

Méthode de type Maximum de Vraisemblance pour la détection d'exoplanètes par imagerie différentielle spectrale et angulaire

Alberto CORNIA^{1,2}, Laurent MUGNIER¹, Jean-François SAUVAGE¹, Nicolas VÉDRENNE¹, Marcel CARBILLET³, Anthony BOCCALETTI², Gérard ROUSSET², Thierry FUSCO¹

¹ONERA – Département d'Optique Théorique et Appliquée
B.P. 72, 92322 Châtillon cedex, France

²Observatoire de Meudon – LESIA
5 place Jules Janssen, 92195 Meudon, France

³Laboratoire Fizeau, Université de Nice Sophia-Antipolis, Observatoire de la Côte d'Azur, CNRS
UMR 6525, Parc Valrose, 06108 Nice Cedex 2, France

alberto.cornia@onera.fr, laurent.mugnier@onera.fr, Jean-Francois.Sauvage@onera.fr,
nicolas.vedrenne@onera.fr, marcel.carbillet@unice.fr, anthony.boccaletti@obspm.fr,
Gerard.Rousset@obspm.fr, thierry.fusco@onera.fr

Résumé – Nous proposons une nouvelle méthode pour la détection directe des exoplanètes depuis le sol, en utilisant l'imagerie différentielle spectrale et angulaire. Cette méthode est fondée sur la technique du Maximum de Vraisemblance appliquée à des « pseudo-données » obtenues en combinant opportunément les images. De cette façon on parvient à l'estimation des positions et des intensités des possibles planètes autour d'une étoile. La méthode a été testée sur des simulations d'images réalistes.

Abstract – We propose a novel method for the efficient direct detection of exoplanets from the ground using spectral and angular differential imaging. The method combines images appropriately into “pseudo-data”, then uses all of them in a Maximum-Likelihood framework to estimate the position and intensity of potential planets orbiting the observed star. The method has been tested on realistic simulations of images.

1 Contexte du travail et problématique

La plupart des exoplanètes découvertes jusqu'à présent ont été détectées par des méthodes indirectes, c'est à dire on n'a jamais été capable de voir les photons provenant de la planète, à cause du très fort contraste en luminosité des deux corps et de leur faible distance angulaire, sauf dans quelques cas très rares. Ce travail s'insère dans le cadre du projet SPHERE (Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet Research), de l'ESO [1]. SPHERE est un instrument dont l'installation est prévue fin 2010 sur le VLT au Chili, destiné principalement à l'étude des exoplanètes par imagerie directe.

Pour atteindre la résolution angulaire requise et diminuer le contraste étoile-planète, SPHERE utilisera un système d'optique adaptative extrême pour compenser la turbulence et un coronographe très performant pour supprimer une grande partie de la lumière de l'étoile.

Pourtant, l'optique adaptative et la coronographie seules ne suffisent pas à distinguer le signal de la planète des « speckles » (ou tavelures) dus aux aberrations résiduelles, qui ont une taille du même ordre de grandeur (λ/D). Il est nécessaire de recourir à un imageur à deux canaux spectraux : en faisant la soustraction entre les images prises aux deux différentes longueurs d'onde il est possible d'éliminer la plupart des aberrations résiduelles [3]. Les deux longueurs d'onde sont choisies de façon à ce qu'il y ait un fort contraste entre les flux de la planète à chacune d'elles.

Mais cela ne suffit toujours pas : il faut aussi élaborer une méthode sophistiquée de traitement d'images, qui exploite aussi l'information temporelle. Dans SPHERE, la pupille est stabilisée au cours de la nuit pour que les aberrations (donc les speckles) restent fixes, alors que le champ tourne et la planète avec lui. On dispose ainsi d'un certain nombre (une centaine à un millier typiquement) de ce que l'on peut appeler « canaux temporels ».

2 Principe de la méthode

Il y a au moins deux approches possibles pour ce problème : la première consiste en l'estimation conjointe du signal de l'étoile et de celui de la planète [2], mais elle s'est avérée n'être pas très efficace à cause de l'évolution des aberrations au cours de la nuit qui rendent très difficile une estimation de l'étoile.

Par contre, si l'on ne considère pas connues les aberrations statiques, mais si l'on suppose qu'elles ne changent que très lentement au cours de la nuit, il est possible d'éliminer leur influence à travers des soustractions appropriées entre les images prises à deux différentes longueurs d'onde et à des instants différents (fig. 1). Cette deuxième approche est celle que nous avons choisie. La méthode que nous allons présenter constitue un raffinement de celle proposée en [4] et [5].

Les « pseudo-images » obtenues par les soustractions sont les données à partir desquelles nous avons développé une méthode de détection des exoplanètes fondée sur le Maximum de Vraisemblance.

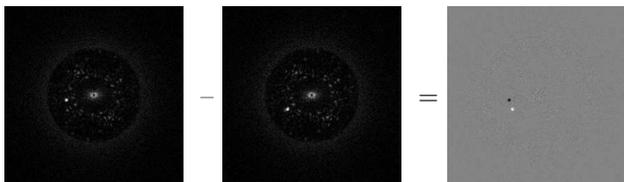


FIG. 1 – Gauche et centre : deux différences d'images spectrales, effectuées pour faire ressortir plus facilement la planète. Droite : différence temporelle où le signal de l'étoile est virtuellement disparu, en laissant seulement le bruit et le signal de la planète (les deux pics, un positif et un négatif). Le flux de la planète a été beaucoup exagéré pour mieux montrer le principe de la méthode.

Les différences d'images Δ peuvent être écrites de la façon suivante :

$$\Delta(\mathbf{r}, k) = \alpha p(\mathbf{r}, k; \mathbf{r}_0) + b(\mathbf{r}, k), \quad (1)$$

où :

- \mathbf{r} désigne la coordonnée spatiale dans les images ;
- k est l'indice associé à chaque pseudo-image ;
- $p(\mathbf{r}, k; \mathbf{r}_0)$ est ce que l'on appellera dans la suite « signature » de la planète, c'est-à-dire la soustraction des deux FEPs à des positions différentes, calculable en tenant compte des instants de mesure et de la position initiale de la planète ;
- $b(\mathbf{r}, k)$ est le bruit. Celui-ci est constitué de la somme du bruit de photons et celui dû au détecteur, et peut être approché par un bruit blanc gaussien non stationnaire. Sa variance, $\sigma^2(\mathbf{r}, k)$, peut être estimée à partir des données, donc on la considère connue ici.

Les deux inconnues recherchées sont la position à l'instant initial \mathbf{r}_0 du compagnon, ainsi que son flux α . Dans

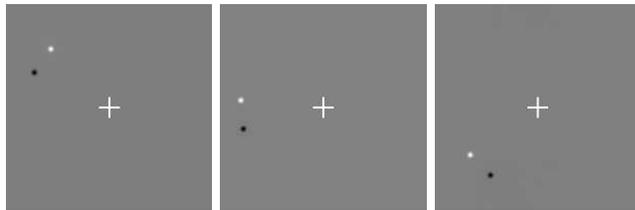


FIG. 2 – Exemples de « signatures » $p(\mathbf{r}, k; \mathbf{r}_0)$, pour la même valeur de \mathbf{r}_0 et trois différents couple d'instant. La croix représente le centre de rotation.

une approche de Maximum de Vraisemblance, le logarithme du critère d'attache aux données $L(\mathbf{r}_0, \alpha)$ s'écrit :

$$J(\mathbf{r}_0, \alpha) = \ln L(\mathbf{r}_0, \alpha) = - \sum_{k, \mathbf{r}} \frac{|\Delta(\mathbf{r}, k) - \alpha p(\mathbf{r}, k; \mathbf{r}_0)|^2}{2\sigma^2(\mathbf{r}, k)} \quad (2)$$

Maximiser la vraisemblance équivaut donc à maximiser ce critère (et donc minimiser le carré de l'écart entre les pseudo-données Δ et la « signature » p , comme on peut facilement comprendre en considérant le dernier terme). On peut remarquer que la valeur optimale d' α pour un \mathbf{r}_0 fixé, que l'on notera $\hat{\alpha}(\mathbf{r}_0)$, est analytique car $J(\mathbf{r}_0, \alpha)$ est quadratique en α . Pour la précision, l'expression de cette quantité est :

$$\hat{\alpha}(\mathbf{r}_0) = \frac{\sum_{k, \mathbf{r}} p(\mathbf{r}, k; \mathbf{r}_0) \Delta(\mathbf{r}, k) / \sigma^2(\mathbf{r}, k)}{\sum_{k, \mathbf{r}} p^2(\mathbf{r}, k; \mathbf{r}_0) / \sigma^2(\mathbf{r}, k)} \quad (3)$$

Si l'on réinjecte cet estimateur d' α dans l'éq. (2), on trouve une expression de la log-vraisemblance J' qui dépend de \mathbf{r}_0 seulement :

$$J'(\mathbf{r}_0) = J(\mathbf{r}_0, \hat{\alpha}(\mathbf{r}_0)) + const. = \frac{\left(\sum_{k, \mathbf{r}} p(\mathbf{r}, k; \mathbf{r}_0) \Delta(\mathbf{r}, k) / \sigma^2(\mathbf{r}, k) \right)^2}{\sum_{k, \mathbf{r}} p^2(\mathbf{r}, k; \mathbf{r}_0) / \sigma^2(\mathbf{r}, k)}. \quad (4)$$

Le maximum de cette expression sur la grille choisie donne la position la plus probable de la planète. De plus, on peut imposer une contrainte de positivité sur $\hat{\alpha}(\mathbf{r}_0)$ (c'est-à-dire seuiller à zéro la carte), pour des raisons physiques. Ce seuillage conduit à la disparition d'un certain nombre de pics dans la carte de la vraisemblance (fig. 3), ce qui élimine une partie des fausses détections.

3 Critère de détection

Une fois les cartes de la vraisemblance et du flux calculées, le problème est de décider quels pics sont de vraies planètes et lesquels ne le sont pas. On peut faire cela en calculant l'écart type sur le flux estimé $\sigma(\hat{\alpha}(\mathbf{r}_0))$ pour chaque position possible \mathbf{r}_0 , c'est-à-dire comment le bruit

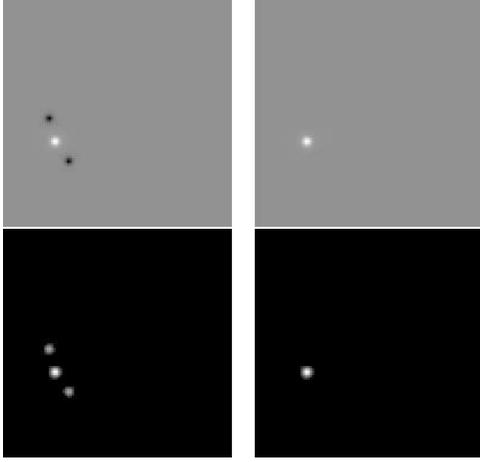


FIG. 3 – Carte du flux estimé $\hat{\alpha}$, sans et avec contrainte de positivité (première ligne) et cartes de J' correspondantes (seconde ligne), pour un cas théorique sans bruit. On peut remarquer la disparition des deux pics secondaires quand on applique la contrainte.

se propage des images à l'estimateur du flux. Un possible critère de détection, qui peut être lié à la probabilité de fausse alarme, est de décider qu'il y a des vraies détections à toutes les positions où le rapport signal à bruit (RSB) est plus grand d'un certain seuil. Le RSB est défini comme $\hat{\alpha}(\mathbf{r}_0)/\sigma(\hat{\alpha}(\mathbf{r}_0))$; à travers quelques passages mathématiques, on peut montrer que son expression est égale à la racine carrée du critère $J'(\mathbf{r}_0)$ (éq. (4)). Donc maximiser la vraisemblance équivaut à maximiser le RSB du flux estimé.

4 Pré-traitement

Pour avoir des différences d'images à moyenne nulle, la soustraction (aussi bien spectrale qu'angulaire) doit être optimisée, à cause de la différence de flux de l'étoile qu'il y a entre les canaux : on ne peut pas prendre la simple différence $i_1 - i_2$, mais il faut multiplier la deuxième image par un certain facteur, que l'on appellera γ . Les différences spectrales et temporelles optimisées s'écrivent donc, respectivement :

$$i'_t = i_t^{\lambda_1} - \gamma_t i_t^{\lambda_2}, \quad (5)$$

$$\Delta_k = i'_{t_1(k)} - \gamma'_k i'_{t_2(k)}, \quad (6)$$

où $i_t^{\lambda_j}$ désigne l'image prise à l'instant t à la longueur d'onde λ_j , $t_1(k)$ et $t_2(k)$ sont les deux instants d'observations associés à la pseudo-image k . Pour la différence spectrale, la variation de flux est due au fait que le spectre de l'étoile n'est pas parfaitement plat aux environs des deux longueurs d'ondes considérées ; la variation temporelle par contre est causée par la différence de qualité de la correction de l'optique adaptative pendant la nuit (fig. 4). De plus, on peut observer des variations de flux dans chaque

image qui dépendent notablement de la distance au centre. Donc nous recherchons la planète successivement dans des anneaux concentriques et optimisons cette différence sur chaque anneau.

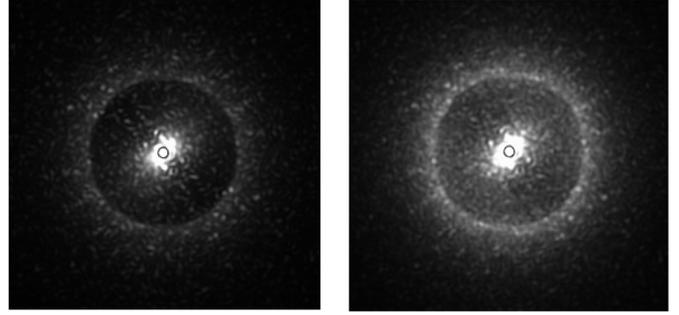


FIG. 4 – Comparaison entre deux images prises à des instants différents de la nuit, montrées à la même échelle d'intensité : on remarque bien la différence du flux total et aussi la forte dépendance radiale de la variabilité.

Il y a au moins deux méthodes pour calculer le coefficient γ : la plus élémentaire consiste en l'égalisation des flux mesurés sur l'anneau considéré (donc γ est égal au rapport des flux sur l'anneau), une autre consiste en la recherche de la valeur de γ qui minimise le carré de la différence des images $|i_1 - \gamma i_2|^2$, toujours sur l'anneau. Nos simulations, comme on verra dans la sect. 6, montrent que la seconde solution est préférable.

5 Paramètres des simulations

La méthode a été validée sur des données réalistes, élaborées en simulant les performances de SPHERE. On a placé dans les images onze planètes, dont la distance de l'étoile est comprise entre 4 et 20 λ/D , pour tester la détectivité à plusieurs distances. Le rapport des flux entre planète et étoile est égal à 10^{-6} . On a supposé avoir 144 images prises au cours d'une nuit, pour un temps total de pose de 4 heures (ce qui correspond à 100 s de pose par image). On travaille dans les bandes H2 et H3 (1.587 μm et 1.667 μm respectivement). Le bruit est constitué d'un mélange du bruit photonique et celui du détecteur.

Les deux techniques d'optimisation des différences angulaires décrites dans la sect. 4 ont été comparées, la « fine » (minimisation du carré de l'écart entre les images) et la « brute » (égalisation des flux).

6 Résultats

Les simulation montrent que la traitement conjoint de toutes les images (dans tous les canaux spectraux) permet la détection des planètes à un niveau de contraste de 10^{-6} et à une distance de $4\lambda/D$ de l'étoile. Une optimisa-

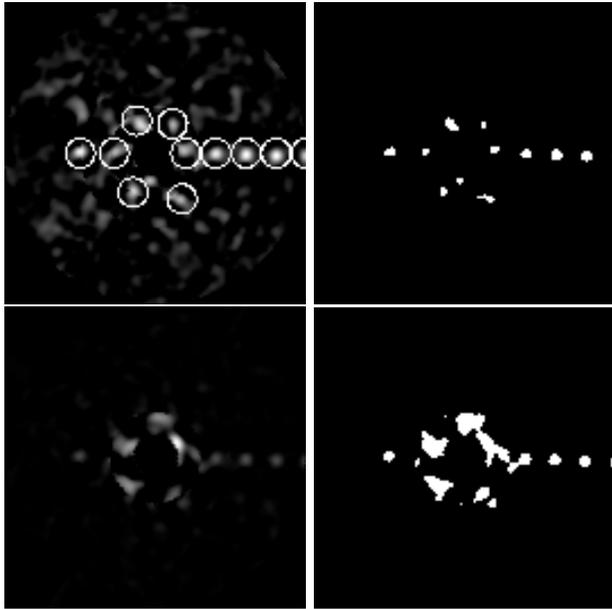


FIG. 5 – Première ligne : carte du RSB (avec des cercles marquant les vraies positions des planètes) et sa version seuillée à 13σ , obtenues avec la technique d’optimisation « fine ». Toutes les planètes ont été détectées sans fausses alarmes, sauf un pic très proche de l’étoile (à une distance de $3.8\lambda/D$, soit plus près de l’étoile que la planète la plus interne). Seconde ligne : les mêmes cartes obtenues avec la technique d’optimisation « brute ». La carte seuillée montre que dans la zone la plus interne tous les pics correspondent à de fausses détections.

tion efficace des soustractions sur les différentes zones est un facteur important, ainsi que la connaissance des hypothèses sur le bruit (carte des variances). L’application de la contrainte de positivité sur le flux aide à éliminer un certain nombre de fausses alarmes.

On a aussi conduit des tests de robustesse de la méthode dans le cas d’un mauvais centrage, en utilisant des images où le centre de rotation est décalé d’une quantité connue par rapport au vrai centre de l’image. Les résultats de ces tests montrent que les cartes de détection ne changent pas de manière significative pour une erreur de centrage jusqu’à 0.5 pixels.

7 Perspectives

Nous nous proposons de raffiner ultérieurement la méthode en étudiant plus en détail l’effet de la rotation du champ au cours de chaque pose (ce qui provoque un étalement du signal des planètes, surtout les plus externes) sur l’estimation du flux planétaire, l’un des paramètres fondamentaux que l’on veut mesurer.

On envisage aussi de tester l’algorithme sur de vraies données obtenues par les télescopes Subaru et Gemini.

Références

- [1] J.-L. Beuzit, M. Feldt, K. Dohlen, D. Mouillet, P. Puget, et F. Wildi, *SPHERE : a Planet Finder instrument for the VLT*, dans *Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy*, vol. 6269 (2008).
- [2] Smith, I., Ferrari, A., et Carbillet, M., *Detection of a Moving Source in Speckle Noise. Application to Exoplanet Detection*, *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol.57, no.3, pp.904-915, March 2009
- [3] C. Marois, R. Doyon, D. Nadeau, R. Racine, et G. A. H. Walker, *Effects of Quasi-Static Aberrations in Faint Companion Searches*, dans *EAS Publications Series*, C. Aime and R. Soummer, eds., *EAS Publications Series 8*, 233-243 (2003).
- [4] L. M. Mugnier, J.-F. Sauvage, A. Woelffle, T. Fusco et G. Rousset, *Algorithme multi-canaux pour la détection d’exo-planètes en imagerie différentielle angulaire*, 21ème Colloque sur le Traitement du Signal et des Images, GRETSI (Troyes, septembre 2007).
- [5] L.M. Mugnier, A. Cornia, J.-F. Sauvage, G. Rousset, T. Fusco, and N. Vdrenne, *Optimal method for exoplanet detection by angular differential imaging*, *JOSA A Vol. 26*, Iss. 6, pp. 13261334 (2009)