

Nouvelle Tomographie Compton

Mai K. NGUYEN¹, Clémence DRIOL^{1,2}, T T TRUONG², Michel PAINDAVOINE³, Dominique GINHAC³

¹Laboratoire Equipes Traitement de l'Information et Systèmes
2 rue Adolphe Chauvin, 95302 Cergy-Pontoise, France

²Laboratoire de Physique Théorique et Modélisation
2 rue Adolphe Chauvin, 95302 Cergy-Pontoise, France

³Laboratoire Electronique Informatique Image - LE2I UMR 5158
Université de Bourgogne, Ailes des Sciences de l'Ingénieur, BP 47870, 27078 Dijon Cedex, France
mai.nguyen-verger@u-cergy.fr,
truong@u-cergy.fr,
paindavoine@u-bourgogne.fr, dginhac@u-bourgogne.fr

Résumé – Nous proposons un nouveau dispositif de tomographie Compton, qui est apparentée à la tomodynamométrie par rayons X, dans le sens où il fonctionne par transmission mais utilise la diffusion Compton. Le nouveau modèle de formation d'images est basé sur une nouvelle classe de transformation de Radon sur des arcs de cercles. Les résultats de reconstruction montrent la faisabilité et la pertinence de ce nouveau dispositif proposé. Cette nouvelle imagerie permet de caractériser la matière étudiée par sa densité d'électrons (sites de diffusion), qui a l'avantage d'être moins sensible au vieillissement de la matière que l'atténuation, fournie actuellement par la tomodynamométrie utilisant les rayons X. La tomographie Compton par transmission peut être combinée à la tomographie Compton par émission pour offrir une nouvelle imagerie bimodale exploitant le rayonnement diffusé.

Abstract – We propose a new form of Compton tomography, akin to the X-ray scanning tomography, in the sense that it works in transmission but uses Compton scattering. The new image formation modeling is based on a new class of Radon transforms on circular arcs. Reconstruction results show the feasibility and the relevance of this newly proposed process. In this new imaging studied matter is characterized by its electron density (scattering sites), which has the advantage of being less sensitive to matter aging than nowadays attenuation in X-ray scanning tomography. Transmission Compton tomography can be combined with emission Compton tomography to yield a new bimodal imaging process based on scattered radiation.

1 Introduction

En général la structure interne et cachée des objets d'intérêt dans nombre de domaines, comme la médecine nucléaire ou le contrôle non destructif industriel, est fournie par l'imagerie tomographique utilisant un rayonnement ionisant. On connaît la tomodynamométrie par rayons X, qui fournit la carte d'atténuation du milieu étudié. Récemment la tomographie Compton a été proposée pour fournir la carte de densité électronique des tissus sous examen. Ce qui permet aussi de remonter à l'atténuation mais offre une imagerie alternative intéressante, car la densité électronique a l'avantage d'être moins sensible au vieillissement de la matière que d'autres grandeurs physiques. Il existe plusieurs réalisations de cette tomographie Compton, qui utilisent majoritairement source et/ou détecteur collimatés [1]. Dans notre proposition aucun collimateur est utilisé, ce qui permet d'augmenter le nombre de photons détectés. De plus notre exploitation de l'effet Compton pour fonder de nouvelles imageries par rayonnement diffusé a été faite avec succès en modalité d'émission [2]. Cette idée sera étendue en modalité par transmission dans ce travail.

2 Formation d'images

Ce dispositif est formé par un couple de source de rayons gamma confinés dans un quadrant du plan et d'un détecteur ponctuel rassemblant les rayons arrivant dans un quadrant d'espace complémentaire. L'ensemble tourne autour de leur milieu commun O , voir Fig 2.

Le principe de la tomographie par diffusion Compton consiste, en général, à éclairer un objet avec une source mono-énergétique de caractéristiques connues de rayonnement ionisant et de détecter le rayonnement diffusé à différentes énergies.

On place une source S de rayonnement (X ou gamma) mono-énergétique diamétralement opposée à un détecteur D de manière à ne recevoir que le rayonnement photonique diffusé provenant d'un seul des demi-espaces délimités par la droite (SD). Pour une énergie E_ω de détection, on récupère les photons qui ont interagis avec les électrons situés sur l'arc de cercle sous-tendant un angle de diffusion $(\pi - \omega)$. Et, en faisant tourner le couple source-détecteur autour de l'objet, on peut faire l'acquisition des données paramétrisées par l'angle de diffusion ω , nécessaires à la reconstruction de la densité électronique.

Le point source S , de coordonnées polaires $(p, \pi + \varphi)$ et d'activité f_0 connues, émet des photons mono-énergétiques qui vont être diffusés par la densité électronique $n_e(r, \theta)$ au point M avec une probabilité donnée par la formule de Klein et Ni-

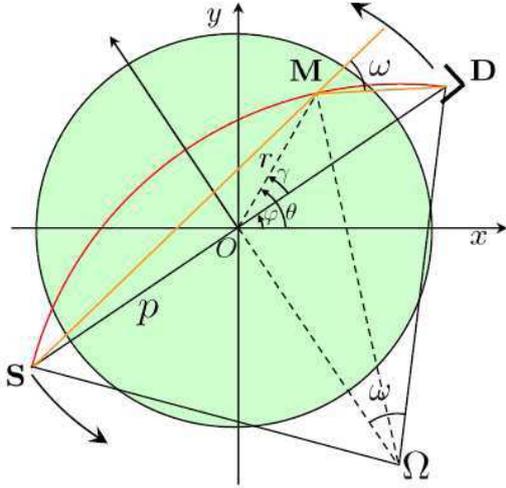


FIGURE 1 – Schéma du dispositif de tomographie Compton

shina. Le nombre de photons détectés en **D** peut se calculer en considérant successivement les flux de photons émis par la source ponctuelle **S**, arrivant au site **M** de diffusion sur l'arc de cercle et diffusé vers **D**. Ces flux diminuent proportionnellement à $1/SM$ et à $1/MD$ (loi photométrique en deux dimensions). Soit $g(\varphi, \omega)$, le flux photonique arrivant sur **D**. Il est donné comme l'intégrale sur un arc de cercle, dont les valeurs limites sont données par les coordonnées angulaires $\theta(L_1)$ et $\theta(L_2)$:

$$g(\varphi, \omega) = \frac{f_0}{2\pi} \sigma_{2D}^c(\omega) \int_{\theta(L_1)}^{\theta(L_2)} \frac{e^{-\mu_0 L_1 M}}{SM} n_e(r(\theta), \theta) \frac{e^{-\mu_\omega M L_2}}{MD} p_x \cos \alpha ds, \quad (1)$$

où le point L_1 (respectivement L_2) correspond à l'intersection entre la droite (**SM**) (resp. (**MD**)) et le bord du milieu diffusant, et α l'angle de la droite (**MD**) avec la normale du détecteur. Dans ce repère de coordonnées, on détermine les distances SM et MD , et l'angle α par les relations suivantes :

$$SM = \sqrt{r^2 + p^2 - 2rp \cos \gamma} \quad (2)$$

$$MD = \sqrt{r^2 + p^2 + 2rp \cos \gamma} \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} - \arctan\left(\frac{r-p}{r+p} \cot \frac{\gamma}{2}\right) \quad (4)$$

Si on néglige l'influence de l'atténuation et de l'orientation du détecteur, l'expression de $g(\varphi, \omega)$ se simplifie :

$$g(\varphi, \omega) = \frac{f_0}{2\pi} p_x \sigma_{2D}^c(\omega) \int_0^\pi \frac{r \sqrt{1 + \tau^2}}{\sqrt{r^4 + p^4 - 2r^2 p^2 \cos 2\gamma} \sqrt{1 + \tau^2 \cos \gamma}} n_e(r, \gamma) d\gamma. \quad (5)$$

Afin d'éviter le point mort à l'origine du plan, on choisit d'introduire un écart entre la droite (**SD**) et l'origine du plan mais de garder le centre de la rotation en O , de telle sorte que les arcs de cercle puissent recouvrir la zone proche de l'origine du plan.

Dans l'expression de $g(\varphi, \omega)$ les arcs de cercles, servant de support à la transformée de Radon circulaire, passent par les deux points **S** et **D**, distants d'un écartement fixe $2p$, et décrivant un cercle. La droite générée par ces deux points est repérée par son angle φ avec l'axe des abscisses. La figure 2 présente la configuration des points géométriques pour le calcul de $g(\varphi, \omega)$.

Le point **M**, repéré par ses coordonnées polaires (r, θ) par rapport à l'origine O du plan, est situé sur un arc de cercle sous-tendant l'angle $(\pi - \omega)$ et passant par les points **S** et **D**. Ce cercle a pour centre Ω et pour rayon $p/\sin \omega$ (Fig. 2). L'équation de ce cercle se déduit de l'identité triangulaire du triangle $OM\Omega$:

$$\Omega M^2 = O\Omega^2 + OM^2 - 2 O\Omega OM \cos(\widehat{\Omega OM}). \quad (6)$$

En posant $\tau = \cot \omega$ et $\gamma = \theta - \varphi$, on obtient :

$$\left(\frac{p}{\sin \omega}\right)^2 = (p\tau)^2 + r^2 + 2p\tau r \sin \gamma \quad (7)$$

$$\left(\frac{p}{\sin \omega}\right)^2 - (p\tau)^2 = r^2 + 2p\tau r \sin \gamma \quad (8)$$

$$p^2 = (r + p\tau \sin \gamma)^2 - p^2 \tau^2 \sin^2 \gamma \quad (9)$$

On retient la solution correspondante au problème, c'est-à-dire $r > 0$:

$$r = p \left(\sqrt{1 + \tau^2 \sin^2 \gamma} - \tau \sin \gamma \right). \quad (10)$$

La longueur élémentaire de l'arc de cercle autour du point **M** s'obtient en calculant $ds = \sqrt{dr^2 + r^2 d\gamma^2}$:

$$dr = p \left(\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 \sin^2 \gamma}} 2\tau^2 \sin \gamma \cos \gamma - \tau \cos \gamma \right) d\gamma \quad (11)$$

$$= -\tau \cos \gamma \frac{r}{\sqrt{1 + \tau^2 \sin^2 \gamma}} d\gamma, \quad (12)$$

alors,

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\gamma^2 = \tau^2 \cos^2 \gamma \frac{r^2}{1 + \tau^2 \sin^2 \gamma} + r^2 d\gamma^2, \quad (13)$$

$$= r^2 d\gamma^2 \frac{1 + \tau^2}{1 + \tau^2 \sin^2 \gamma}. \quad (14)$$

On peut alors formuler cette transformée de Radon circulaire de manière analytique :

$$g(\varphi, \omega) = \int f(r, \theta) ds \quad (15)$$

$$= \int_0^\pi f(r(\theta), \theta) r(\theta) \frac{\sqrt{1 + \cot^2 \omega}}{\sqrt{1 + \cot^2 \omega \sin^2(\theta - \varphi)}} d\theta, \quad (16)$$

où la fonction $f(r, \theta)$ représente

$$f(r, \theta) = \frac{f_0}{2\pi} p_x \sigma_{2D}^c(\omega) \frac{n_e(r(\theta), \theta)}{\sqrt{r^4 + p^4 - 2r^2 p^2 \cos 2\gamma}}. \quad (17)$$

L'équation (16) est l'équation de formation d'images.

Nous présentons ensuite les résultats de simulation de la formation d'images. L'objet original est un disque (Fig 2). La rotation de la droite (**SD**) a pour centre l'origine O du plan et pour origine de l'angle φ de rotation l'axe des abscisses. Les arcs de cercles, qui parcourent le demi-plan, correspondent à des angles ω allant de 0 (la droite (**SD**)) à $\pi/2$ (le demi cercle). Lorsque l'angle $\varphi = 0$, seuls les arcs de cercles des angles ω compris entre 35 degrés et 53 degrés traversent l'objet. Lorsque

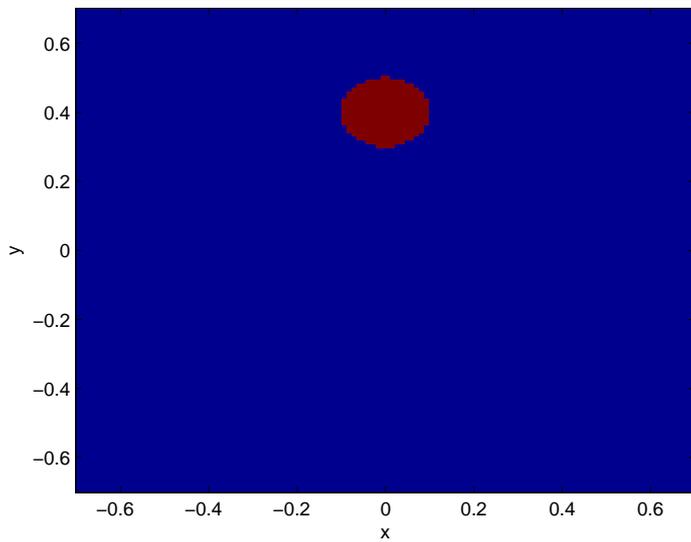


FIGURE 2 – Objet originel : disque

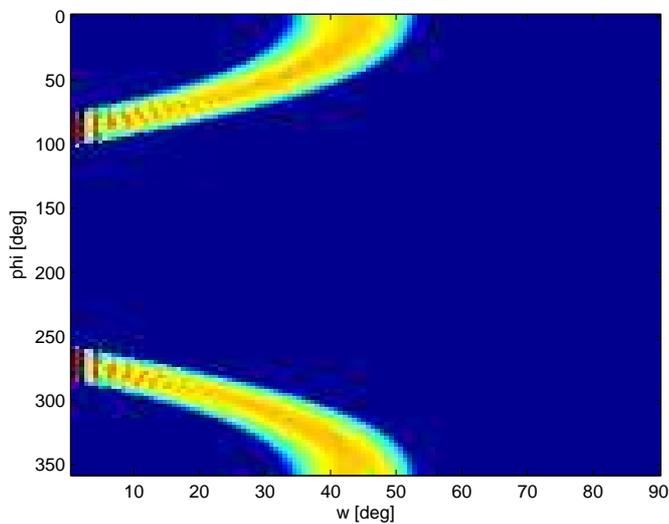


FIGURE 3 – Images pour différents ω et φ

l'angle $\varphi = \pi/2$, seuls les arcs pour des petites valeurs de l'angle ω vont toucher l'objet.

Les images acquises sous différents angles de diffusion ω et par différents angles de rotation φ du segment SD sont présentées dans Fig 3.

La rotation de la droite (SD) a pour centre l'origine O du plan et pour origine de l'angle φ de rotation l'axe des abscisses. Les arcs de cercles, qui parcourent le demi-plan, correspondent à des angles ω allant de 0 (la droite (SD)) à $\pi/2$ (le demi cercle). Lorsque l'angle $\varphi = 0$, seuls les arcs de cercles des angles ω compris entre 35 degrés et 53 degrés traversent l'objet. Lorsque l'angle $\varphi = \pi/2$, seuls les arcs pour des petites valeurs de l'angle ω vont toucher l'objet.

3 Reconstruction

L'inversion analytique de cette transformée de Radon circulaire n'est pas connue à l'heure actuelle. Pour tester la viabilité de cette idée nouvelle, nous avons utilisé des méthodes numériques de reconstruction sur deux objets différents : un disque et un fantôme industriel représentant la coupe d'une aube de turbine. A titre d'illustrations, nous présentons les reconstructions par rétroprojection et par la méthode SVD (Singular Value Decomposition). Les objets se trouvent dans un milieu diffusant de dimensions 55×55 unités de longueur. On simule 55 détections énergétiques correspondantes aux angles de diffusion de 5 degrés à 90 degrés pour les 55 positions angulaires du détecteur. Ensuite la matrice de "poids" est construite, qui est de dimensions 3025×3025 .

L'objet disque originel est donné dans Fig 2 et sa reconstruction par rétroprojection dans Fig 3.

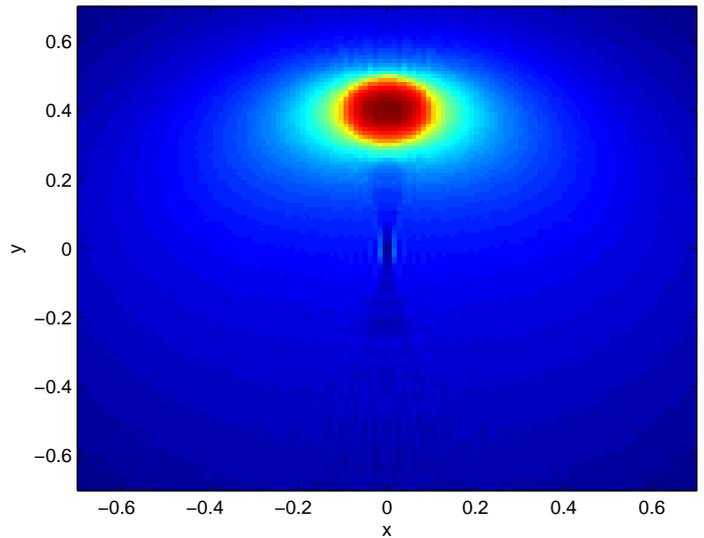


FIGURE 4 – Disque reconstruit

L'aube de turbine originelle et sa reconstruction par la méthode SVD sont présentés respectivement dans Fig 5 et Fig 6. Et nous constatons que la forme des objets est bien retrouvée.

4 Conclusion et perspectives

On observe une très bonne qualité d'image de la reconstruction. Ceci confirme que cette nouvelle tomographie Compton est tout à fait faisable. De plus elle ouvre la voie à une nouvelle tomographie bimodale combinant deux modalités d'émission [3] et de transmission par rayonnement diffusé. Ceci évite les inconvénients de la bimodalité actuelle : deux examens séparés en date, nécessité de recalage des données, temps d'acquisition augmenté, etc.

Cette nouvelle tomographie Compton, ne comportant qu'un détecteur ponctuel (pixel), permet d'envisager de mettre en oeuvre un cristal semiconducteur CZT ou Ge couplé avec CMOS [4, 5], ce qui présente de nombreux avantages technologiques. C'est dans ce contexte que s'orientent nos recherches futures.

Sur le plan théorique, notre transformée de Radon circulaire,

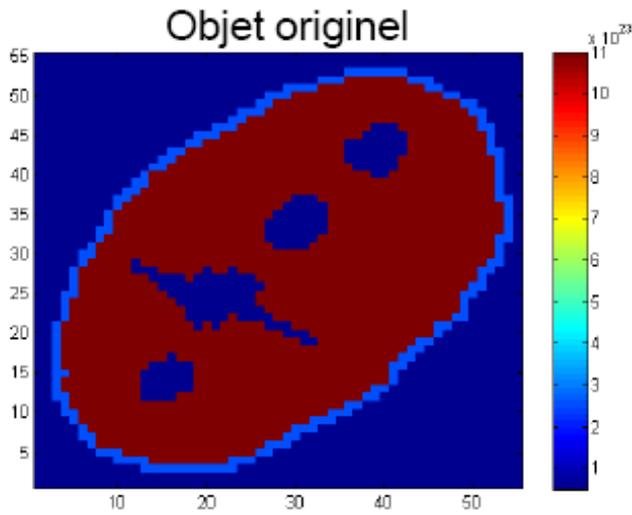


FIGURE 5 – Objet original : coupe d'une aube de turbine

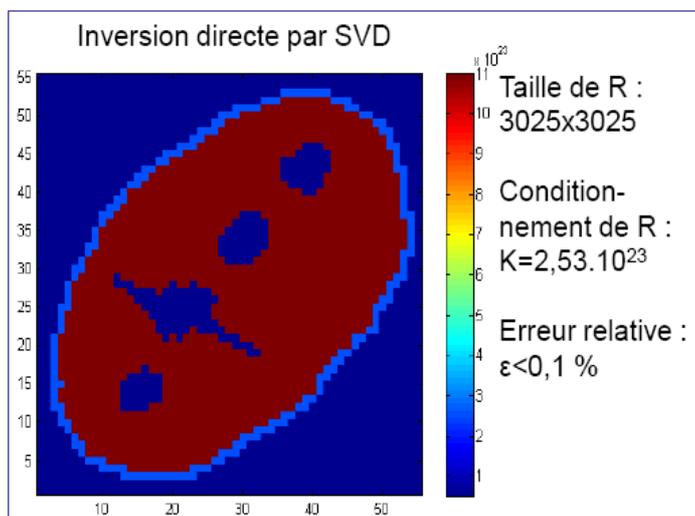


FIGURE 6 – Reconstruction par la méthode SVD

qui est définie sur la famille des cercles passant deux points séparés par une distance constante, s'ajoute aux autres transformées de Radon circulaires définies sur des cercles passant par un point fixe ou des cercles dont le centre se trouve sur une droite ou un cercle. L'inversion analytique de notre transformée de Radon circulaire est un défi mathématique à relever.

Références

- [1] S J Norton, *Compton scattering tomography*, Jour. Appl. Phys., Vol. 76, pp. 2007- 2015, 1994.
- [2] M K Nguyen and T T Truong, *Imagerie par rayonnement gamma diffusé*, Hermès Science Publications, 2006.
- [3] M K Nguyen, T T Truong, C Driol and H Zaidi, *On a novel approach to Compton scattered emission imaging*, IEEE Trans. Nuclear Science, to appear 2009.
- [4] N S Salahuddin, M Padavoine, D Ginjac, M Parmentier and N Tamda. *A CMOS image sensor array dedicated to*

medical gamma camera, Proc. High Speed Photography and Photonics (HSSP04), Alexandria, Virginia, September 2004.

- [5] G Bertuccio and S Caccia, *Toward ultimate low-noise CMOS front-ends for room temperature semiconductor radiation detector*. Proc. IEEE-NSS-MIC, Dresden Germany, 2008.