

Reconstruction cohérente de l'entrée d'un banc de filtres suréchantillonnés à partir de sa sortie bruitée

Manel ABID¹, Michel KIEFFER^{1,2}, Béatrice PESQUET-POPESCU¹

¹Département Traitement du Signal et des Images, Télécom ParisTech
46 rue Barrault, 75634 Paris Cedex 13, France

²L2S – CNRS - SUPELEC - Univ Paris-Sud, 91192 Gif-sur-Yvette, France

abid@telecom-paristech.fr, kieffer@lss.supelec.fr, pesquet@telecom-paristech.fr

Résumé – Dans cet article, nous introduisons une méthode de reconstruction du signal d'entrée d'un banc de filtres suréchantillonnés (BFS) lorsque les sous bandes générées à sa sortie sont quantifiées et transmises sur un canal bruité.

Nous exploitons la redondance introduite par le BFS et le caractère borné du bruit de quantification pour construire un estimateur cohérent corrigeant les erreurs de transmission. Pour cela, nous réalisons une estimation au sens du maximum de vraisemblance des indices de quantification transmis sur le canal, en nous restreignant aux indices correspondant à des signaux appartenant au sous-espace des signaux que le banc de filtres (BdF) peut générer et qui sont compatibles avec les erreurs de quantification. Aucun test d'hypothèse ou réglage de seuil de détection d'erreur n'est nécessaire, contrairement aux méthodes présentées dans [1, 2].

Le signal reconstruit à l'aide de la technique proposée est de bien meilleure qualité que le signal reconstruit à l'aide d'un estimateur classique. En considérant un facteur de suréchantillonnage de $3/2$, une modulation BPSK des indices binarisés et un canal à bruit blanc additif gaussien, un gain d'environ 8 dB en rapport signal-à-bruit (RSAB) sur le signal est obtenu pour un RSAB sur le canal de 7 dB.

Abstract – In this paper we introduce a reconstruction approach for the input signal of an oversampled filter bank (OFB) when the subbands generated at its output are quantized and transmitted over a noisy channel.

We exploit the redundancy introduced by the OFB and the bounded quantization noise in order to construct a consistent estimator that corrects the transmission errors. A maximum-likelihood estimation of the quantization indices transmitted over the channel is evaluated, which only considers the vectors of quantization indexes corresponding to subband signals that could have been generated by the OFB and that are compliant with the quantization errors. Neither hypothesis tests nor specific parameters need to be set or computed in advance as is the case in approaches presented in [1, 2].

When considering an OFB with oversampling ratio $3/2$, a BPSK modulation of the quantized subbands and a transmission over an AWGN channel, compared to a classical decoder, the gain is about 8 dB in terms of SNR of the reconstructed signal for a channel SNR of 7 dB.

1 Introduction

Les bancs de filtres suréchantillonnés (BFS) sont des bancs de filtres (BdF) dont le nombre de sous-bandes de sortie est supérieur au facteur de sous-échantillonnage. Les sous-bandes générées forment alors une représentation redondante du signal d'origine, tout en assurant un certain niveau de décorrélation entre sous-bandes. Associés à des quantificateurs en sortie de sous-bandes, les BFS réalisent un codage conjoint source-canal du signal d'entrée. Dans le cas où les sous-bandes sont transmises sur un canal à effacements ou bruité, la redondance introduite par le BFS peut être exploitée au récepteur pour compenser les effacements [3, 4, 5] ou corriger les erreurs de transmission [1, 2, 6, 7].

Dans le cas de canaux à effacements, l'effacement total d'une ou plusieurs sous-bandes a été considéré dans un premier temps. Des BdF de synthèse exploitant les sous-bandes disponibles ont été construits de manière à minimiser l'erreur quadratique de reconstruction [3, 4]. Lorsque des effacements sporadiques se

produisent dans toutes les sous-bandes, [5] a proposé une méthode de reconstruction itérative par compensation successive des échantillons perdus.

Dans le cas de canaux à erreurs, il faut détecter dans un premier temps les erreurs de transmission avant de les corriger. Un BdF de détection de parité est introduit dans [2]. Il permet de générer à la réception des sous-bandes syndromes à partir desquelles un test d'hypothèses est utilisé pour détecter la présence d'erreurs à un instant donné. Un estimateur Bayésien est ensuite utilisé pour estimer les échantillons corrompus. Le test d'hypothèses utilise un seuil dont le calcul dépend de la variance du bruit de quantification. Une méthode alternative exploitant un filtre de Kalman a été proposée dans [8, 9]. Les valeurs de nombreux paramètres de réglage du filtre doivent également être choisies dans ce cas.

Dans cet article, nous exploitons la redondance introduite par le BFS et le caractère borné du bruit de quantification pour construire un estimateur cohérent corrigeant les erreurs de transmission. Pour cela, à partir des sorties de canal de transmission,

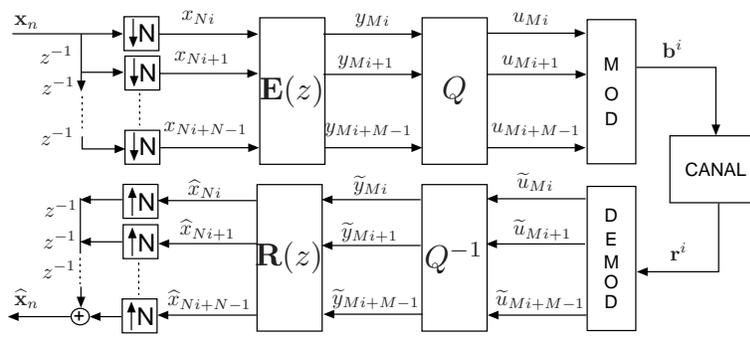


FIGURE 1 – Schéma de transmission exploitant un BFS à M sous bandes

nous réalisons une estimation au sens du maximum de vraisemblance (MV) des indices de quantification transmis. Nous ne considérons que les vecteurs d'indices *cohérents*, c'est-à-dire pouvant résulter de la quantification de sous-bandes appartenant à l'ensemble des sous-bandes que le BdF peut générer et qui sont compatibles avec les erreurs de quantification. Aucun test d'hypothèses ou réglage de seuil de détection d'erreur n'est nécessaire, contrairement aux méthodes de référence parues dans [1, 2].

Une implémentation avec une complexité limitée de l'estimateur proposé est obtenue en calculant à chaque instant les vecteurs d'indices les plus vraisemblables à l'aide d'un algorithme séquentiel (*M-algorithm*) [10]. L'élimination des vecteurs d'indices qui ne sont pas cohérents se fait soit à l'aide de méthodes issues du calcul par intervalles [11] ou des techniques de programmation linéaire.

Cet article débute par une formulation du problème au paragraphe 2. L'estimateur cohérent est présenté au paragraphe 3. Des résultats expérimentaux préliminaires sont donnés au paragraphe 4 avant de conclure au paragraphe 5.

2 Formulation du problème

La figure 1 décrit un système de transmission reposant sur un BFS à M sous-bandes ayant un facteur d'échantillonnage égal à $N \leq M$. Le BdF d'analyse comporte M filtres $\{\mathbf{h}_m\}_{m=0}^{M-1}$ à réponse impulsionnelle finie de longueur maximale $N \times (L + 1)$ dont la représentation polyphase $\mathbf{E}(z)$ est une matrice de taille $M \times N$. Dans le domaine temporel, à l'instant i le vecteur $\mathbf{x}^i = (x_{Ni}, \dots, x_{Ni+N-1})^T$ est placé en entrée de $\mathbf{E}(z)$, et le vecteur $\mathbf{y}^i = (y_{Mi}, \dots, y_{Mi+M-1})^T$ est obtenu en sortie. A partir des réponses impulsionnelles des filtres de chaque sous-bande, il est possible de construire des matrices $\mathbf{E}_l, l = 0, \dots, L$ de taille $M \times N$ telles que $\mathbf{y}^i = \sum_{l=0}^L \mathbf{E}_l \mathbf{x}^{i-l} = \mathbf{E}_{L:0} \mathbf{x}^{i-L:i}$, avec $\mathbf{E}_{L:0} = (\mathbf{E}_L, \dots, \mathbf{E}_0)$ et $\mathbf{x}^{i-L:i} = ((\mathbf{x}^{i-L})^T, \dots, (\mathbf{x}^i)^T)$, voir [12]. Chaque composante $y_{Mi+m}, m = 0, \dots, M - 1$, du vecteur \mathbf{y}^i est ensuite quantifiée à l'aide d'un quantificateur scalaire de pas Δ_m avec des indices de quantification représentés sur R_m bits. Le vecteur $\mathbf{u}^i = (u_{Mi}, \dots, u_{Mi+M-1})^T$ contenant ces indices est binarisé pour obtenir un vecteur de $\sum_{m=0}^{M-1} R_m$ bits, qui sont ensuite modulés pour former le vecteur \mathbf{b}^i envoyé sur un canal. Le vecteur \mathbf{r}^i à valeurs réelles ou complexes est obtenu en sortie de ce canal, supposé sans mé-

moire et caractérisé par sa probabilité de transition $p(r|b)$.

La technique de décodage qui servira de référence consiste à prendre, au récepteur, des décisions sur le vecteur reçu \mathbf{r}^i afin d'obtenir une estimée $\hat{\mathbf{b}}^i$ de \mathbf{b}^i et d'en déduire une estimée des indices de $\tilde{\mathbf{u}}^i$ permettant d'obtenir les sous-bandes $\tilde{\mathbf{y}}^i$. Le décodeur source permet alors la reconstruction du signal d'entrée du BFS à l'aide de la matrice pseudo-inverse de $\mathbf{E}(z)$ dont la représentation polyphase $\mathbf{R}(z) = (\mathbf{E}(z)^T \mathbf{E}(z))^{-1} \mathbf{E}(z)^T$ est telle que $\mathbf{R}(z) \mathbf{E}(z) = \mathbf{I}_{N \times N}$, avec $\mathbf{I}_{N \times N}$ la matrice identité de taille $N \times N$. Lorsque le canal est bruité, cette méthode d'estimation classique risque de donner lieu à des sous-bandes estimées $\tilde{\mathbf{y}}^i$ erronées et donc un signal reconstruit très éloigné du signal initial.

Estimation optimale du signal d'entrée

L'objectif de cet article est alors de réaliser à chaque instant i une estimation $\hat{\mathbf{x}}^i$ des échantillons \mathbf{x}^i placés en entrée du BFS à partir des sorties bruitées du canal de transmission. Pour cela, nous supposons que le récepteur a la connaissance d'un vecteur d'intervalles (ou *pavé*) $[\mathbf{x}]$ auquel appartiennent tous les vecteurs \mathbf{x}^i . Le pavé $[\mathbf{x}]$ peut être obtenu à partir de la dynamique du signal. L'estimée au sens du MV de \mathbf{x}^i à partir du vecteur (de taille infinie) \mathbf{r} des sorties du canal de transmission est $\hat{\mathbf{x}}^i = \arg \max_{\tilde{\mathbf{x}}^i \in [\mathbf{x}]} p(\mathbf{r} | \tilde{\mathbf{x}}^i)$. Cet estimateur est assez délicat à mettre en oeuvre parce que la vraisemblance est difficile à calculer.

3 Estimation sous-optimale

De ce fait, nous considérons un estimateur sous-optimal où nous déterminons à chaque instant i les indices en sortie des quantificateurs du BdF d'analyse. Nous supposons que le processus d'estimation a été capable de fournir aux instants précédant i des vecteurs d'intervalles $[\hat{\mathbf{x}}^j]$ tels que $\mathbf{x}^j \in [\hat{\mathbf{x}}^j] \subset [\mathbf{x}], j = i - L, \dots, i - 1$. Nous cherchons alors une estimée $\hat{\mathbf{u}}^i$ de \mathbf{u}^i au sens du MV qui soit *compatible* avec les vecteurs d'intervalles $[\hat{\mathbf{x}}^j]$ obtenus précédemment et le fait que les erreurs de quantification introduites dans la sous-bande m restent dans l'intervalle $[-\Delta_m/2, \Delta_m/2]$. Si on note par \mathcal{U} l'ensemble de tous les vecteurs $\tilde{\mathbf{u}}^i$ en sortie des quantificateurs, alors pour une valeur de $\tilde{\mathbf{u}}^i \in \mathcal{U}$ on sait que le vecteur de sortie du BdF avant quantification, \mathbf{y}^i appartient à un

intervalle $[\mathbf{y}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i)] = [\mathbf{y}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i) - \Delta/2, \mathbf{y}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i) + \Delta/2]$, où $\mathbf{y}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i)$ représente les sous-bandes obtenues après la quantification inverse de $\tilde{\mathbf{u}}^i$ et $\Delta = (\Delta_1, \dots, \Delta_M)^T$. Le vecteur $\tilde{\mathbf{u}}^i$ a pu être généré comme sortie quantifiée du BFS d'analyse s'il existe au moins un $\tilde{\mathbf{x}}^i \in [\mathbf{x}]$ pour lequel il existe $\tilde{\mathbf{x}}^{i-L:i-1} \in [\hat{\mathbf{x}}^{i-L:i-1}]$ tels que $\mathbf{E}_{L,0}\tilde{\mathbf{x}}^{i-L:i} \in [\mathbf{y}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i)]$. L'estimée *cohérente* de $\tilde{\mathbf{u}}^i$, c'est à dire celle qui appartient à l'ensemble des vecteurs d'indices qui résultent de la quantification de sous-bandes pouvant être générées par le BdF et qui sont compatibles avec les estimées $\hat{\mathbf{u}}^j, j = i-L, \dots, i-1$ s'écrit alors $\hat{\mathbf{u}}^i = \arg \max_{\tilde{\mathbf{u}}^i \in \mathcal{U}_1} p(\mathbf{r}^i | \tilde{\mathbf{u}}^i)$. \mathcal{U}_1 est le sous-ensemble de \mathcal{U} contenant tous les vecteurs $\tilde{\mathbf{u}}^i$ pour lesquels l'ensemble $\mathcal{X}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i)$ défini par

$$\mathcal{X}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i) = \{\tilde{\mathbf{x}}^i \in [\mathbf{x}] | \exists \tilde{\mathbf{x}}^{i-L:i-1} \in [\hat{\mathbf{x}}^{i-L:i-1}] \quad (1)$$

$$\text{satisfaisant } \mathbf{E}_0 \tilde{\mathbf{x}}^i \in [\mathbf{y}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i)] - \mathbf{E}_{L,1} \tilde{\mathbf{x}}^{i-L:i-1} \quad (2)$$

est non vide.

La détermination de $\hat{\mathbf{u}}^i$ nécessite la caractérisation de l'ensemble $\mathcal{X}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i)$. Cet ensemble est un polytope de dimension n [13] décrit par un ensemble d'inégalités déduites de (2). La caractérisation exacte d'un tel ensemble peut être assez complexe. Le calcul par intervalles [11] permet d'obtenir une approximation extérieure $[\mathbf{x}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i)]$ de $\mathcal{X}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i)$. Une approximation extérieure vide obtenue pour un certain $\tilde{\mathbf{u}}^i \in \mathcal{U}$ assure que $\mathcal{X}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i) = \emptyset$ et que $\tilde{\mathbf{u}}^i \notin \mathcal{U}_1$. Ceci permet de déduire l'algorithme suivant pour évaluer $\hat{\mathbf{u}}^i$.

Reconstruction Cohérente

Entrée : $\{[\hat{\mathbf{x}}^j], j = i-L, \dots, i-1\}, \mathbf{r}^i, N_{\max}$.

Sortie : $[\hat{\mathbf{x}}^i], \hat{\mathbf{u}}^i$.

1. Initialisation : $k = 1$.
2. Classer les vecteurs $\tilde{\mathbf{u}}^i$ par vraisemblance $p(\mathbf{r}^i | \tilde{\mathbf{u}}^i)$ décroissante. Stocker les N_{\max} candidats les plus vraisemblables $\mathcal{L}_{cand} = \{\tilde{\mathbf{u}}^i(1), \dots, \tilde{\mathbf{u}}^i(N_{\max})\}$.
3. $[\mathbf{x}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))] = \mathbf{Evaluation}([\mathbf{y}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))], [\hat{\mathbf{x}}^{i-L:i-1}])$
4. Si $[\mathbf{x}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))] = \emptyset$
 - (a) $k = k + 1$;
 - (b) Si $k > N_{\max}$, $[\hat{\mathbf{x}}^i] = \emptyset$; déclarer une erreur; fin.
 - (c) Aller en 3.
5. $[\hat{\mathbf{x}}^i] = [\mathbf{x}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))]; \hat{\mathbf{u}}^i = \tilde{\mathbf{u}}^i(k)$.

On dispose à l'entrée de cet algorithme des intervalles $[\hat{\mathbf{x}}^j], j = L, \dots, i-1$ ainsi que de \mathbf{r}^i . En sortie, $\hat{\mathbf{u}}^i$ est évaluée ainsi qu'une estimation du vecteur d'intervalles $[\hat{\mathbf{x}}^i]$ qui sera utilisée dans la recherche de $\hat{\mathbf{u}}^{i+1}$. L'étape 2. peut être réalisée à l'aide d'un M-algorithm [10]. La fonction **Evaluation** de l'étape 3 a pour but de calculer $[\mathbf{x}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))] \subset [\mathbf{x}]$ satisfaisant

$$\mathbf{E}_0 [\mathbf{x}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))] \subset [\mathbf{y}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))] - \mathbf{E}_{L,1} [\hat{\mathbf{x}}^{i-L:i-1}].$$

Cette étape peut être réalisée par la résolution de programmes linéaires. La fonction suivante exploite des outils de calcul par intervalles [11].

Evaluation

Entrée : $[\mathbf{y}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))], [\hat{\mathbf{x}}^{i-L:i-1}]$.

Sortie : $[\mathbf{x}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))]$.

- Initialisation : $[\mathbf{x}^i] = [\mathbf{x}], [\tilde{\mathbf{y}}^i] = [\mathbf{y}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))]$.
- Répéter

1. $[\mathbf{x}^i]^p = [\mathbf{x}^i]; [\hat{\mathbf{x}}^{i-L:i-1}]^p = [\hat{\mathbf{x}}^{i-L:i-1}]$
2. $[\tilde{\mathbf{y}}^i] = [\tilde{\mathbf{y}}^i] \cap \{\mathbf{E}_0[\mathbf{x}^i] + \mathbf{E}_{L,1}[\hat{\mathbf{x}}^{i-L:i-1}]\}$
3. Pour $m = 0, \dots, M-1$

- (a) Pour $n' = 0, \dots, N-1$

- i. $[t] = \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq n'}}^{N-1} \mathbf{E}_0(m, n) [x_{N(i+n)}]$
 $+ \sum_{l=1}^L \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{E}_l(m, n) [\hat{x}_{N(i-l)+n}]$
- ii. $[x_{N(i+n')}] = [x_{N(i+n')}] \cap \{[\tilde{y}_{M(i+m)}] - [t]\}$
- iii. Si $[x_{N(i+n')}] = \emptyset$

A. $[\mathbf{x}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))] = \emptyset$; Sortie.

4. Pour $m = 0, \dots, M-1$

- (a) Pour $n' = 0, \dots, N-1$

- i. Pour $l' = 1, \dots, L$

- A. $[t] = \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{E}_0(m, n) [x_{N(i+n)}]$
 $+ \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq l'}}^L \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq n'}}^{N-1} \mathbf{E}_l(m, n) [\hat{x}_{N(i-l)+n}]$
- B. $[\hat{x}_{N(i-l')+(n')}] = [\hat{x}_{N(i-l')+(n')}] \cap \{[\tilde{y}_{M(i+m)}] - [t]\}$
- C. Si $[\hat{x}_{N(i-l')+(n')}] = \emptyset$

- $[\mathbf{x}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))] = \emptyset$; Sortie.

5. $[\mathbf{x}^i(\tilde{\mathbf{u}}^i(k))] = ([x_{N(i)}], \dots, [x_{N(i+N-1)}])^T$

- tant que $\frac{d([\mathbf{x}^i])}{d([\mathbf{x}^i]^p)} < 1$ ou tant qu'il existe $j \in \{i-L, \dots, i-1\}$ tel que $\frac{d([\hat{\mathbf{x}}^j])}{d([\hat{\mathbf{x}}^j]^p)} < 1$.

Cette fonction cherche à réduire la taille de tous les intervalles considérés en exploitant les relations liant les différentes sorties et entrées du BdF d'analyse. Le calcul se poursuit tant qu'une diminution de la taille de l'un des intervalles est observée ($d([\mathbf{x}]) = \max_{n \in \{0, \dots, N-1\}} d([x_n])$ et $d([x]) = x^+ - x^-$).

Le vecteur $\hat{\mathbf{y}}^i$ en sortie du quantificateur inverse est alors obtenu à partir de $\hat{\mathbf{u}}^i$ pour tout instant i et la matrice de synthèse $\mathbf{R}(z)$ produit une estimée du signal d'entrée $\{\hat{\mathbf{x}}_n\}_{n \in \mathbb{N}}$. Lors du premier appel ($i = 1$), les vecteurs $[\hat{\mathbf{x}}^j]$ sont initialisés à $[\mathbf{x}]$.

Lorsqu'aucune solution n'est trouvée (étape 4. (b) de l'algorithme de **Reconstruction Cohérente**), l'estimée qui correspond à l'indice de quantification le plus vraisemblable est choisie. Un message d'erreur est également généré.

4 Résultats expérimentaux

Dans ce paragraphe, nous présentons les résultats obtenus en utilisant la méthode d'estimation présentée dans le paragraphe 3. Deux types de signaux unidimensionnels ont été considérés : un signal à valeurs discrètes formé de 4 lignes de l'image

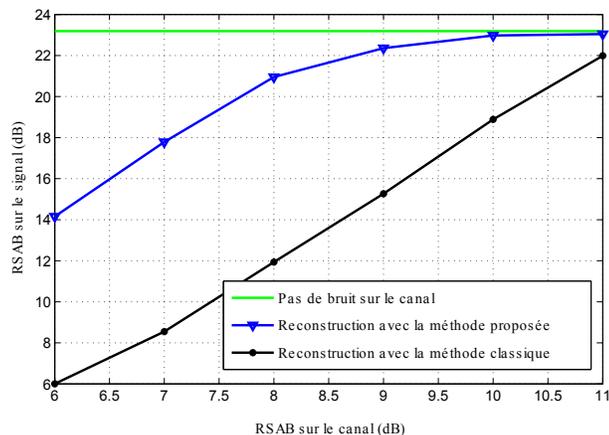


FIGURE 2 – RSAB sur le signal en fonction du RSAB sur le canal pour le signal formé des lignes 55 à 58 de Lena.pgm

Lena.pgm (de la ligne 55 à la ligne 58) et un signal gaussien corrélé, de moyenne nulle et variance unité, à temps discret avec un taux de corrélation de 0.9. Pour chaque signal, les 2000 premiers échantillons ont été considérés. Les deux signaux ainsi formés sont filtrés par un BFS reposant sur le filtre de Haar avec un facteur d'échantillonnage $N = 4$ et un nombre de canaux en sortie $M = 6$. Une allocation de débit est réalisée pendant l'étape de quantification de manière à ce que la variance du bruit de quantification soit approximativement la même dans toutes les sous-bandes. Une modulation BPSK est ensuite réalisée sur les indices de quantification binarisés obtenus avant leur transmission sur un canal à bruit blanc additif gaussien ayant un RSAB allant de 6 dB à 11 dB. Les résultats sont moyennés sur 250 réalisations du canal.

Les figures 2 et 3 montrent le gain apporté par la méthode de reconstruction proposée, où le nombre de candidats considérés est $N_{\max} = 20$, par rapport à une technique classique où l'indice de quantification le plus vraisemblable serait sélectionné sans vérifier s'il appartient ou non à l'ensemble \mathcal{U}_1 . Pour les deux signaux considérés, on obtient un gain d'environ 8 dB en RSAB sur le signal pour un RSAB sur le canal de 7 dB. Pour un RSAB sur le signal de 15 dB, on observe un gain en RSAB sur le canal de plus de 2.5 dB pour le premier signal considéré et d'environ 2.3 dB pour le second.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons introduit une méthode d'estimation qui exploite la redondance introduite par les BFS et qui tient compte également du caractère borné de l'erreur de quantification. Les résultats obtenus par cette approche montrent de bien meilleures performances en termes de RSAB sur le signal reconstruit et de RSAB sur le canal par rapport à une méthode de reconstruction classique. Les performances obtenues peuvent encore être améliorées par l'utilisation de filtres à détection de parité qui permettent d'éliminer plus de sous-bandes n'appartenant pas à l'ensemble des sous-bandes pouvant être générées à la sortie du BFS. Le travail à venir sera dédié à l'ex-

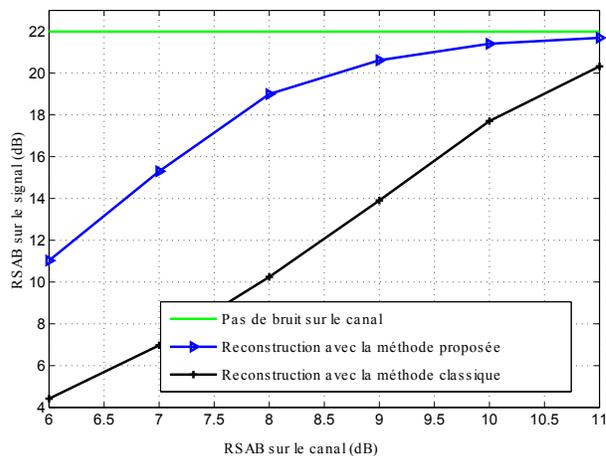


FIGURE 3 – RSAB sur le signal en fonction du RSAB sur le canal pour le signal gaussien corrélé

tension de cette méthode à l'image et à la vidéo.

Références

- [1] G. R. Redinbo, "Decoding real block codes : Activity detection, Wiener estimation," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 46, no. 2, pp. 609–623, 2000.
- [2] F. Labeau, J.C. Chiang, M. Kieffer, P. Duhamel, L. Vandendorpe, and B. Macq, "Oversampled filter banks as error correcting codes : theory and impulse correction," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 53, no. 12, pp. 4619 – 4630, 2005.
- [3] J. Kovacević, P. L. Dragotti, and V. K Goyal, "Filter bank frame expansions with erasures," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 48, no. 6, pp. 1439 –1450, 2002.
- [4] G. Rath and C. Guillemot, "Frame-theoretic analysis of DFT codes with erasures," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 52, no. 2, pp. 447–460, 2004.
- [5] M. Akbari and F. Labeau, "Recovering the output of an OFB in the case of instantaneous erasures in sub-band domain," in *Proc. IEEE MMSP*, St Malo, France, 2010, pp. 274-279.
- [6] J.-C. Pesquet T. Petrisor, B. Pesquet-Popescu, "A compressed sensing approach to frame-based multiple description coding," in *IEEE ICASSP*, 2007, Hawaii, USA.
- [7] J.-C. Pesquet T. Petrisor, B. Pesquet-Popescu, "Wavelet-based multiple description coding of images with iterative convex optimization techniques," in *IEEE ICIP2005*, Genova, Italie, Sept. 2005.
- [8] G. R. Redinbo, "Decoding real-number convolutionnal codes : Change detection, Kalman estimation," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 43, no. 6, pp. 1864–1876, 1997.
- [9] G. R. Redinbo, "Wavelet codes : Detection and correction using Kalman estimation," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 57, no. 4, pp. 1339–1350, 2009.
- [10] J. B. Anderson and S. Mohan, *Source and Channel Coding : An Algorithmic Approach*, Kluwer, 1991.
- [11] L. Jaulin, M. Kieffer, O. Didrit, and E. Walter, *Applied Interval Analysis*, Springer-Verlag, London, 2001.
- [12] P. P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filterbanks*, Prentice-Hall, Englewood-Cliffs, NJ, 1993.
- [13] E. Walter and L. Pronzato, *Identification of Parametric Models from Experimental Data*, Springer-Verlag, 1997.