Régularisation asynchrone pour les réseaux de capteurs Principes et applications

Nicolas MARÉCHAL[1], Jean-Benoît PIERROT[1], Jean-Marie GORCE[2]

[1]CEA LETI MINATEC
17 rue des Martyrs, 38054 Grenoble Cedex 09, France, tél: 04.38.78.27.62, fax: 04.38.78.65.86

[2]Université de Lyon, INRIA, INSA-Lyon,
69000 Lyon, France, tél: 04.72.43.60.68

nicolas.marechal@gmail.com, jean-benoit.pierrot@cea.fr, jean-marie.gorce@insa-lyon.fr

Thème – SS2 - Réseaux de capteurs et traitement coopératif de l'information

Problème traité – Les algorithmes distribués de consensus de moyenne permettent de calculer la valeur moyenne de quantités distribuées (mesures, ...), et peuvent servir de brique de base pour des algorithmes distribués plus évolués (estimation, synchronisation, ...). Cependant, l'état de l'art propose des solutions basées sur des mécanismes de communications extrêmement directifs et sécurisés qui s'avèrent coûteux en énergie.

Originalité – Ce travail propose une nouvelle méthode pour le consensus de moyenne basée sur le principe de régularisation bien connu en traitement d'images. La méthode utilisée exploite pleinement la nature diffusante du canal radio et ne nécessite aucun acquittement des échanges d'informations. En contre partie, le résultat obtenu est une approximation ajustable du consensus de moyenne.

Résultats – Des bornes de performances et des simulations démontrent l'intérêt de cette nouvelle approche par rapport aux solutions existantes et indiquent qu'il existe un compromis entre vitesse de convergence et qualité d'approximation.

1 Intoduction

Les réseaux de capteurs sont constitués d'un grand nombre d'entités (les nœuds) équipées d'une électronique peu coûteuse, dont une interface de communication radio, et sont principalement utilisés pour des applications de surveillance (feu de forêt, glissement de terrain, sécurité maritime, ...). Les conséquences de l'utilisation de ce type de matériel sont nombreuses : contraintes énergétiques sévères (durée de vie), faible capacité de calcul et de stockage, faible puissance/portée de transmission. Comme dans bien des cas, le calcul centralisé de quantités distribuées devient impossible ou inapproprié, des algorithmes distribués robustes sont nécessaires : le challenge est alors d'optimiser les performances tout en limitant la consommation énergétique. Parmi ces algorithmes distribués, la classe des algorithmes de consensus de moyenne joue un rôle important car elle peut servir de primitive à de nombreux algorithmes/protocoles évolués [1] ou pour la construction d'information utile. Dans cette contribution, nous proposons une nouvelle méthode de consensus de moyenne basée sur une minimisation de potentiel. Nous commençons par introduire dans la section 2 le principe de régularisation distribuée. Dans la section 3, nous étudions le cas des couplages quadratiques et donnons des bornes d'erreurs par rapport au consensus de moyenne recherché. Puis nous présentons une application de ces algorithmes pour la cartographie distribuée dans la section 4. Et enfin, nous donnerons quelques perspectives et commentaires dans la conclusion.

2 Fonction de potentiel et minimisation asynchrone par la méthode de Jacobi

Les algorithmes de consensus vise à homogénéiser un ensemble de valeurs par le biais d'échanges entre voisins. Lorsque le point de convergence recherché est la moyenne empirique des observations, on parle alors de consensus de moyenne. La méthode que nous proposons consiste à minimiser une fonction de potentiel U exprimant des couplages entre des variables d'états $x_\bullet$ et des variables d'attachement $z_\bullet$.

$$U(X) = \sum_{\substack{i\in\mathcal{G}\\ l\in\mathcal{A}_i}} \alpha_{il}\psi_e(x_i - z_l) + \sum_{i,j\in\mathcal{G}} \beta_{ij}\psi_n(x_i - x_j) \tag{1}$$

Dans l'équation (1), les variables d'attachement doivent être considérées comme des constantes locales (mesures), et les variables d'états comme des paramètres à régulariser : le potentiel U vise alors à obtenir des états régularisés semblables entre voisins mais fidèles aux données initiales. Alors que ce type de formalisation est utilisé pour le débruitage dans le domaine du traitement d'images [2] et des méthodes d'estimation [3], l'objectif est ici de répondre à une problématique de consensus de moyenne totalement distribué en l'absence d'a priori probabiliste sur les mesures. Pour des raisons de stricte convexité de U, les fonctions de couplages ψ_e et ψ_n doivent être deux fois dérivables, paires, à dérivées secondes continues et positives, et coercives (de telles fonctions peuvent alors être obtenues en intégrant deux fois une fonction g continue, positive et symétrique). De plus, les constantes de couplage β_{ij} doivent refléter la topologie du réseau : on ne peut coupler que les variables d'états qu'entre nœuds voisins ($i \sim j$ $\Leftrightarrow$ i voisin de j). Sous ces hypothèses, la minimisation de U peut se faire de manière asynchrone via l'algorithme de Jacobi, qui consiste à optimiser la fonction U séparément suivant chaque composante, ce qui se traduit au niveau du nœud i par un opérateur J_i :

$$x_i(t+1) = J_i(x_1, \dots, x_n) = \arg\min_{y_i \in \mathbb{R}} U(x_1, \dots, x_{i-1}, y_i, x_{i+1}, \dots, x_n) \tag{2}$$

En utilisant la théorie des itérations asynchrones [4], on peut prouver la convergence de ce schéma sous de très larges hypothèses en termes de mise à jour des variables d'états entre nœuds voisins. Ici le qualificatif asynchrone s'applique aux échanges d'informations et aux applications des opérateurs. En particulier, cette convergence reste valide lorsque des paquets sont perdus. Cependant, la vitesse de convergence de l'algorithme asynchrone est encore un sujet de recherche ouvert, mais les simulations montrent une convergence géométrique comme dans le cas synchrone.

3 Approximation du consensus de moyenne

Notons z_{avg} la moyenne empirique des quantités z_i à moyenner (mesures par exemples). Lorsque ces valeurs sont sujettes à un a priori d'ordre probabiliste, des techniques d'estimations telles que celles présentées dans [3] ou [5] peuvent être adoptées pour calculer z_{avg}. Mais lorsque ce n'est pas le cas, la solution de l'état de l'art la plus simple et la moins couteuse en coordination est donnée dans [6] : cette méthode consiste à faire des barycentrations d'états entre paires de voisins de manière aléatoire en prenant comme conditions initiales les données à moyenner. Cependant, cette solution nécessite un acquittement systématique des échanges d'informations. En effet, sans cette précaution, l'algorithme convergerait mais vers un consensus imprévisible. De plus, les mécanismes d'acquittement deviennent pénalisants en milieu interférent comme c'est le cas sur un canal de communication radio. En fixant, par exemple, $\psi_e(x) = \psi_n(x) = x^2$, $\alpha_{il} = \delta_{il}$ et $\beta_{ij} = \delta_{i\sim j}/2$, notre solution devient donc une extension asynchrone et robuste aux pertes de paquets de la méthode purement synchrone proposée dans [7]. L'opérateur J_i correspondant prend alors la forme suivante :

$$J_i(x_1, \dots, x_n) = (1 + \beta N_i)^{-1}(z_i + \beta \sum_{j \sim i} x_j) \tag{3}$$

où N_i représente le nombre de voisins du nœud i. Dans ces conditions, le vecteur X_{opt} minimisant U peut approcher de manière arbitraire le vecteur $\bar{Z} = z_{avg}\mathbf{1}$ car

$$\left\| X_{opt} - \bar{Z} \right\|_2 \leq (1 + \alpha(\mathcal{G})\beta)^{-1} \left\| Z - \bar{Z} \right\|_2 \xrightarrow[\beta \to +\infty]{} 0 \tag{4}$$

où $\alpha(\mathcal{G})$ est un paramètre purement topologique, rencontré dans la littérature sous le nom de connectivité algébrique[1] du graphe $\mathcal{G}$. En contrepartie, augmenter β ralentit la vitesse de convergence. Fixer $\beta = +\infty$ revient à briser les attachements : on obtient alors un simple consensus, mais dont la valeur est inconnue à l'avance.

4 Apport à la cartographie

En appliquant les mêmes principes il devient possible d'ajuster un modèle paramétrique linéaire aux données mesurées par les capteurs. Il s'agit alors de minimiser une fonctionnelle d'erreur de représentation :

$$\hat{\mathbf{p}} = \underset{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^m}{\operatorname{argmin}} \left\| \tilde{\mathbf{y}} - \sum_{j=1}^{m} \mathbf{p}_j \varphi_j(\mathbf{s}_i) \right\|^2 = \underset{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^m}{\operatorname{argmin}} \left\| \tilde{\mathbf{y}} - \Phi \mathbf{p} \right\|^2 \tag{5}$$

où les φ_j sont des fonctions de base, évaluées aux coordonnées des capteurs, $\mathbf{s}_i$, et Φ est une matrice n par m dont les entrées sont données par $\Phi_{ij} = \varphi_j(\mathbf{s}_i)$. L'intérêt de cette approche est de fournir une représentation compacte des observations : cette information de base peut être alors utile pour limiter les communications longue distance entre capteurs par exemple, ou encore

[1] Seconde plus petite valeur propre du Laplacien standard

pour planifier l'utilisation d'une technique de communication dans un système de radio cognitive. Ce type de problème peut être formalisé comme un problème de consensus de moyenne comme le démontrent les travaux de [8] :

$$\hat{\mathbf{p}} = (\Phi^{\mathsf{T}}\Phi)^{-1}\Phi\tilde{\mathbf{y}} = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Phi_i^{\mathsf{T}}\Phi_i\right)^{-1}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Phi_i\tilde{\mathbf{y}}_i\right), \text{ avec } \Phi_i = [\varphi_1(\mathbf{s}_i), \ldots, \varphi_m(\mathbf{s}_i)]^{\mathsf{T}} \tag{6}$$

où $\tilde{\mathbf{y}}_i$ dénote la mesure effectuée au nœud i. Le consensus est alors obtenu séparément sur les $m(m+1)$ coordonnées d'un objet virtuel de dimension $m(m+1)$ (sans tenir compte des redondances). D'autres méthodes rencontrées dans la littérature ([9],[10],...) souffrent d'inconvénients majeurs pour leur déploiement sur un réseau de capteurs : complexité algorithmique, manque de généricité, hypothèse de synchronie totale, liens robustes ou grande complexité d'organisation. Le procédé de régularisation autorise un calcul distribué et approximatif des quantités moyennées, et échange ces inconvénients contre de l'occupation en mémoire : stockage d'un objet $m \times (m+1)$ dimensionnel par nœud voisin. Chaque nœud obtient un jeu de paramètres $\hat{\mathbf{p}}_i$, valide localement et dépendant du facteur de couplage β, et l'on montre que l'erreur de paramétrisation et de représentation peut être rendue arbitrairement faible : $\lim\limits_{\beta\to\infty} \|\hat{\mathbf{p}}_i - \hat{\mathbf{p}}\|_2 = 0$ et $\lim\limits_{\beta\to\infty} \max_i \|\Phi\hat{\mathbf{p}}_i - \Phi\hat{\mathbf{p}}\|_\infty = 0$.

5 Conclusion

Dans cette contribution, nous présentons une nouvelle famille d'algorithmes distribués permettant le calcul collaboratif d'une valeur moyenne sur un réseau de capteurs. Cet algorithme est plus efficace que la plus part des solutions de l'état de l'art lorsque les communications ont lieu dans un milieu diffusant tel que le canal radio, et supporte de manière intrinsèque les pertes de paquets. Cet algorithme sert alors de brique de base au calcul de quantités statistiques, mais peut être aussi utilisé pour l'ajustement d'un modèle paramétrique. En utilisant le modèle d'erreur de transmission de paquets de [11], les simulations démontrent que les méthodes à base de régularisation convergent beaucoup plus vite (voir [12] et [13]) que les solutions axées sur les algorithmes de consensus de moyenne standards de la littérature [6].

Références

[1] N. Maréchal, J. B. Pierrot, and J. M. Gorce, "Fine synchronization for wireless sensor networks using gossip averaging algorithms," 2008, proc. IEEE ICC'08.

[2] P. Charbonnier, L. Blanc-Feraud, G. Aubert, and M. Barlaud, "Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 6, no. 2, pp. 298–311, Feb. 1997.

[3] R. Nowak, "Distributed em algorithms for density estimation and clustering in sensor networks," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 8, pp. 2245–2253, Aug. 2003.

[4] D. P. Bertsekas and J. N. Tsitsiklis, *Parallel and Distributed Computation : Numerical Methods*. Athena Scientific, 1997.

[5] A. Dogandzic and B. Zhang, "Distributed estimation and detection for sensor networks using hidden markov random field models," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 8, pp. 3200–3215, Aug. 2006.

[6] S. Boyd, A. Ghosh, B. Prabhakar, and D. Shah, "Analysis and optimization of randomized gossip algorithms," in *Proc. of 44th IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2004)*, Dec 2004, pp. 5310 – 5315.

[7] L. Pescosolido, S. Barbarossa, and G. Scutari, "Average consensus algorithms robust against channel noise," *IEEE SPAWC 2008*, pp. 261–265, July 2008.

[8] L. Xiao, S. Boyd, and S. Lall, "A scheme for robust distributed sensor fusion based on average consensus," in *Proc. of IPSN '05*, 2005.

[9] C. Guestrin, P. Bodik, R. Thibaux, M. Paskin, and S. Madden, "Distributed regression : an efficient framework for modeling sensor network data," in *In IPSN'04*, 2004, pp. 1–10.

[10] T. Banerjee, K. Chowdhury, and D. Agrawal, "Tree based data aggregation in sensor networks using polynomial regression," *Information Fusion, 2005 8th International Conference on*, vol. 2, pp. 8 pp.–, July 2005.

[11] J. Kuruvila, A. Nayak, and I. Stojmenovic, "Hop count optimal position-based packet routing algorithms for ad hoc wireless networks with a realistic physical layer," *Selected Areas in Comm., IEEE Journal on*, vol. 23, no. 6, pp. 1267–1275, 2005.

[12] N. Maréchal, J. B. Pierrot, and J. M. Gorce, "Asynchronous and distributed nonlinear regularization for wireless sensor networks," 2009, soumis à IEEE DCOSS 2009.

[13] ——, "A new distributed algorithm for parametric data modeling in wireless sensor networks," 2009, soumis à IEEE SPAWC 2009.