

Algorithmes de formation de faisceaux coopératifs pour systèmes multi-relais multi-utilisateurs basés sur des statistiques du second ordre

HAMID MEGHDADI, VAHID MEGHDADI, JEAN PIERRE CANCES

Xlim/C2S2/ESTE: UMR CNRS 6172
16 Rue Atlantis 87068 Limoges cédex, France

hmeghdadi@ensil.unilim.fr, meghdadi@ensil.unilim.fr, cances@ensil.unilim.fr

Résumé - Ce papier traite des techniques de formation de faisceaux pour le contexte des transmissions par relais avec une source et plusieurs relais et destinations. Le but est de maximiser le rapport signal à bruit en réception à chaque station mobile en tenant compte de contraintes de puissance. La contrainte considérée ici est une puissance totale maximale (source plus relais) constante. Le gros intérêt de l'algorithme proposé est qu'il n'utilise que des statistiques du second ordre du canal ce qui est beaucoup plus réaliste que de supposer les canaux parfaitement connus aux relais. Nous montrons que, en dépit de certaines pertes par rapport au cas d'une égalisation Zero Forcing avec estimation parfaite des canaux, les algorithmes de formation de faisceaux à base de statistiques du second ordre sont de bons candidats pour transmettre des données à débit élevés dans un contexte multi-utilisateurs multirelais.

Abstract - This paper investigates linear beamforming techniques in relay networks with one source and multiple relays and destinations. The goal is to determine the beamforming matrix so that the signal to noise plus interference ratio at the destination is maximized subject to different power constraints. The considered power constraint here is a total (source and relay) maximum constant power. The key point of this paper is that we propose to use only the second order statistics of channel state information (CSI) which is a more realistic scenario than the case where instantaneous CSI is assumed to be perfectly known at the relay place. We show that, despite some losses when compared to the case of zero forcing (ZF) precoding with perfect channel state information (CSI), the obtained results clearly show that second order statistics based beamforming algorithms are good candidates to reliably support multiple parallel data streams with SINR requirements in multiuser multi-relay systems

1 Introduction

La notion de diversité coopérative apparaît clairement maintenant comme une alternative performante à la réalisation de systèmes multi-antennes (MIMO). Parmi tous les protocoles existants de retransmissions par relais, la technique AF (amplify and forward) est la plus utilisée du fait de sa faible complexité et de son coût d'implantation réduit. Elle consiste à réamplifier le signal après son passage dans le relai avec éventuellement l'application d'une pondération particulière pour faire de la formation de voie ou de faisceau afin que le rapport signal à bruit soit maximal à la destination. Le défi est de calculer les bonnes pondérations au niveau des relais pour pouvoir bénéficier d'un rapport signal à bruit optimisé. L'application de ces pondérations doit se faire en tenant compte des contraintes de puissance dans le réseau. Dans la littérature scientifique existante on peut classer les algorithmes de formation de faisceau en deux catégories principales : ceux qui supposent une connaissance de la réponse temporelle ou fréquentielle des canaux au niveau des relais [1] et ceux qui supposent une certaine incertitude sur la qualité de l'estimation des canaux avec par exemple la connaissance de la matrice de covariance des canaux ou une quantification de la réponse estimée [2].

Nous nous intéressons dans ce papier au calcul des pondérations aux relais lorsque l'on ne connaît que les

statistiques d'ordre deux du canal i.e. la matrice d'auto-covariance des canaux de propagation. Pour cela, nous nous basons sur les travaux initiaux de Nassab & al [2] et surtout de J. Li & al [3]. Par rapport au contexte simplifié de [3] qui ne prend en compte que la transmission entre une source et une destination via des relais multiples, nous ajoutons le contexte d'une transmission entre une source et des destinations multiples. Nous prenons en compte comme contrainte que la puissance totale source plus relais est limitée à une valeur maximale. Nous comparons les résultats obtenus au contexte des précodeurs de type ZF étudiés dans [4] qui supposent la connaissance parfaite des paramètres des canaux de propagation aux relais. Le plan de ce papier est le suivant: nous décrivons d'abord le système étudié ainsi que les algorithmes de calcul des pondérations aux relais dans le paragraphe 2. Les résultats de simulation sont donnés au paragraphe 3.

2 Système étudié et optimisation

On considère ici que les canaux entre les relais et les stations mobiles de destination ne sont pas orthogonaux.

2.1 Modèle du système étudié

Le système considéré comprend une source, R relais et M stations mobile, il est représenté sur la figure 1 ci-dessous. La source est équipée de M antennes à l'émission et elle envoie un message vers les différentes stations mobiles représenté sous la forme du vecteur :

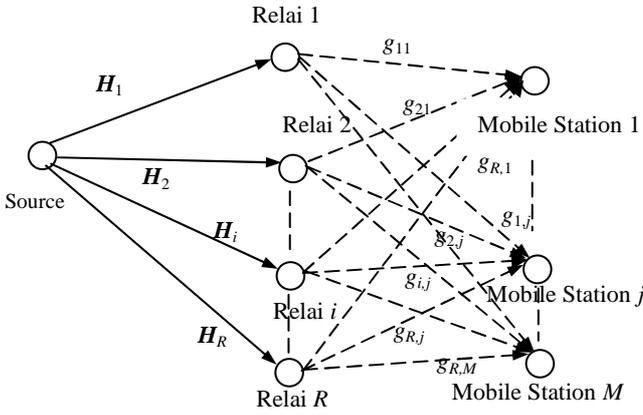


Figure 1 : Architecture du système étudié

$s = [s_1, s_2, \dots, s_M]_{1 \times M}$ où chaque quantité s_k représente un symbole d'information modulé avec une énergie unitaire : $E(|s_k|^2) = 1$. La source peut être en fait considérée ici comme une station de base. On suppose que chaque relai est équipé d'une seule antenne. Dans ce cas, le signal reçu au relai i peut s'écrire :

$$z_{i|1 \times 1} = \sqrt{P_s / M} \cdot \mathbf{H}_{i|1 \times M} \cdot \mathbf{s}_{1 \times M}^T + v_{i|1 \times 1} \quad i = 1, \dots, R \quad (1)$$

Le signal transmis par la source s'écrit : $\mathbf{t}_i = \sqrt{P_s / M} \cdot \mathbf{s}_{1 \times M}^T$ où P_s représente la puissance moyenne transmise pour chaque bloc s , en effet nous avons de façon évidente :

$$\begin{aligned} P_{trans} &= E[\mathbf{t}_i^\dagger \cdot \mathbf{t}_i] = \frac{P_s}{M} \cdot E[|s_1|^2 + |s_2|^2 + \dots + |s_M|^2] \\ &= \frac{P_s}{M} \cdot M = P_s \end{aligned}$$

Les matrices \mathbf{H}_i sont composées de variables aléatoires complexes Gaussiennes de moyenne nulle et de variance 1 (0.5 par dimension). On peut supposer que ces composantes sont non-corrélées puisqu'il y a possibilité à la station de base de séparer les antennes d'émission suffisamment pour obtenir des canaux décorrélés. On a la relation :

$$\mathbf{H}_{i|1 \times M} = [H_i(1, l)]_{l=1, \dots, M} \quad (2)$$

$$\text{avec } E\{H_i(1, m) \cdot H_i^*(1, n)\} = 0 \quad \text{si : } m \neq n$$

$$\text{et : } E\{H_i(1, m) \cdot H_i^*(1, n)\} = 1 \quad \text{si : } m = n$$

v_i est un échantillon de bruit blanc Gaussien de moyenne nulle et de variance σ_{SR}^2 . Le relai i pondère le signal $z_{i|1 \times 1}$ avec un coefficient $w_{i|1 \times 1}$ et retransmet le signal : $x_i = w_i \cdot z_i$. Dans ces conditions, le signal reçu à la station mobile j s'écrit :

$$u_j = \sum_{k=1}^R g_{k,j} \cdot w_k \cdot z_k + \eta_j$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{P_s / M} \cdot \mathbf{w}_{1 \times R} \cdot \text{diag}[\mathbf{g}_j]_{R \times R} \cdot \mathbf{H}_{R \times 1}^{(j)T} \cdot \mathbf{s}_j + \dots \\ &+ \sqrt{\frac{P_s}{M}} \sum_{k=1}^R w_k g_{k,j} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^M H_k(1, n) s_n + \sum_{k=1}^R g_{k,j} w_k v_k + \eta_j \quad (3) \end{aligned}$$

Pour la partie du signal utile à la station mobile j , on définit les vecteurs et matrices suivants :

$$\mathbf{w}_{1 \times R} = [w_1, w_2, \dots, w_R]$$

$$\begin{aligned} \text{et : } \mathbf{P}_j &= \text{diag}[\mathbf{g}_j]_{R \times R} \cdot \mathbf{H}_{R \times 1}^{(j)T} \\ &= [g_{1,j} \cdot H(1, j), g_{2,j} \cdot H(2, j), \dots, g_{R,j} \cdot H(R, j)]_{R \times 1}^T \end{aligned}$$

$$\text{et } \mathbf{g}_j = [g_{1,j}, g_{2,j}, \dots, g_{R,j}]_{1 \times R}$$

Pour les signaux interférents, on définit :

$$\mathbf{s}_{-j}^T = [s_1, s_2, \dots, s_{j-1}, s_{j+1}, \dots, s_M]_{(M-1) \times 1}^T$$

$$\text{et : } \mathbf{H}_{k,-j} = [H_k(1, n), H_k(2, n)$$

$$\dots, H_k(j-1, n), H_k(j+1, n), \dots, H_k(M, n)]_{1 \times (M-1)}$$

On peut alors écrire les signaux interférents

$$\sum_{k=1}^R w_k \cdot \mathbf{g}_{k,j} \cdot \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^M H_k(1, n) \cdot s_n \quad \text{sous la forme suivante :}$$

$$\sum_{k=1}^R w_k \cdot \mathbf{g}_{k,j} \cdot \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^M H_k(1, n) \cdot s_n = \sum_{k=1}^R w_k \cdot \mathbf{g}_{k,j} \cdot \mathbf{H}_{k,-j} \cdot \mathbf{s}_{-j}^T$$

$$\text{On définit alors : } \mathbf{H}_{-j} = [\mathbf{H}_{1,-j}, \mathbf{H}_{2,-j}, \dots, \mathbf{H}_{R,-j}]_{R \times (M-1)}^T,$$

on obtient donc :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^R w_k \cdot \mathbf{g}_{k,j} \cdot \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^M H_k(1, n) \cdot s_n &= \sum_{k=1}^R w_k \cdot \mathbf{g}_{k,j} \cdot \mathbf{H}_{k,-j} \cdot \mathbf{s}_{-j}^T \\ &= \mathbf{w}_{1 \times R} \cdot \text{diag}[\mathbf{g}_j]_{R \times R} \cdot \mathbf{H}_{-j|R \times (M-1)} \cdot \mathbf{s}_{-j|M-1}^T \end{aligned}$$

En réinjectant dans (3), on obtient le signal reçu :

$$\begin{aligned} u_j &= \sqrt{P_s / M} \cdot \mathbf{w}_{1 \times R} \cdot \text{diag}[\mathbf{g}_j]_{R \times R} \cdot \mathbf{H}_{R \times 1}^{(j)T} \cdot \mathbf{s}_j \\ &+ \mathbf{w}_{1 \times R} \cdot \text{diag}[\mathbf{g}_j]_{R \times R} \cdot \mathbf{H}_{-j|R \times (M-1)} \cdot \mathbf{s}_{-j|M-1}^T \quad (4) \\ &+ \mathbf{w}_{1 \times R} \cdot \text{diag}(\mathbf{g}_j)_{R \times R} \cdot \mathbf{v}_{R \times 1} + \eta_j \end{aligned}$$

η_j est un échantillon de bruit blanc Gaussien de moyenne nulle et de variance σ_{RD}^2 . On définit alors les matrices et les vecteurs suivants :

$$\mathbf{U}_{j|R \times (M-1)} = \text{diag}[\mathbf{g}_j]_{R \times R} \cdot \mathbf{H}_{-j|R \times (M-1)} \cdot \mathbf{T}_j = \text{diag}(\mathbf{g}_j)_{R \times R} \cdot \mathbf{v}_{R \times 1}$$

(4) se réécrit alors sous la forme suivante :

$$u_j = \sqrt{P_s / M} \cdot \mathbf{w}_{1 \times R} \cdot \mathbf{P}_j \cdot \mathbf{s}_j + \mathbf{w}_{1 \times R} \cdot \mathbf{U}_j \cdot \mathbf{s}_{-j}^T + \mathbf{w}_{1 \times R} \cdot \mathbf{T}_j + \eta_j \quad (5)$$

La composante utile du signal dans (5) est égale à :

$$\sqrt{P_s / M} \cdot \mathbf{w}_{1 \times R} \cdot \mathbf{P}_j \cdot \mathbf{s}_j \quad \text{et sa puissance vaut :}$$

$$P_d = E\left\{ \left| \sqrt{P_s / M} \cdot \mathbf{w}_{1 \times R} \cdot \mathbf{P}_j \cdot \mathbf{s}_j \right|^2 \right\} = \frac{P_s}{M} \cdot \mathbf{w}_{1 \times R} \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j \cdot \mathbf{w}_{1 \times R}^\dagger \quad (6)$$

La matrice $\mathbf{R} \mathbf{P}_j$ est définie par : $\mathbf{R} \mathbf{P}_j = E\{\mathbf{P}_j \cdot \mathbf{P}_j^\dagger\}$. La

$$\Gamma_d^{(j)} = \frac{P_d}{P_n} = \frac{P_s / M \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger}{P_s / M \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{R} \mathbf{U}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{Q}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{RD}^2} \quad (14)$$

$$= \frac{P_s \cdot (P_0 - P_s)}{M} \cdot \frac{\mathbf{w} \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger}{\mathbf{w} \cdot [P_s \cdot (P_0 - P_s) / M \cdot \mathbf{R} \mathbf{U}_j + (P_0 - P_s) \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{Q}_j + \sigma_{RD}^2 \cdot [(P_s / M) \mathbf{D} + \sigma_{SR}^2 \mathbf{I}]] \cdot \mathbf{w}^\dagger}$$

puissance totale bruit plus signal interférent vaut :

$$P_n = E \left\{ \left| \sqrt{P_s / M} \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{U}_j \cdot \mathbf{s}_{-j}^T + \mathbf{w} \cdot \mathbf{T}_j + \eta_j \right|^2 \right\} \quad (7)$$

$$= \frac{P_s}{M} \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{R} \mathbf{U}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{Q}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{RD}^2$$

Avec : $\mathbf{Q}_j = E \{ \text{diag}(\mathbf{g}_j) \cdot \text{diag}(\mathbf{g}_j)^\dagger \}$

$$= \text{diag} \left(E \{ |g_{1,j}|^2 \}, E \{ |g_{2,j}|^2 \}, \dots, E \{ |g_{R,j}|^2 \} \right)$$

et $\mathbf{R} \mathbf{U}_j = E \{ \mathbf{U}_j \cdot (\mathbf{U}_j)^\dagger \}$

La puissance rayonnée par les relais est égale à :

$$P_r = \sum_{i=1}^R E \{ |z_i|^2 \} \quad (8)$$

$$= \frac{P_s}{M} \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{w}^\dagger$$

Le rapport signal à bruit plus signaux interférents s'écrit:

$$\Gamma_d^{(j)} = \frac{P_d}{P_n} = \frac{P_s / M \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger}{P_s / M \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{R} \mathbf{U}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{Q}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{RD}^2} \quad (9)$$

2.2 Etapes d'optimisation

Le but est de déterminer les coefficients de pondération w_i pour maximiser le rapport signal à bruit plus signaux interférents. La contrainte s'obtient en écrivant que la somme des puissances rayonnées par la source et l'ensemble des relais est limitée :

$$P_s + P_r \leq P_0$$

On a à résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$\max_{P_s, \mathbf{w}} \Gamma_d^{(j)} = \frac{P_d}{P_n}$$

$$= \frac{P_s / M \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger}{P_s / M \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{R} \mathbf{U}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{Q}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{RD}^2}$$

s.t. $P_s + \frac{P_s}{M} \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{w}^\dagger \leq P_0 \quad (10)$

Pour résoudre (10), en appelant $(\mathbf{w}^{\text{opt}}, P_s^{\text{opt}})$ la solution de (10), la première étape consiste à prouver que :

$$P_s^{\text{opt}} + \frac{P_s^{\text{opt}}}{M} \cdot \mathbf{w}^{\text{opt}} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{w}^{\text{opt} \dagger} + \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{w}^{\text{opt}} \cdot \mathbf{w}^{\text{opt} \dagger} = P_0 \quad (11)$$

Avec cette première étape effectuée le problème d'optimisation (10) prend la nouvelle forme :

$$\max \Gamma_d^{(j)} = \frac{P_d}{P_n} = \frac{P_s / M \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger}{P_s / M \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{R} \mathbf{U}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{Q}_j \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{RD}^2}$$

s.t. $P_s + \frac{P_s}{M} \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{w}^\dagger + \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{w}^\dagger = P_0 \quad (12)$

En utilisant (12) on peut écrire que :

$$1 = \frac{\mathbf{w} \cdot [(P_s / M) \mathbf{D} + \sigma_{SR}^2 \mathbf{I}] \cdot \mathbf{w}^\dagger}{P_0 - P_s} \quad (13).$$

En reportant (13) dans $\Gamma_d^{(j)}$ on arrive à (14). Pour résoudre (14), on peut utiliser le lemme:

Lemme 1 : Pour deux matrices Hermitiennes définies semi-positives \mathbf{C}_1 et \mathbf{C}_2 i.e. $\mathbf{C}_1 \succeq 0$ et $\mathbf{C}_2 \succeq 0$, on a le résultat suivant:

$$\max_{\mathbf{x} \neq 0} \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{x}^\dagger}{\mathbf{x} \cdot \mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{x}^\dagger} = \frac{1}{\lambda_{\min}(\mathbf{C}_1^{-1/2} \cdot \mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{C}_1^{-1/2})} \quad (15)$$

En identifiant (15) avec (14) on trouve aisément :

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{R} \mathbf{P}_j$$

$$\mathbf{C}_2 = P_s \cdot (P_0 - P_s) / M \cdot \mathbf{R} \mathbf{U}_j + (P_0 - P_s) \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{Q}_j + \sigma_{RD}^2 \cdot [(P_s / M) \cdot \mathbf{D} + \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{I}] \quad (16)$$

Et on obtient l'équation (18).

Avec : $\mathbf{A}_1 = \mathbf{R} \mathbf{P}_j^{-1/2} \cdot \mathbf{R} \mathbf{U}_j \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j^{-1/2}$, $\mathbf{A}_2 = \mathbf{R} \mathbf{P}_j^{-1/2} \cdot \mathbf{Q}_j \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j^{-1/2}$,

$$\mathbf{A}_3 = \mathbf{R} \mathbf{P}_j^{-1/2} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j^{-1/2} \quad (17)$$

Le vecteur \mathbf{w}^{opt} correspond au vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de la matrice :

$$\mathbf{C}_1^{-1/2} \cdot \mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{C}_1^{-1/2}.$$

$$\mathbf{C}_1^{-1/2} \cdot \mathbf{C}_2 \cdot \mathbf{C}_1^{-1/2} = \mathbf{R} \mathbf{P}_j^{-1/2} \cdot [P_s \cdot (P_0 - P_s) / M \cdot \mathbf{R} \mathbf{U}_j + (P_0 - P_s) \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{Q}_j + \sigma_{RD}^2 \cdot [(P_s / M) \mathbf{D} + \sigma_{SR}^2 \mathbf{I}]] \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j^{-1/2} \quad (18)$$

$$= P_s \cdot (P_0 - P_s) / M \cdot \mathbf{A}_1 + (P_0 - P_s) \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{A}_2 + \sigma_{RD}^2 \cdot (P_s / M) \cdot \mathbf{A}_3 + \sigma_{RD}^2 \cdot \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j^{-1}$$

$$P_s^{\text{opt}} = \max_{P_s} \frac{P_s \cdot (P_0 - P_s)}{M} \cdot \frac{1}{\lambda_{\min} (P_s \cdot (P_0 - P_s) / M \cdot \mathbf{A}_1 + (P_0 - P_s) \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{A}_2 + \sigma_{RD}^2 \cdot (P_s / M) \cdot \mathbf{A}_3 + \sigma_{RD}^2 \cdot \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j^{-1})} \quad (19)$$

$$\text{s.t. } 0 \leq P_s \leq P_0$$

$$\mathcal{X}^{\text{opt}} = \max_{x, 0 < x < 1} \frac{P_0^2 x \cdot (1-x)}{M} \cdot \frac{1}{\lambda_{\min} (P_0^2 x \cdot (1-x) / M \cdot \mathbf{A}_1 + P_0 \cdot (1-x) \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{A}_2 + \sigma_{RD}^2 \cdot (P_0 / M) \cdot x \cdot \mathbf{A}_3 + \sigma_{RD}^2 \cdot \sigma_{SR}^2 \cdot \mathbf{R} \mathbf{P}_j^{-1})} \quad (20)$$

$$x^{\text{opt}} = \min_{k=1,\dots,R} \max_{0 < x < 1} \frac{P_0^2 x(1-x)}{M} \cdot \frac{1}{[P_0^2 x(1-x)/M a_k + P_0(1-x)\sigma_{SR}^2 b_k + \sigma_{RD}^2 (P_0/M) x c_k + \sigma_{RD}^2 \sigma_{SR}^2 d_k]} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{x(1-x)}{[P_0^2 x(1-x)/M a_k + P_0(1-x)\sigma_{SR}^2 b_k + \sigma_{RD}^2 (P_0/M) x c_k + \sigma_{RD}^2 \sigma_{SR}^2 d_k]} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{x(1-x)}{[\lambda_k x(1-x) + \mu_k (1-x) + \rho_k x + \omega_k]} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{x(1-x)}{[\lambda_k x(1-x) + (\rho_k - \mu_k)x + \omega_k + \mu_k]} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

Il reste alors à déterminer P_s^{opt} , ceci peut s'écrire sous la forme des équation (20) et (21) en considérant la variable réduite : $x = P_s / P_0$. Pour résoudre (21) on

suppose que les matrices A_1, A_2, A_3 et RP_j^{-1} sont toutes diagonales. Dans ce cas, en notant respectivement a_k, b_k, c_k et d_k les k èmes éléments diagonaux de ces matrices, on arrive au problème d'optimisation (22). La solution cherchée est la valeur de x qui annule la dérivée de la fonction (22). On obtient finalement :

$$x^{\text{opt}} = \min_{k=1,\dots,R} \frac{\mu_k + \omega_k + \sqrt{\omega_k^2 + \mu_k \omega_k + \rho_k \mu_k + \rho_k \omega_k}}{\mu_k - \rho_k} \quad (23)$$

Avec : $\lambda_k = \frac{P_0^2}{M} a_k$, $\mu_k = P_0 \sigma_{SR}^2 b_k$, $\rho_k = \sigma_{RD}^2 (P_0/M) c_k$

et $\omega_k = \sigma_{RD}^2 \sigma_{SR}^2 d_k$.

3 Résultats de simulation

On teste les algorithmes présentés précédemment pour différentes configurations de réseau avec une seule source et un nombre variable de relais et de stations mobiles. Le nombre de stations mobiles varie de 4 à 7. A chaque fois on prend le nombre minimum de relais permettant de satisfaire l'existence d'une solution pour l'égalisation ZF à savoir : $N_{\min} = M(M-1) + 1$. Pour la transmission on utilise une modulation QPSK. On évalue la probabilité moyenne de rupture (outage probability) en fonction de la puissance totale disponible (relais plus source) $10 \cdot \log_{10}(P_0)$ pour les deux contextes traités à savoir formation de faisceaux avec statistiques du second ordre et égalisation de type ZF aux relais avec connaissance parfaite des canaux [4]. Le rapport signal à bruit plus interférences visé est égal à 10 dB. Les coefficients des canaux de propagation sont modélisés (parties réelle et imaginaire) par des variables Gaussiennes indépendantes de moyenne nulle et de variance 0.5 sur chaque dimension. On considère que les paquets ont une taille égale à 130 symboles QPSK et que les paramètres de chaque canal restent constants sur une dizaine de paquets consécutifs transmis. On suppose de plus que $\sigma_{SR}^2 = \sigma_{RD}^2$ et que ceci correspond à un rapport signal à bruit moyen de 10 dB sur chaque liaison. Les résultats sont illustrés sur la Fig. 2; on voit clairement que les résultats de l'égalisation ZF sont supérieurs à ceux de la formation de faisceaux à base de statistiques du second ordre. De plus, plus le nombre de stations mobiles est important, et plus l'écart entre les deux types d'algorithme est important. Par exemple, pour une probabilité de rupture visée égale à 10^{-3} , l'écart entre l'égalisation ZF et la

formation de faisceaux avec statistiques du second ordre est imperceptible pour $M = 4$ stations mobiles, il passe à 1 dB dans le cas de $M = 7$ stations mobiles.

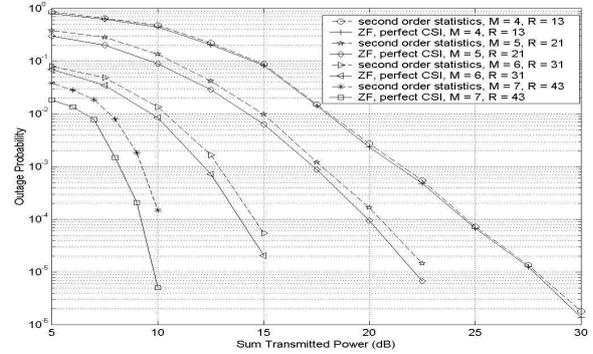


Fig. 2: Probabilité de rupture en fonction de la puissance totale transmise (dB), SINR visé 10 dB

4 Conclusion

Dans ce papier nous avons proposé des techniques de formation de faisceaux à l'aide de statistiques d'ordre deux pour le contexte d'une source transmettant vers plusieurs stations mobiles à l'aide d'un nombre variable de relais. Le contexte proposé est une généralisation de [3] et nous avons incorporé une comparaison avec l'algorithme d'égalisation ZF qui suppose une connaissance parfaite des canaux de propagation au niveau des relais. Les résultats obtenus montrent que la formation de faisceaux à base de statistiques d'ordre deux est un algorithme performant et efficace pour transmettre des flux de données à haut débits même en présence d'interférences sévères i.e. dans un contexte multi-relais et multi-utilisateurs.

References

- [1] V. H. Nassab, S. Shahbazpanahi, A. Grami, "Optimal distributed beamforming for two-way relay networks", *IEEE trans. Signal Processing*, vol. 58, n° 3, pp. 1238-1250, Mar. 2010.
- [2] V. H. Nassab, S. Shahbazpanahi, A. Grami and Z. Q. Luo, "Distributed beamforming for relay networks based on second order statistics of the channel state information", *IEEE Trans. Signal Proc* vol. 56, n° 9, pp. 4306-4316, Sept. 2008.
- [3] J. Li, A. P. Petropulu and H. V. Poor, "On Cooperative Beamforming Based on Second Order Statistics of Channel State Information", *IEEE Trans. Signal Proc*, vol. 59, n° 3, pp. 1280-1291, March 2011.
- [4] Y. Liu, A. P. Petropulu, "Cooperative Beamforming in Multi-Source Multi-Destination relay Systems with SINR Constraints", *In Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Dallas, pp. 2870-2873, March 2010.