

Schéma d'extrapolation de fonctions de partition de champs de Potts. Application à l'analyse d'images en irmf

Laurent RISSER^{1,2}, Thomas VINCENT¹, Philippe CIUCIU¹, Jérôme IDIER²

¹NeuroSpin/CEA, 91191 Gif-sur-Yvette cedex, France

²IRCCyN (CNRS), BP 92101, 1 rue de la Noë, 44321 Nantes cedex 3, France

laurent.risser@gmail.com, thomas.vincent@cea.fr

philippe.ciuciu@cea.fr, Jerome.Idier@irccyn.ec-nantes.fr

Résumé – Nous proposons une méthode rapide d'extrapolation de fonctions de partition de champs de Potts symétriques. Notre approche requiert le pré-calcul de fonctions de partition sur des grilles de référence par une méthode d'estimation robuste. L'estimation sur une grille test consiste alors en l'extrapolation de la fonction de partition d'une grille de référence la plus proche de la grille test au sens d'un critère de similarité. Par rapport à des techniques classiques, nous réduisons ainsi sensiblement le coût de calcul, tout en maîtrisant l'erreur d'approximation. L'application visée concerne la régularisation spatiale adaptative d'un problème de détection-estimation conjointe de l'activité cérébrale en IRM fonctionnelle.

Abstract – We propose a fast extrapolation technique to estimate the partition functions of symmetric Potts fields. Our approach requires the pre-computation of partition functions associated to *reference* grids using a robust technique. Further computation of the partition function on a test grid is then performed by extrapolating the partition function of a reference grid selected according to its similarity with the test grid. In comparison to classical methods, this strongly alleviates the computational burden dedicated for this task, while allowing us to control the approximation error. Our method is applied to the adaptive spatial regularization of the joint detection-estimation of brain activity in functional MRI.

1 Introduction

Les champs de Markov sont couramment employés en restauration et segmentation d'images pour modéliser des informations locales telles que la régularité par morceaux [1]. Afin de rendre ce genre d'approches non supervisées, il est nécessaire d'estimer les différents hyperparamètres intervenant dans le modèle markovien. Ceci requiert la connaissance de la fonction de partition (FP) du champ de Markov. À l'exception de quelques cas très particuliers comme les champs unilatéraux [2], cette fonction n'admet pas d'expression explicite et son calcul numérique exact s'avère impossible notamment en 3D. Dès lors, il devient opportun de l'estimer précisément à l'aide d'un algorithme efficace et peu coûteux tel que le *path sampling* [3]. Néanmoins, cette approche devient impraticable lorsque l'on doit estimer un grand nombre de fonctions de partition associées à des champs définis sur des grilles de taille ou de topologie différente. La présente contribution apporte une réponse efficace à cette situation particulière. Dans [4, 5], nous avons proposé deux schémas rapides d'extrapolation pour les champs de Ising 3D. Ici, nous proposons de généraliser l'approche [5] au cas des champs de Potts.

En Section 2, nous motivons ce travail en énonçant le contexte applicatif de détection-estimation conjointe de

l'activité cérébrale en Imagerie par Résonance Magnétique fonctionnelle (IRMf). Afin d'obtenir une régularisation spatiale adaptative, nous estimons pour chacune des parcelles du cerveau la FP d'un champs de Potts symétrique à trois classes utilisé pour classifier les voxels comme activés, inactivés ou désactivés en réponse à un stimulus expérimental. Après une brève description de la méthode du *path sampling* [3] pour l'analyse de FPs, nous décrivons en section 3 l'extension de la méthode proposée dans [5]. Nous l'illustrons ensuite sur données réelles en Section 4 sur le problème d'imagerie cérébrale fonctionnelle suscité.

2 Détection-estimation en IRMf

L'algorithme de détection-estimation conjointe (DEC) proposé dans [6, 7] suppose le cerveau préalablement subdivisé en $\mathcal{P} = (\mathcal{P}_\gamma)_{\gamma=1:\Gamma}$ parcelles connexes, chacune ayant des propriétés fonctionnelles homogènes [8]. Chaque parcelle \mathcal{P}_γ , contenant les voxels $(V_j)_{j=1:J}$, est alors caractérisée par un modèle dynamique du signal BOLD (Blood Oxygen Level Dependent). Ce dernier consiste en l'estimation d'un seul filtre hémodynamique \mathbf{h}_γ quelque soit le nombre de conditions expérimentales du paradigme. Dans une parcelle \mathcal{P}_γ , les fluctuations de signal BOLD dues à un stimulus donné sont cependant encodées par des amplitudes va-

riables en chaque voxel $\mathbf{a} = (a_j^m)_{j=1:M}^{m=1:M}$, où m représente le type de stimulus. Le décourt temporel du signal d'IRMF au voxel $V_j \in \mathcal{P}_\gamma$ est alors : $\mathbf{y}_j = \sum_{m=1}^M a_j^m \mathbf{x}^m \star \mathbf{h}_\gamma + \mathbf{b}_j$, où \mathbf{x}^m est le m^e vecteur binaire des stimuli et \mathbf{b}_j représente le bruit corrélé [7, 6]. Dans le cadre bayésien, des lois *a priori* sont introduites sur les inconnues $(\mathbf{a}, \mathbf{h}_\gamma)$ [7]. Des modèles de mélange gaussien spatiaux (MGS) sont exprimés sur \mathbf{a} par l'introduction de variables cachées $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_j^m)_{j=1:M}^{m=1:M}$ représentant l'état du voxel V_j . Il peut être activé en réponse au stimulus m ($q_j^m = 1$), inactivé ($q_j^m = 0$) voire désactivé ($q_j^m = -1$). Ainsi, des champs de Potts cachés, symétriques à trois classes, sont introduits sur ces états :

$$\Pr(\mathbf{q}^m | \beta_m) = Z(\beta_m)^{-1} \exp(\beta_m U(\mathbf{q}^m)), \quad (1)$$

avec $Z(\beta_m) = \sum_{\mathbf{q}^m \in \{-1,0,1\}^n} \exp(\beta_m U(\mathbf{q}^m))$

où $U(\mathbf{q}^m) = \sum_{i \sim j} I(q_i^m = q_j^m)$ est "l'énergie négative" globale et $I(A) = 1$ lorsque A est vrai et 0 sinon. Ici, $i \sim j$ désigne les cliques constituées de paires de voxels du premier ordre, c'est-à-dire la 6-connexité. Le paramètre $\beta_m \geq 0$ contrôle la quantité de corrélation spatiale entre les composants de \mathbf{q}^m , et $Z(\beta_m)$ désigne la fonction de partition. Le MGS *a priori* s'écrit alors :

$$p(\mathbf{a} | \Theta_{\mathbf{a}}) = \prod_m \left\{ \sum_{\mathbf{q}^m} \left[\prod_j f(a_j^m | q_j^m, \theta_m) \right] \Pr(\mathbf{q}^m | \beta_m) \right\}$$

où $f(a_j^m | q_j^m = i) \sim \mathcal{N}(\mu_{i,m}, v_{i,m})$. Les paramètres $\mu_{i,m}$ et $v_{i,m}$ définissent la moyenne et variance *a priori* des classes $i = 0, \pm 1$, respectivement $\forall m$. Introduisons θ_m qui regroupe les paramètres $\{\mu_{0,m}, \mu_{1,m}, v_{0,m}, v_{1,m}, \beta_m\}$. Les échantillons de la loi *a posteriori* $p(\mathbf{h}_\gamma, \mathbf{a}, \mathbf{q}, \Theta | \mathbf{y})$ sont simulés à l'aide d'un échantillonneur de Gibbs et les moyennes *a posteriori* sont calculées à partir de ces réalisations. Nous nous focalisons dans ce papier sur la simulation de β_m réalisé par une marche aléatoire *symétrique* de Metropolis-Hastings : à chaque itération k , un candidat $\beta_m^{(k+1/2)} \sim \mathcal{N}(\beta_m^{(k)}, \sigma_\epsilon^2)$ est généré. Il est accepté (*i.e.*, $\beta_m^{(k+1)} = \beta_m^{(k+1/2)}$) avec la probabilité : $\alpha(\beta_m^{(k)} \rightarrow \beta_m^{(k+1/2)}) = \min(1, A_{k,k+1/2})$, où le rapport $A_{k,k+1/2}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} A_{k,k+1/2} &= \frac{p(\beta_m^{(k+1/2)} | \mathbf{q}_m^{(k)})}{p(\beta_m^{(k)} | \mathbf{q}_m^{(k)})} = \frac{p(\mathbf{q}_m^{(k)} | \beta_m^{(k+1/2)}) p(\beta_m^{(k+1/2)})}{p(\mathbf{q}_m^{(k)} | \beta_m^{(k)}) p(\beta_m^{(k)})} \\ &= \frac{Z(\beta_m^{(k)})}{Z(\beta_m^{(k+1/2)})} \exp\left(\left(\beta_m^{(k+1/2)} - \beta_m^{(k)}\right) U(\mathbf{q}_m^{(k)})\right), \end{aligned}$$

pour un *a priori* uniforme sur β_m . Cette étape de simulation nécessite donc l'estimation de rapports de $Z(\cdot)$ ou de différences de log-FP pour toutes les parcelles \mathcal{P}_γ avant d'explorer les lois *a posteriori*. Ceci a motivé le développement de techniques rapides pour approcher ces constantes.

3 Estimation de $Z(\cdot)$

3.1 Formulation du problème

Nous nous intéressons ici à l'estimation de fonctions de partition Z de champs de Potts symétriques à L classes sur un graphe 3D \mathcal{G} . Z étant fonction de la géométrie du graphe \mathcal{G} et de L , son évaluation exacte est impossible en un temps acceptable. Il est donc crucial d'utiliser des techniques d'estimation rapide de FPs pour rendre les méthodes non supervisées utilisables en pratique.

3.2 Path sampling

L'algorithme de *path sampling* est une méthode d'estimation de FPs efficace et robuste. Il tire son inspiration de l'échantillonnage d'importance [3], qui s'appuie sur :

$$\ln \widehat{Z}(\beta) \simeq \ln Z(\beta_0) - \ln N + \ln \sum_n \exp((\beta_0 - \beta) U(\mathbf{q}_n))$$

où $Z(\beta_0)$ est connue ($Z(0) = L^I$) et $(\mathbf{q}_n)_{n=1:N}$ sont N réalisations du champ de Potts défini par $\Pr(\mathbf{q} | \beta_0)$. La grille discrète de valeurs de $\beta_k = k\Delta\beta$ peut être assez fine (*e.g.*, $\Delta\beta = 0.01$). Le *path sampling* permet d'estimer des FPs dans un temps raisonnable pour un ensemble réduit de grilles¹. Ce temps devient prohibitif lorsqu'on travaille avec plusieurs centaines de grilles comme dans notre application en IRMF. Dans la suite, nous utilisons cette méthode pour calculer les estimées $(\ln \widehat{Z}_{\mathcal{G}_p}(\beta))_{p=1:P}$ dites *de référence* sur quelques grilles distinctes \mathcal{G}_p . Ces estimées sont ensuite utilisées pour calculer les estimées de FPs sur de nombreuses grilles dites *de test*. Pour simplifier la rédaction du document, nous noterons \mathcal{T} une de ces grilles test et $\ln \widehat{Z}_{\mathcal{T}}(\beta)$ la log-FP associée.

3.3 Schéma d'extrapolation bilinéaire

Dans [4], nous avons proposé une extrapolation bilinéaire pour estimer la fonction de partition $Z_{\mathcal{T}}$ d'un champ de Ising symétrique sur \mathcal{T} étant donné $(\ln \widehat{Z}_{\mathcal{G}_p}(\beta))_{p=1:P}$. La première étape est une régression bilinéaire $\forall \beta_k$ en fonction du nombre de cliques $c_{\mathcal{G}_p}$ et de sites $s_{\mathcal{G}_p}$:

$$(\widehat{a}_k, \widehat{b}_k, \widehat{c}_k) = \arg \min \sum_{p=1}^P \left\| \ln \widehat{Z}_{\mathcal{G}_p}(\beta_k) - a_k c_{\mathcal{G}_p} - b_k s_{\mathcal{G}_p} - c_k \right\|^2.$$

La valeur de $\ln Z_{\mathcal{T}}(\beta_k)$ est ensuite approchée par $\ln \widetilde{Z}_{\mathcal{T}}(\beta_k) = \widehat{a}_k c_{\mathcal{T}} + \widehat{b}_k s_{\mathcal{T}} + \widehat{c}_k$. Cette approche donne une très bonne estimation sur des graphes petits et irréguliers. Son extension aux champs de Potts est sans difficulté mais s'avère insuffisante dans les situations où l'ensemble des graphes de référence $(\mathcal{G}_p)_{p=1:P}$ sont hétérogènes, car les coefficients de régression sont alors peu précis pour estimer $\ln Z_{\mathcal{T}}$.

¹ de l'ordre d'une minute pour une grille contenant 8^3 sites.

3.4 Schéma d'extrapolation min-max

Afin d'exploiter des graphes de référence hétérogènes et disposer d'erreurs d'approximation, nous avons proposé dans [5] un schéma d'extrapolation *min-max* pour les champs de Ising 3D. Ses propriétés étant adaptées à l'approche DEC en IRMF, nous l'étendons ici au cas des champs de Potts symétriques.

Notre algorithme procède en deux étapes : 1) selon [9], les FP de référence $\widehat{Z}_{\mathcal{G}_p}(\beta_k)$ sont estimées à l'aide du path-sampling. Les topologies des grilles de référence $(\mathcal{G}_p)_{p=1:P}$ peuvent être variées pour couvrir un maximum de configurations réalistes. 2) Pour chaque grille test \mathcal{T} , $\log Z_{\mathcal{T}}$ est approché avec une *seule* log-FP de référence au sein de $(\log \widehat{Z}_{\mathcal{T}_p}(\beta))_{p=1:P}$. Soit $r_{\mathcal{T}} = \sigma_{n,\mathcal{T}}/\mu_{n,\mathcal{T}}$ une mesure d'homogénéité de grille où $\mu_{n,\mathcal{T}}$ et $\sigma_{n,\mathcal{T}}$ sont respectivement le nombre moyen de voisins par site sur \mathcal{T} et l'écart type correspondant. Notons que \mathcal{T} est d'autant plus régulière que $r_{\mathcal{T}}$ est faible. En utilisant ce critère, nous introduisons une mesure de similarité : $\mathcal{L}_{\mathcal{T}}(\mathcal{G}_p) = \|r_{\mathcal{T}} - r_{\mathcal{G}_p}\|^2$, qui permet de choisir la grille de référence \mathcal{G}_{ref} la plus proche de \mathcal{T} conjointement avec le critère d'approximation d'erreur $\mathcal{A}_{\mathcal{T}}(\beta, \mathcal{G}_p)$ donné par :

$$\mathcal{A}_{\mathcal{T}}(\beta, \mathcal{G}_p) = \frac{\|\log Z_{\mathcal{T}}(\beta) - \log \widehat{Z}_{\mathcal{T}}(\beta, \mathcal{G}_p)\|^2}{\|\log Z_{\mathcal{T}}(\beta)\|^2}, \quad (2)$$

$$\log \widehat{Z}_{\mathcal{T}}(\beta, \mathcal{G}_p) = \left(\frac{c_{\mathcal{T}}}{c_{\mathcal{G}_p}} (\log \widehat{Z}_{\mathcal{G}_p}(\beta) - \log L) + \log L\right). \quad (3)$$

Ici, $(c_{\mathcal{T}}, c_{\mathcal{G}_p})$ et $(s_{\mathcal{T}}, s_{\mathcal{G}_p})$ sont le nombre de cliques et de sites des champs de Potts définis sur \mathcal{T} et \mathcal{G}_p , respectivement. $\widehat{Z}_{\mathcal{T}}(\beta, \mathcal{G}_p)$ correspond à l'estimée de $Z_{\mathcal{T}}(\beta)$ calculée avec \mathcal{G}_p . Notons de même que les FP test et de référence sont calculées pour le même nombre de classes L . Notre formule d'extrapolation (3) est construite à partir de deux principes directement dérivés de la définition de la FP : *i.*) une erreur d'approximation asymptotiquement non biaisée ($\lim_{\beta \rightarrow +\infty} \mathcal{A}_{\mathcal{T}}(\beta, \mathcal{G}_p) = 0$) et *ii.*) une approximation exacte de la dérivée première de $\log Z_{\mathcal{T}}(\beta)$ pour $\beta \rightarrow 0^+$.

Une propriété intéressante de notre formule d'extrapolation (3) est qu'elle permet le calcul analytique de l'erreur d'approximation $\mathcal{A}(0, \mathcal{G}_p)$, une valeur pour laquelle l'erreur d'approximation (2) est maximale quand $\mathcal{L}_{\mathcal{T}}(\mathcal{G}_p)$ est suffisamment faible. Cette propriété a été vérifiée empiriquement sur plus de 300 champs de Ising simulés sur des grilles régulières ou non. La grille de référence est sélectionnée suivant un principe *min-max* qui consiste à minimiser l'erreur $\mathcal{A}(0, \mathcal{G}_p)$ sur toutes les grilles de référence $(\mathcal{G}_p)_{p=1:P}$ pour lesquelles \mathcal{T} et \mathcal{G}_p sont similaires :

$$\mathcal{G}_{\text{ref}} = \arg \min_{(\mathcal{G}_p)_{p=1:P}} \mathcal{A}_{\mathcal{T}}(0, \mathcal{G}_p) \quad \text{subject to } \mathcal{L}_{\mathcal{T}}(\mathcal{G}_p) \leq \epsilon \quad (4)$$

$$\text{avec } \mathcal{A}_{\mathcal{T}}(0, \mathcal{G}_p) \triangleq |(s_{\mathcal{T}} - 1) - c_{\mathcal{T}}(s_{\mathcal{G}_p} - 1)/c_{\mathcal{G}_p}|^2/s_{\mathcal{T}}^2 \quad (5)$$

où ϵ est un seuil positif fixé à la main². En pratique, nous calculons d'abord $\mathcal{L}_{\mathcal{T}}(\mathcal{G}_p)$ et $\mathcal{A}_{\mathcal{T}}(0, \mathcal{G}_p)$, $\forall \mathcal{G}_p$ et gardons

²nous avons utilisé $\epsilon = 0.02$ dans nos tests.

seulement le sous ensemble de grilles de référence \mathcal{S} pour lequel la contrainte $\mathcal{L}_{\mathcal{T}}(\mathcal{G}_p) \leq \epsilon$ est vérifiée et $\mathcal{A}_{\mathcal{T}}(0, \mathcal{G}_p)$ est sous un autre seuil (typiquement 4%). Si \mathcal{S} est vide, $\log Z_{\mathcal{T}}(\beta)$ est estimé par un schéma de path-sampling. Dans le cas contraire, au cours d'une deuxième étape, \mathcal{G}_{ref} est extrait de \mathcal{S} comme le minimiseur de $\mathcal{A}_{\mathcal{T}}(0, \mathcal{S})$ et l'estimée $\log \widehat{Z}_{\mathcal{T}}(\beta, \mathcal{G}_{\text{ref}})$ est donnée par l'Eq. (3).

La méthode illustrée Fig. 1 avec $P = 4$: en comparant la distance entre les courbes vertes et la rouge à $\beta = 0$, montre que $\log \widehat{Z}_{\text{ref}}$ est la courbe la plus proche au dessus de l'estimée robuste $\log \widehat{Z}_{\mathcal{T}}$ (en rouge) obtenue par path-sampling. Notre approximation $\log \widehat{Z}_{\mathcal{T}}$ représentée par des croix (+) est en effet superposée avec $\log \widehat{Z}_{\mathcal{T}}$.

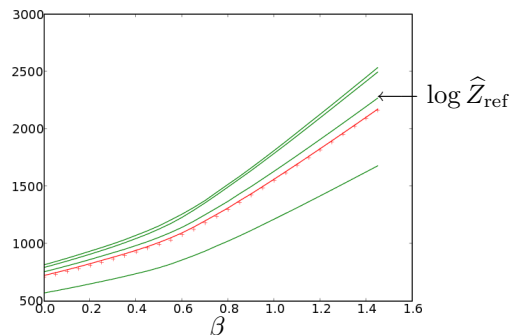


FIG. 1 – En vert, les log-FPs de référence $(\log \widehat{Z}_{\mathcal{G}_p}(\beta_k))_{p=1}^4$. En rouge, la log-FP test calculée par path-sampling $\log \widehat{Z}_{\mathcal{T}}$. En \times , l'estimée de la log-FP $\log \widehat{Z}_{\mathcal{T}}$ par (3).

4 Résultats de simulation

Une première validation est opérée sur champs observés où nous comparons notre schéma d'extrapolation au *path sampling*. La Fig. 2 expose les résultats d'une étude Monte Carlo portant sur l'estimation de β au sens du maximum de vraisemblance. Les deux approches donnent des résultats similaires et quasi exacts pour $\beta \in [0; 0,6]$ et sont toutes deux sous-optimales pour $\beta \in [0,6; 1,1]$.

Nous comparons ensuite l'approche DEC supervisée à son extension non-supervisée. Les simulations sont réalisées à faible RSB avec des cartes d'activation ne dérivant pas *a priori* de Potts. Les signaux IRMF synthétiques sont générés selon un paradigme comportant deux conditions. Nous ne montrons que les résultats d'une seule condition ($m = 1$), par manque de place. La Fig. 3(a) montre qu'un mauvais choix de β ($\beta = 0,2$) dans le cadre supervisé se traduit par une confusion entre les classes activée et désactivée, tandis que la version non-supervisée Fig. 3(b) produit des labels identiques à ceux simulés (non montrés). Ces résultats sont confirmés par les estimés des composantes du mélange *a posteriori* où le cas supervisé conduit à une dégénérescence pour la classe activée (Fig. 4(a)) alors que la version adaptative Fig. 4(b) produit des composantes bien séparées et conformes aux valeurs simulées.

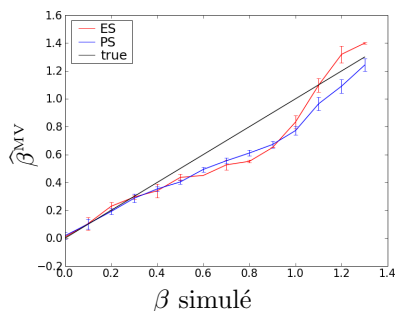


FIG. 2 – Comparaison de la méthode d’extrapolation (en rouge) à celle du path-sampling (en bleu) pour estimer β sur champ observé.

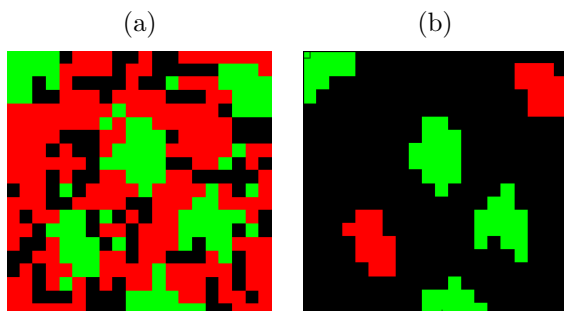


FIG. 3 – Labels estimés $(\hat{q}^1)^{\text{MAP}}$. (a) : version supervisée à $\beta=0.2$ et (b) : version non supervisée. En noir : inactivations, rouge : déactivations, vert : activations.

La Fig. 5 illustre le comportement de l’approche supervisée sur une grille de valeurs de β . Un mauvais réglage produit une décroissance significative des taux de bonne classification des labels inactivés (bleu) et déactivés (rouge) pour $\beta \leq 0,8$ et $\beta \geq 1,2$. La version non-supervisée fournit en revanche une estimée $\hat{\beta} = 0.92$ (voir \diamond), qui se trouve être justement dans la plage de valeurs optimales $[0,8; 1,5]$ au sens de la maximisation des taux de bonne classification. pour une large plage de β .

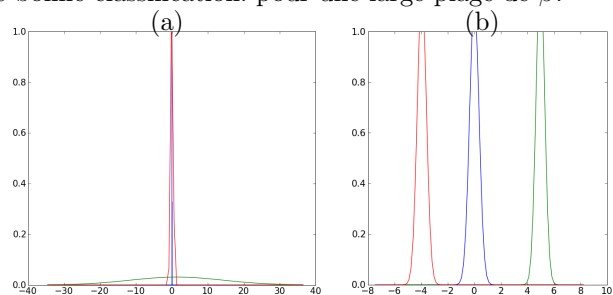


FIG. 4 – Mélange *a posteriori* à 3 classes estimé. (a) : version supervisée ($\beta=0.2$) ; (b) : version non supervisée. Bleu : classe inactivée, rouge : déactivée, vert : activée.

5 Conclusion

Nous avons proposé une extension aux champs de Potts symétriques d’un schéma min-max d’extrapolation de fonctions de partition et illustré son intérêt sur une applica-

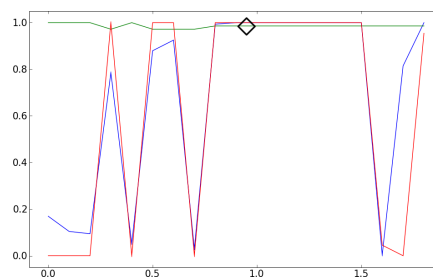


FIG. 5 – Taux de bonne classification des $(\hat{q}^1)^{\text{MAP}}$ dans le cas supervisée à différentes valeurs de β fixé. En bleu : classe inactivée, rouge : classe déactivée, vert : classe activée.

tion en IRMf pour la détection des activations/inactivations et déactivations au sein d’un schéma de régularisation spatiale non supervisée. L’approche résultante fournit des taux de bonne classification bien meilleure que son alternative supervisée. En guise de perspective, nous explorerons l’impact de ce travail sur données réelles dans le cadre de l’épilepsie source de déactivations.

Références

- [1] S. Geman et D. Geman, « Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images », *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 6, 6, pp. 721–741, nov. 1984.
- [2] Y. Goussard, J. Idier et A. De Cesare, « Unsupervised image segmentation using a telegraph parameterization of Pickard random fields », in *Proc. IEEE ICASSP*, Munich, Allemagne, avr. 1997, pp. 2777–2780.
- [3] A. Gelman et X.-L. Meng, « Simulating normalizing constants : from importance sampling to bridge sampling to path sampling », *Stat. Sci.*, vol. 13, pp. 163–185, 1998.
- [4] L. Risser, J. Idier et P. Ciuciu, « Bilinear extrapolation scheme for fast estimation of 3D Ising field partition function. Application to fMRI time course analysis. », soumis à *Proc. IEEE ICIP*, Gif-sur-Yvette, France, fév. 2009.
- [5] L. Risser, T. Vincent, P. Ciuciu et J. Idier, « Robust extrapolation scheme for fast estimation of 3D Ising field partition functions. application to within-subject fMRI data analysis. », *MICCAI’09*, Londres, UK, sep. 2009.
- [6] S. Makni, J. Idier, T. Vincent, B. Thirion, G. Dehaene-Lambertz et P. Ciuciu, « A fully Bayesian approach to the parcel-based detection-estimation of brain activity in fMRI », *Neuroimage*, vol. 41, 3, pp. 941–969, juil. 2008.
- [7] T. Vincent, P. Ciuciu et J. Idier, « Spatial mixture modelling for the joint detection-estimation of brain activity in fMRI », in *32th Proc. IEEE ICASSP*, Honolulu, Hawaii, USA, avr. 2007, vol. 1, pp. 325–328.
- [8] B. Thirion, G. Flandin, P. Pinel, A. Roche, P. Ciuciu et J.-B. Poline, « Dealing with the shortcomings of spatial normalization : Multi-subject parcellation of fMRI datasets », *Hum. Brain Mapp.*, vol. 27, 8, pp. 678–693, 2006.
- [9] A. Trillon, J. Idier et P. Peureux, « Unsupervised Bayesian 3D reconstruction for non-destructive evaluation using gammagraphy », in *EUSIPCO*, Lausanne, Suisse, 2008.