

Etude de sensibilité des performances d’algorithmes d’analyse spectrale appliqués à l’auscultation radar de matériaux dispersifs du génie civil

Khaled CHAHINE¹, Vincent BALTAZART¹, Yide WANG², Cédric LE BASTARD³

¹Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, BP 4129, F-44341 Bouguenais cedex, France

²Ecole Polytechnique de l’Université de Nantes, BP 50609, F-44306 Nantes cedex 3, France

³Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées, ERA 17, BP 69, F-49136 Les Ponts-de-Cé, France

khaled.chahine@lcpc.fr, vincent.baltazart@lcpc.fr, yide.wang@univ-nantes.fr,
cedric.lebastard@developpement-durable.gouv.fr

Résumé – Cet article étudie l’influence d’une loi de dispersion particulière (loi de Jonscher) sur les performances de trois algorithmes d’estimation de retards (root-MUSIC, ESPRIT et MP), appliqués à l’auscultation radar (GPR) de matériaux dispersifs du génie civil. L’algorithme proposé résout le problème de TDE après linéarisation au premier ordre de la phase. Cette approche permet à la fois d’interpréter le comportement des algorithmes, d’étudier la sensibilité de leurs performances et d’évaluer une solution pour corriger le biais d’estimation.

Abstract – In this paper, we investigate the effects of a particular frequency-dependent attenuation law (Jonscher’s law) on the performance of three time delay estimation (TDE) techniques applied to ground penetrating radar (GPR) data, namely root-MUSIC, ESPRIT and MP. The proposed algorithm solves the TDE problem after a first-order approximation of the phase. The solution enables to explain the behavior of algorithms within a dispersive medium, to carry out the sensitivity analysis and to assess the reliability of a correction to compensate for the bias.

1 Problématique

Dans le domaine du génie civil, le radar géophysique (ou GPR pour Ground Penetrating Radar) est un outil d’auscultation non destructive de sols [8], d’ouvrages en béton ou de chaussées [7, 13, 17]. La mesure de retard de propagation des différents échos est un paramètre important pour interpréter les mesures et déterminer la géométrie du milieu stratifié et/ou localiser des défauts.

Dans ce contexte, la littérature considère le plus souvent le cas d’un milieu sans dispersion et à faibles pertes. Les différents échos sont alors simplement des copies retardées de l’impulsion radar sans déformation. De nombreux algorithmes existent pour résoudre ce problème d’analyse spectrale [14].

En pratique, la présence d’eau dans le matériau, son hétérogénéité et le matériau lui-même provoquent l’atténuation du signal propagé. Ce phénomène est traduit par une variation fréquentielle de la constante diélectrique effective du milieu. L’atténuation réduit la profondeur d’investigation, et la dispersion déforme l’ondelette radar (dissymétrie notamment), et donc apporte un biais sur la localisation des interfaces du milieu [1, 18].

L’objectif général de ce travail est de proposer des mé-

thodes de traitement pour l’auscultation radar d’un milieu stratifié, et adaptées à une loi de dispersion particulière (loi de Jonscher [11]) utilisée en géophysique depuis une vingtaine d’années pour différentes applications [2, 3, 9]. Dans ce contexte, les méthodes ont pour objectif d’estimer conjointement pour chacune des couches, un retard de propagation et un paramètre de dispersion (estimation 2D).

Cet article propose de résoudre ce problème d’estimation par linéarisation au premier ordre de la phase. Cette approche permet à la fois d’interpréter le comportement de trois algorithmes d’analyse spectrale (root-MUSIC, ESPRIT [14] et MP [10, 16]) dans un milieu dispersif, une étude de sensibilité de leurs performances, et finalement d’évaluer une solution pour corriger le biais d’estimation.

2 Modèle du signal dispersif

On établit le modèle du signal pour un milieu stratifié (sols naturels, bétons hydrauliques), composé de $K - 1$ couches homogènes dont on néglige la rugosité de surface et la granularité du matériau aux fréquences radar usuelles (1 à 3 GHz). Chaque couche est caractérisée par son épais-

seur et sa permittivité diélectrique relative $\epsilon_r = \epsilon'_r + i\epsilon''_r$. Dans le modèle de Jonscher, ϵ_r s'écrit sous forme d'une loi en puissance de la fréquence et respecte le principe de causalité des phénomènes physiques à l'origine de la dispersion [3, 18, 2]. Dans sa version la plus simple, ce modèle nécessite l'introduction d'un facteur de qualité Q , défini par l'inverse de la tangente des pertes du matériau, i.e. $Q = \epsilon'_r/\epsilon''_r$, et supposé constant dans la bande. Les deux valeurs extrêmes $Q = 1$ et $Q = \infty$ décrivent respectivement un milieu très dispersif et sans dispersion. Pour les matériaux utilisés en génie civil, le facteur Q est approximativement compris dans l'intervalle [3, 30] d'après [18, 4].

Pour un milieu stratifié de $K - 1$ couches, le modèle général du signal incluant la dispersion s'écrit sous la forme suivante dans le domaine fréquentiel (pour $f \geq 0$) :

$$y(f) = \sum_{k=1}^K c_k(f) \prod_{l=1}^k z_l(f) + b(f) \quad \text{avec :} \quad (1)$$

$$z_l(f) = e^{-2\pi f_r \tau_l (j + \tan[\frac{\pi}{4}(1-n_l)])} \left(\frac{f}{f_r}\right)^{\frac{n_l+1}{2}} \quad (2)$$

où f_r est une fréquence de référence, égale par la suite à la fréquence centrale f_o de l'impulsion radar. La quantité τ_l représente le retard de propagation différentiel induit par la traversée de la couche l . Les termes de phase et d'amplitude sont proportionnels et liés par la quantité $\tan(\frac{\pi}{4}(1-n_l))$, indépendante de la fréquence. Le terme n_l est introduit par commodité d'écriture et se définit en fonction du facteur de qualité Q_l selon [2] :

$$n_l = \frac{2}{\pi} \arctan(Q_l) \quad (3)$$

L'opérateur \prod dans (1) fait apparaître un effet cumulatif (ou effet de mémoire) à la traversée de chaque couche. De ce fait, on peut montrer que le retard de propagation total est une somme pondérée des retards différentiels élémentaires τ_l , multipliés par un coefficient qui dépend du paramètre de dispersion de chacune des couches Q_l .

Dans un milieu dispersif, les amplitudes de échos $c_k(f)$ dépendent de la fréquence (par l'intermédiaire des coefficients de réflexion de Fresnel). Les simulations (cf. Fig. 1, section 4) montrent que les variations de $c_k(f)$ ont une influence moindre que celles du terme de phase dans (2) [1]. On considère dans la suite $c_k(f) \approx c_k(f_o)$ constant dans la bande.

En notant $\Phi_k = [\tau_k \ Q_k]^T$ le vecteur des paramètres à estimer, le modèle du signal peut finalement s'écrire sous la forme matricielle générale suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{c} + \mathbf{b} \quad (4)$$

avec les notations ci-dessous :

$$\mathbf{y} = [y(f_1) \ y(f_2) \ \dots \ y(f_N)]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{c} = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_K]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\Phi_1) \ \mathbf{a}(\Phi_1, \Phi_2) \ \dots \ \mathbf{a}(\Phi_1, \dots, \Phi_K)] \quad (7)$$

$$\mathbf{a}(\Phi_1, \dots, \Phi_k) = [\prod_{l=1}^k z_l(f_1) \ \dots \ \prod_{l=1}^k z_l(f_N)]^T \quad (8)$$

Dans cet article, on propose une solution algorithmique sous l'hypothèse simplificatrice d'une phase linéarisée. Dans le modèle général (4), on considère alors une expression approchée du nombre complexe $z_l(f)$ dans les équations (2) et (8) en utilisant un développement limité au 1er ordre au voisinage de la fréquence centrale f_o de l'impulsion radar [12]. En introduisant la notion de retards de groupe τ_l^G et de phase τ_l^P ($\tau_l^P = \tau_l$ pour $f_r = f_o$), on obtient l'expression linéarisée suivante de (2) :

$$z_l(f) = \exp\left(-2\pi f \tau_l^G \left(j + \tan\left[\frac{\pi}{4}(1-n_l)\right]\right)\right) \quad (9)$$

$$\text{avec le retard de groupe : } \tau_l^G = \left(\frac{n_l+1}{2}\right) \tau_l^P \quad (10)$$

Dans le modèle à phase linéarisée, on peut montrer aisément que l'effet de cumul intervient uniquement sur l'amplitude du signal, et que la phase de chaque écho fait intervenir le retard de groupe total, i.e. $T_k^G = \sum_{l=1}^k \tau_l^G$. Le modèle d'observation ainsi obtenu se démarque à la fois des modèles utilisés dans le domaine géophysique [3, 18] (introduction du retard de groupe, extension au cas des milieux fortement dispersifs, i.e. $1 \leq Q \leq 5$), et des modèles d'exponentielles amorties indépendantes utilisés dans le domaine des radiocommunications [10, 15] (effet de cumul, atténuation et phase proportionnelles).

La validité du modèle approché est assurée dans une bande limitée de fréquences vérifiant $|f - f_o| \leq \alpha(Q)f_o$, avec par exemple, $\alpha(1) \approx 0.5$ et $\alpha(5) \approx 1$ [5]. Enfin, notons que le modèle approché n'est plus causal, ce qui limite les possibilités d'interpréter finement la forme des échos radar.

3 Algorithme

En supposant un échantillonnage fréquentiel uniforme au pas Δf du vecteur (5), la contribution de chaque couche, i.e. le nombre complexe $z_l(f)$ dans la formule (9), devient une pôle d'expression :

$$z_k = \exp\left\{-2\pi \Delta f \tau_k^G \left(j + \tan\left[\frac{\pi}{4}(1-n_k)\right]\right)\right\} \quad (11)$$

D'après l'expression du vecteur directionnel (8), un algorithme va estimer dans le plan complexe la position des pôles $\hat{Z}_k = \prod_{l=1}^k z_l$. Par suite, le rapport \hat{Z}_k/\hat{Z}_{k-1} représente une estimée du pôle élémentaire \hat{z}_k de (11). On déduit les paramètres des couches successives de la partie imaginaire et réelle du pôle z_k respectivement. Tenant compte de (10), on obtient les relations suivantes :

$$\hat{\tau}_k = -\left(\frac{2}{n_k+1}\right) \left[\frac{\Im(\log(\frac{\hat{Z}_k}{\hat{Z}_{k-1}}))}{2\pi \Delta f} \right] \quad (12)$$

$$\text{avec : } \hat{n}_k = 1 - \frac{4}{\pi} \text{atan} \left(\frac{\Re(\log(\frac{\hat{Z}_k}{\hat{Z}_{k-1}}))}{\Im(\log(\frac{\hat{Z}_k}{\hat{Z}_{k-1}}))} \right) \quad (13)$$

où \Re et \Im désignent les parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe. Cette formulation indique que l'erreur

sur les estimées de la couche courante ne se propage pas aux estimées des couches suivantes.

Parmi les algorithmes d'analyse spectrale de la littérature, nous avons sélectionné trois algorithmes permettant d'estimer les pôles z_k de l'éqn. (11). Il s'agit de root-MUSIC, la version polynomiale de MUSIC, ESPRIT et l'algorithme de faisceau de matrices MP. Les deux premiers font partie de la famille des méthodes à sous-espaces dont le principe et le fonctionnement sont abondamment décrits dans [14] par exemple. MP est un algorithme de prédiction linéaire, initialement proposé par [10], amélioré dans [16] et utilisé dans de nombreuses applications, incluant le domaine radar GPR [12].

En comparaison, la plupart des méthodes d'estimation de retard utilisées en géophysique nécessitent un prétraitement pour compenser les effets de dispersion, en supposant connaître le facteur Q de chaque couche [3, 18, 19]. En outre, la solution proposée dans cet article évite deux difficultés théoriques du modèle général (1) : l'estimation des retards de (1) est d'une complexité d'ordre élevé ($2 \times K$) d'une part, et d'autre part, la loi de dispersion non linéaire, en modifiant la structure de Vandermonde des données, perturbe l'identification de l'espace signal [6].

4 Exemples de simulation

On considère une configuration radar simplifiée, qui consiste à éclairer par une onde plane sous incidence verticale, un milieu constitué d'une couche d'épaisseur et de facteur de dispersion Q variables, et terminé par un réflecteur parfait. La partie réelle de la constante diélectrique de la couche ϵ' est fixée à 5.07, et la partie imaginaire ϵ'' varie de sorte que $\epsilon'/\epsilon'' = Q$. Le premier signal rétrodiffusé représente l'écho de surface (sans dispersion) et les signaux suivants, les échos des couches dispersives sous-jacentes. Les simulations s'attachent à tester la sensibilité de trois algorithmes d'analyse spectrale au facteur de dispersion Q , au rapport signal à bruit (RSB) (et au produit $B \times \tau$ (épaisseur de la couche) dans [5]). Pour ce faire, on considère les variations de l'erreur quadratique moyenne relative (EQMR) sur le retard de phase τ , définie ci-dessous et estimée à partir de 100 itérations de Monte Carlo :

$$EQMR(\%) = 100 \times \frac{\sqrt{\frac{1}{U} \sum_{i=1}^U (\hat{\tau}_i - \tau)^2}}{\tau} \quad (14)$$

Les conditions de fonctionnement des trois algorithmes sont légèrement différentes, mais permettent cependant de faire une comparaison de leurs performances. Root-MUSIC et ESPRIT estiment les pôles à partir de la matrice de covariance des données tandis que MP peut directement fonctionner sur le vecteur de données (5). La matrice de covariance est estimée à partir d'un seul *snapshot* par moyennage en sous-bandes de fréquences, pour décorréler suffisamment les échos et obtenir une matrice de

rang plein. La largeur des sous-bandes pour root-MUSIC et ESPRIT (80% de la bande totale [13]) et le *pencil parameter* pour MP (égale à $N/2$ [16]) permettent d'obtenir les performances optimales des algorithmes.

Les données obéissent au modèle général d'observation (1), et comportent 2 échos corrélés. Le vecteur d'observation (5) comporte 100 échantillons fréquentiels espacés de $\Delta f = 10$ MHz dans une bande de fréquences $B = 1$ GHz, centrée autour de 0.7 GHz. La dimension de l'espace signal est fixée au nombre d'échos attendus, i.e. deux. Pour simplifier, l'impulsion radar présente un spectre plat dans la bande de fréquences considérée. En pratique, la mise en oeuvre des trois algorithmes nécessiterait un blanchiment préalable des données par l'impulsion radar. Un bruit blanc gaussien centré est ajouté au signal. Le rapport signal sur bruit est défini à partir de la puissance de la somme des deux échos et de la puissance du bruit. Dans les figures suivantes, on distingue les cas "non corrigé" et "corrigé". Dans le premier cas, la phase du pôle (11) est interprétée en terme de retard de phase directement, ce qui permet de tester l'hypothèse "dispersion négligeable". Dans le second cas, les résultats sont interprétés en terme de retard de groupe ; on applique ensuite la relation (12) pour estimer le retard de phase, ou de manière équivalente, la correction $\frac{2}{n+1}$ sur le retard de groupe d'après l'éqn. (10).

La Fig. 1 montre les variations l'erreur EQMR en fonction du facteur de dispersion Q . L'asymptote horizontale représente l'erreur EQMR en absence de dispersion ($Q = \infty$), pour lequel un modèle de signal conventionnel est adapté, i.e. cissoïdes pures. L'erreur EQMR décroît pour tous les algorithmes en fonction du facteur de qualité, puisqu'une augmentation de Q traduit à la fois un RSB plus fort pour le second écho (moins d'atténuation) et un signal plus proche du modèle conventionnel sans dispersion. Bien que de fonctionnement différent, les trois algorithmes délivrent approximativement la même erreur dans le cas sans correction ; on a vérifié qu'il en était de même avec correction. Par soucis de clarté, nous avons tracé uniquement les résultats de MP avec correction.

En négligeant la dispersion, les algorithmes délivrent un résultat biaisé, correspondant à la différence $\tau^G - \tau^P$, et dont l'amplitude relative s'élève à $\frac{1-n}{2}$ d'après (10). Le biais relatif varie de 25% pour le milieu le plus dispersif, i.e. $Q = 1$, et devient inférieur à 2% pour $Q > 20$. En comparaison, les courbes ($\star - \star$) et ($\diamond - \diamond$) indiquent les performances de l'algorithme avec correction. L'erreur EQMR est plus faible que précédemment, et devient inférieure à 5% pour $Q > 1.5$ approximativement. En tendant vers l'asymptote à partir de $Q > 5$, on montre que les performances de l'algorithme deviennent quasi-optimales. Pour la courbe ($\diamond - \diamond$) (resp. ($\star - \star$)), l'amplitude $c_k(f_0)$ des échos est constant (resp. variable) dans la bande. Le peu de différence obtenue entre ces deux résultats confirme l'hypothèse de la section 2 : les variations de $c_k(f)$ dans

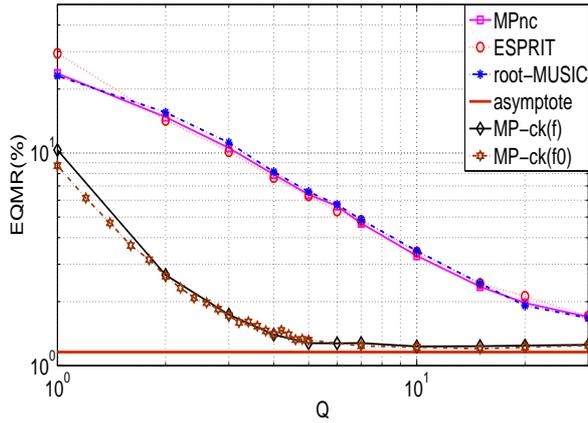


FIG. 1 – Fig. 1 : Variations de l’erreur relative (14) sur le retard différentiel en fonction du facteur Q ; $RSB = 20$ dB ; les performances de root-MUSIC, ESPRIT et MPnc (MP non corrigé) représenteraient les résultats en négligeant la dispersion du milieu ; en comparaison, nous avons appliqué la correction (12) sur le retard pour MP ($\diamond - \diamond$) et ($\star - \star$).

la bande ont une influence moindre que celles du terme de phase dans (2).

La figure 2 indique les variations de l’EQMR en fonction du RSB pour un facteur de qualité $Q = 5$ et une épaisseur de couche de 10 cm, i.e. $B \times \tau = 1.5$. L’asymptote représente comme précédemment les variations de l’EQMR dans un milieu non dispersif. Quand on néglige la dispersion et au delà de 5 dB, l’algorithme MP délivre un résultat biaisé dont l’amplitude est donnée par la quantité $\frac{1-n}{2}$ (6.3% pour $Q = 5$). Les performances obtenues avec correction du retard sont quasi-optimales puisque la courbe obtenue tangente l’asymptote. On observe cependant une déviation de cette tendance à fort RSB, car l’amplitude de l’erreur introduite par le modèle approchée du signal devient supérieure à celle du bruit additif. Inversement, en deçà de 5 dB, l’effet du bruit est supérieur aux erreurs de modèle et les résultats de MP et MPnc sont similaires.

Références

- [1] S. A. Arcone, *Radio Science*, vol. 16, pp. 855-864, 1981.
- [2] M. Bano, *Geophysical Prospecting*, vol. 52, pp. 11-26, 2004.
- [3] S. H. Bickel, R.R. Natarajan, *Geophysics*, vol. 50, pp. 1426-1439, 1985.
- [4] T. Bourdi, J. E. Rhazi, F. Boone, G. Ballivy, *J. Physics D : Applied Physics*, vol. 41, 2008.
- [5] K. Chahine, V. Baltazart, Y. Wang, X. Dérobert, C. LeBastard, congrès Eusipco, Glasgow, 2009

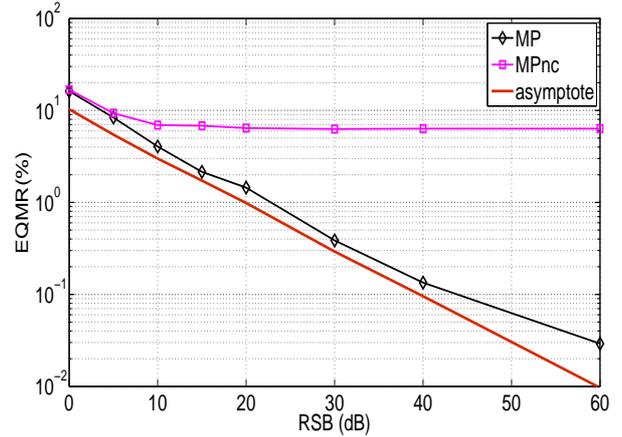


FIG. 2 – Fig. 2 : Variations de l’erreur relative (14) sur le retard différentiel en fonction du RSB pour MP et MPnc (MP non corrigé) ; $Q = 5$, $B \times \Delta\tau = 1.5$.

- [6] K. Chahine, V. Baltazart, Y. Wang, soumis à *Signal Processing*, mai 2009
- [7] X. Dérobert, C. Fauchard, P. côte, E. LeBrusq, E. Guillanton, J-Y. Dauvignac, Ch. Pichot, *J. Applied Geophysics*, vol. 47, pp317-325, 2001
- [8] Grandjean G., Gourry J-C., Bitri A., *J. Applied Geophysics*, 45, 141-156, 2000
- [9] Hollender F., Tillard S., *Geophysics*, 63, 1933-1942, 1998
- [10] Y. Hua, T. K. Sarkar, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. 38, 1990.
- [11] Jonscher A.K., *Nature*, 267, 673-679, 1978
- [12] Langman A., Ph.D. Dissertation, University of Cape Town, 2002.
- [13] Le Bastard C., V. Baltazart, Y. Wang, J. Saillard, *IEEE Trans. on Geosc. and Remote Sensing*, vol. 45, pp. 2511-2519, 2007.
- [14] Marcos S., *Les Méthodes à Haute Résolution*, ouvrage collectif, Hermès, 1998.
- [15] Moghaddar A., Y. Ogawa, E.K. Walton, *IEEE Trans. Antennas Propagation*, vol. 42, Oct. 1994.
- [16] Qiu R. C., I. T. Lu, *IEEE Trans. Vehicular Technology*, vol. 48, Jan. 1999.
- [17] Saarenketo T., Scullion T., *J. Applied Geophysics*, 43, 119-138, 2000
- [18] Turner G., A. Siggins, *Geophysics*, vol. 59, pp. 1192-1200, 1994.
- [19] Wang Y., *Geophysics*, 67, 657-663, 2002

Remerciement :

Les auteurs remercient la Région des Pays de la Loire pour le cofinancement de cette thèse.