposition pyramidale orientée, nous avons associé des modèles linéaires et circulaires pour la description paramétrique des modules et orientations issus de l’analyse des sous bandes complexes résultant de cette décomposition. Nous comparons plusieurs modèles probabilistes circulaires et évaluons l’importance du choix de la métrique pour la manipulation de ces modèles.

**Abstract** - In a multi-scale scheme involving pyramidal oriented decomposition, we associate linear and circular models for the parametric description of the magnitudes and orientations of the complex bands resulting from this decomposition. We compare several probabilistic circular models and evaluate the importance of the metrics for the manipulation of these models.

## 1 Introduction

Un des enjeux majeurs des travaux récents en analyse d’images texturées, consiste à trouver un modèle pertinent susceptible d’appréhender l’information spatiale au sein de l’image. A la fin des années 90, plusieurs travaux ont montré qu’il était pertinent de modéliser les sous-bandes issues d’une décomposition de l’image par banc de filtres orientés, e.g. [1]. Le choix du modèle est dépendant de la nature de la décomposition. Dans le cas d’une décomposition pyramidale fournissant des sous-bandes complexes, en l’occurrence la pyramide orientée [1], l’approche standard consiste soit à décrire le module des coefficients complexes seul, soit à modéliser conjointement leurs parties réelles et imaginaires. Plus récemment, l’information de module a été complétée par une information directionnelle issue des incréments de phase [2]. Dans ces travaux, la distribution des incréments était simplement décrite par leur histogramme empirique.

Nous proposons dans cet article d’associer à la modélisation du module des coefficients complexes la modélisation des orientations des structures de l’image, estimées à partir des incréments de phase. Cette modélisation conjointe met en jeu à la fois des modèles linéaires et circulaires. Nous comparons plusieurs modèles et montrons l’importance de la métrique dans la manipulation de ces modèles et donc dans la discrimination des textures.

## 2 Décomposition multi-échelle orientée

Nous utilisons la décomposition pyramidale par filtres orientés décrite dans [1]. Cette décomposition fournit  $N_{sc} \times N_{or}$  sous-bandes complexes orientées  $C_{k,l}(x, y)$ ,  $N_{sc}$  est le nombre de niveaux de la pyramide (i.e. le nombre d’échelles de décomposition) et  $N_{or}$  est le nombre de filtres orientés appliqués à chaque échelle.

Cette décomposition fournit au final  $N_{sc} \times N_{or}$  sous-bandes complexes orientées  $C_{k,l}(x, y)$ . C’est à partir de ces sous-bandes que nous extrayons l’information de module  $A_{k,l}(x, y) = |C_{k,l}(x, y)|$  et l’information d’orientation :

$$\theta_{k,l}(x, y) = \arctan \left( \frac{\varphi_{k,l}(x, y+1) - \varphi_{k,l}(x, y)}{\varphi_{k,l}(x+1, y) - \varphi_{k,l}(x, y)} \right) \quad (1)$$
$$\theta_{k,l} \in \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

qui est déduite des incréments de phase :

$$\varphi_{k,l}(x, y) = \arctan 2 \left( \frac{\text{Im}(C_{k,l}(x, y))}{\text{Re}(C_{k,l}(x, y))} \right) \in [-\pi, \pi]. \quad (2)$$

Nous modélisons alors ces informations par des distributions appropriées.

### 3 Distributions du module et de l'orientation

#### 3.1 Distribution du module

L'histogramme empirique des modules évolue à chaque échelle et à chaque orientation. La forme de cet histogramme suggère [2], pour la modélisation, d'utiliser une loi Gamma dont nous rappelons l'expression de la densité de probabilité :

$$f(A_{k,l}, \alpha, \beta) = A_{k,l}^{\alpha-1} \frac{e^{-(A_{k,l}/\beta)}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \quad (3)$$

où  $\alpha > 0$  est le paramètre de forme,  $\beta > 0$  est lié à l'échelle de la distribution et  $A_{k,l}$  est le module.

Par la suite, nous allons évaluer deux métriques pour calculer la similarité entre deux distributions gamma : une distance L1 sur le vecteur des paramètres (alpha, beta) et la divergence de Kullback-Leiber définie par :

$$D_{KL\Gamma}(f_j, f_q) = (\beta_j - 1) \Psi(\beta_j) - \log(\alpha_j) - \beta_j \\ - \log \Gamma(\beta_j) + \log \Gamma(\beta_q) + \beta_q \log \alpha_q \quad (4) \\ - (\alpha_q - 1) (\Psi(\beta_j) + \log(\alpha_j)) + \frac{\alpha_j \beta_j}{\alpha_q}$$

où  $\Psi(\cdot)$  est la fonction digamma et  $\Gamma(\cdot)$  est la fonction gamma.  $f_j$  et  $f_q$  sont deux lois gamma.

#### 3.2 Distribution des orientations

Les histogrammes empiriques des orientations présentent, comme les distributions des modules, des modifications suivant l'échelle et l'orientation des sous-bandes. Les distributions utilisées pour modéliser les orientations sont définies sur  $[-\pi, \pi]$ . Nous avons testé différentes lois de probabilité circulaires.

##### 3.2.1 Distribution von Mises

La distribution circulaire la plus connue est la distribution de von Mises [3], cette distribution est l'équivalent de la distribution gaussienne dans le cas de données linéaires. La densité de probabilité d'une distribution de von Mises est décrite par :

$$\rho_{vM}(\theta | \mu, \kappa) = \frac{1}{2\pi I_0(\kappa)} \exp(\kappa \cos(\theta - \mu)) \quad (5)$$

où  $\mu$  et  $\kappa$  sont respectivement la localisation et la concentration,  $I_0(\cdot)$  est la fonction de Bessel d'ordre 0.

De la même façon que la distribution gamma, la mesure de similarité s'effectuera à l'aide la distance L1, mais une expression de la divergence de

Kullback-Leiber pour une distribution de von Mises est disponible et est définie :

$$D_{KLVM}(\rho_j, \rho_q) = \log \left( \frac{I_0(\kappa_j)}{I_0(\kappa_q)} \right) \\ + (\kappa_j - \kappa_q \cos(\mu_j - \mu_q)) \frac{I_1(\kappa_j)}{I_0(\kappa_q)} \quad (6)$$

où  $I_1(\cdot)$  est la fonction de Bessel modifiée de première espèce et d'ordre 1.  $\rho_j$  et  $\rho_q$  sont deux lois de von Mises.

##### 3.2.2 Modèle de mélange de distributions de von Mises

Afin d'améliorer la modélisation des orientations, nous proposons d'étendre le modèle à un modèle de mélange composé de distributions de von Mises.

$$\rho_{MvM}(x | \Theta) = \sum_{h=1}^n \beta_h \rho_h(x | \mu_h, \kappa_h) \quad (7)$$

où  $\Theta = \{(\mu_h, \kappa_h, \beta_h)_{h \in \{1, \dots, n\}}\}$ . Les couples  $(\mu_h, \kappa_h)$  sont les paramètres de chacune des distributions de von Mises (localisation et concentration)  $\rho_h$ , et  $\beta_h > 0$  sont les poids de chaque distribution tels que  $\sum_{h=1}^n \beta_h = 1$ .

Dans le cas d'un modèle de mélange, il existe une approximation de la distance de Kullback-Leiber [6], qui est définie par :

$$D_{KMvM}(\rho_{Mj}, \rho_{Mq}) \approx D(\beta_{hj}, \beta_{hq}) \\ + \sum_h \beta_{hj} D_{vM}(\rho_j, \rho_q) \quad (8)$$

##### 3.2.3 Famille des $\Psi$ -distributions

Une nouvelle famille de distributions circulaires a été introduite par Jones et Pewsey [4]. Cette famille a l'avantage d'englober un certain nombre de distributions circulaires connues. Leurs densités de probabilité s'expriment sous la forme :

$$\rho_\psi(\theta; \mu, \kappa) = \frac{(\cosh \kappa \psi + \sinh \kappa \psi \cos(\theta - \mu))^{\frac{1}{\psi}}}{2\pi P_{\frac{1}{\psi}}^0(\cosh \kappa \psi)} \quad (9)$$

où  $\mu$  et  $\kappa$  sont les paramètres de localisation et de concentration et  $\psi \in \mathbb{R}$  définit le type de la distribution.  $P_p^0(z)$  est la fonction de Legendre de première espèce de degré  $p$  et d'ordre 0. La famille des  $\Psi$ -distributions inclue, comme cas particuliers, la distribution de von Mises pour  $\psi=0$ , la distribution de Cauchy pour  $\psi=-1$  et la distribution cardioïde pour  $\psi=1$ .

## 4 Indexation de textures directionnelles par modèle paramétrique

Nous avons construit une base d'images composée de 25 textures de Brodatz. Ces textures ont été choisies pour leur caractère directionnel. Plus précisément, la dimension intrinsèque de ces textures, qui est un descripteur d'une structure dans l'image, est de dimension 1 (1iD) et 2 (2iD) [6]. Ce qui signifie, dans le cas 1iD, que la représentation fréquentielle est nulle partout sauf sur une direction. La phase et l'orientation sont alors suffisantes pour décrire la géométrie et la structure de l'image étudiée. Des exemples de texture 1iD sont représentés à la figure 1.

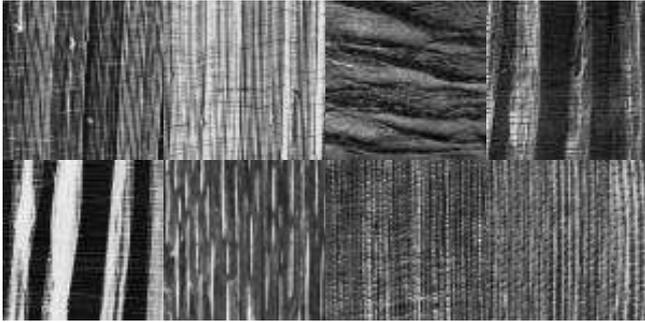


Figure 1: Texture de Brodatz intrinsèquement 1D

Dans le cas de texture 2iD, la représentation dans le domaine spatial varie dans 2 directions comme cela est représenté à la figure 2.

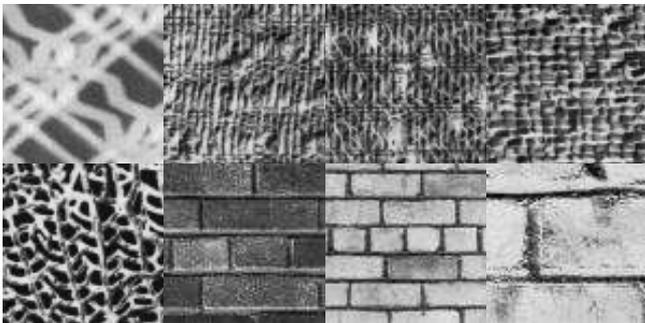


Figure 2: Texture de Brodatz intrinsèquement 2D

Le choix des textures intrinsèquement 2iD ou 1iD permet de limiter le nombre de sous-bandes lors de la décomposition multi-échelle et d'obtenir des distributions unimodales avec une concentration plus étroite.

Chacune des textures a été découpée en 16 sous-images. L'ensemble des 400 images, ainsi construit, a été soumis à un schéma d'indexation. Chacune des textures est décomposée selon une pyramide orientée composée de 2 échelles et 6 orientations. Pour chaque sous-bande orientée, une modélisation des modules et des orientations est réalisée.

Dans la figure 4, nous montrons les histogrammes empiriques du module et des orientations dans le cas d'une sous-bande particulière de la texture D84, représentée à la figure 3.

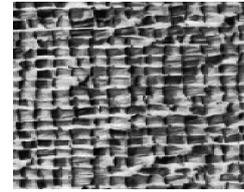


Figure 3: Texture D84

Nous avons représenté sur chaque histogramme, l'ajustement de chacune des lois citées plus haut : la loi gamma pour le module et les différentes lois circulaires pour les orientations, à savoir la distribution de von Mises, le modèle de mélange et enfin la  $\psi$ -distribution.

Deux métriques ont été testées : une distance  $L^1$ , qui s'effectue sur les paramètres des lois et la divergence de Kullback-Leibler calculée à partir de ces mêmes paramètres. L'expression de la divergence de Kullback-Leiber est définie dans la partie précédente pour les lois Gamma (4) et von Mises (6) et, en approximation, pour le modèle de mélange (8). En revanche, elle n'est pas disponible pour la  $\psi$ -distribution.

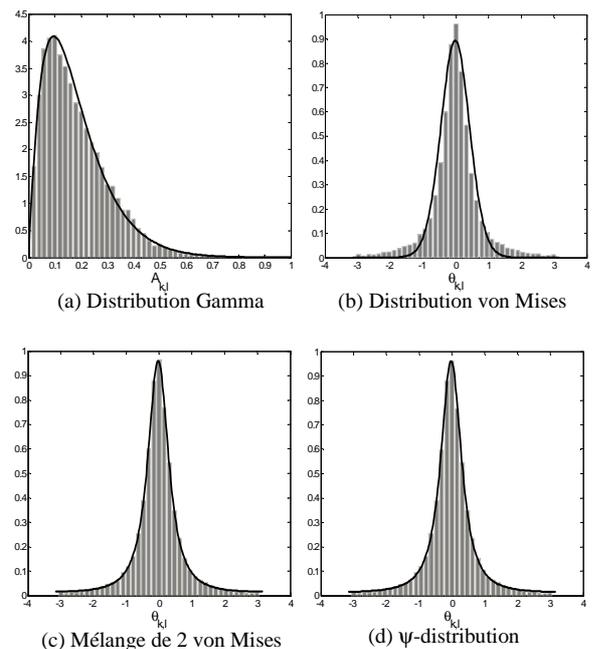


Figure 4 : Histogramme empirique des modules et ajustement d'une loi gamma (a). Histogrammes empiriques des orientations et ajustements des différentes lois circulaires (b,c,d) pour la sous bande ( $N_{sc}=1, N_{or}=3$ ).

Nous observons que malgré une bonne approximation de l'histogramme empirique d'orientation par la  $\psi$ -distribution (figure 4(d)), les performances obtenues sont moyennes (51.15%). Ceci est la conséquence de la méthode d'estimation des paramètres. En effet pour cette distribution, il n'existe pas de forme analytique. L'estimation du paramètre s'effectue à partir d'une méthode des moindres carrés. Le  $\psi$  peut prendre alors parfois des valeurs énormes qui influencent les valeurs des autres paramètres. De

plus, la distance  $L^1$  qui compare la totalité des paramètres entraînant une diminution du poids de certains d'entre eux, influe sur les performances.

Dans le cas de la distribution de von Mises, nous observons (figure 4(b)) que la loi prend mal en compte la queue de distribution, pourtant les résultats de classification montrent de meilleures performances que la  $\psi$ -distribution ( $D_{KLvM} = 84.5\%$ ,  $D_{L^1} = 71.4\%$ ).

D'où l'idée d'utiliser un modèle qui complète la distribution de von Mises en améliorant l'ajustement aux histogrammes empiriques. Dans la figure 4(c), nous avons représenté le modèle de mélange, dont les paramètres sont estimés à partir d'un algorithme EM [7]. Nous avons utilisé 2 modes. Le test sur un nombre supérieur de modes a été effectué mais n'entraîne aucune amélioration. Ce modèle de mélange permet une meilleure approximation de l'histogramme empirique d'orientations, mais également permet d'atteindre de meilleures performances ( $D_{KLvM} = 85.9\%$ ,  $D_{L^1} = 69.78\%$ ). On remarque également qu'il permet une meilleure classification que le modèle Gamma ( $D_{KLgam} = 84.7\%$ ,  $D_{L^1} = 72.02\%$ ) appliqué à la distribution des modules.

Si nous considérons que les informations de module et d'orientation sont indépendantes, nous pouvons utiliser pour l'indexation la somme des divergences de Kullback-Leiber de la distribution gamma et du modèle de mélange [2]. Dans le cas d'une distance  $L^1$ , nous prenons en compte les vecteurs des différents paramètres. Le tableau 1, présente les différents taux d'indexation obtenus. Le fait de considérer simultanément les modèles circulaire et linéaire améliore les performances d'indexation.

**Tab 1: Taux d'indexation des textures de taille 128 x 128 calculés pour la combinaison les distributions circulaires et la distribution gamma (pour le module) à partir des divergences de Kullback-Leiber et des distances  $L^1$**

	Distance $L^1$	Divergence de Kullback-leiber
Gamma	72.02%	84.7%
vM	71.4%	84.5%
MvM	69.78%	85.6%
$\psi$ -distribution	51.15%	X
MvM +Gamma	74.9%	89.35%
vM+ Gamma	78.9%	88.51%
$\psi$ -distribution+Gamma	62.34 %	X
MvM +Gamma	74.9%	89.35%

## 5 Conclusion

Les performances d'indexation obtenues en modélisant les données d'orientations par des lois circulaires montrent que, pour des textures intrinsèquement 1D, nous parvenons à de meilleurs résultats qu'avec une modélisation linéaire des informations de module, i.e. d'énergie, seules. De plus, nous avons montré que le fait de combiner les données circulaires et linéaires améliore la discrimination des textures. L'utilisation de deux métriques différentes montre que malgré un modèle correspondant mieux aux données empiriques, les résultats d'indexation obtenus avec une métrique  $L^1$ , sur la loi  $\psi$ , sont faibles comparés à ceux obtenus à partir des divergences de Kullback-Leiber sur des lois moins pertinentes. Des études complémentaires porteront sur l'établissement d'un modèle joint entre l'orientation et le module, en considérant la dépendance entre les données de module, linéaires, et les données d'orientation, circulaires.

## 6 Références

- [1] J. Portilla and E.P. Simoncelli, "A parametric texture model based on joint statistics of complex wavelet coefficient", International Journal of computer Vision, 40 (1). 49-71, 2000
- [2] E. de Ves and al. "A New-based Texture Descriptor for Image retrieval", Computer Analysis of Image and Pattern, Springer Berlin. 895-902, 2007
- [3] K.V. Mardia, P.E. Jupp, "Directional Statistics", Wiley, Chichester, 1999.
- [4] M.C Jones and A.Pewsey, "A family of symmetric distributions on the circle," J. Amer. Statistical Assoc. 100. 472 (2005). 1422-1428
- [5] Minh. N. Do "Fast Approximation of Kullback-Leibler distance for dependence trees and hidden Markov Models" IEEE signal Processing Letters, vol 10, (2003). 115-118
- [6] G.Krieger and Chr.Zetsche, "Non-linear operators for evaluation of local intrinsic dimensionality". Earth surface Processes and Landforms 17. 217-234. (1992).
- [7] A. Banerjee and al." Clustering on the unit hypersphere using von Mises-Fisher distribution", J.of machine learning research 6 (2005). 1-39