

Modélisation et estimation de la PSF d'un instrument hyperspectral au sol pour l'astrophysique

Emma VILLENEUVE¹, Hervé CARFANTAN¹, Aurélien JARNO², Denis SERRE³, Vincent MAZET⁴, Sébastien BOURGUIGNON⁵

¹IRAP ; Université de Toulouse (UPS-OMP)/CNRS ; Toulouse, France. ²CRAL ; Université de Lyon/CNRS ; Lyon, France.

³Leiden Observatory, Leiden University ; The Netherlands. ⁴LSIIT ; Université de Strasbourg/CNRS ; Strasbourg, France.

⁵Laboratoire Cassiopée ; Université de Nice Sophia Antipolis/CNRS/OCA ; Nice, France.

{emma.villeneuve, herve.carfantan}@ast.obs-mip.fr

Résumé – On s'intéresse à la caractérisation, à la modélisation et à l'estimation de la PSF (*Point Spread Function*) de la chaîne d'acquisition de données astrophysiques hyperspectrales pour un instrument au sol. Les difficultés essentielles proviennent de la variation de cette PSF en fonction des conditions d'observation et de sa variabilité spatiale et spectrale. Cette modélisation est indispensable pour un développement rigoureux des méthodes d'analyse et de traitement de telles données hyperspectrales. Nous étudions les effets de chaque élément de la chaîne d'acquisition et proposons une approximation de la PSF globale par un modèle cohérent mais simple. Nous étudions également les moyens à disposition pour estimer les paramètres de tels modèles. La modélisation proposée permet de bien appréhender les caractéristiques spectrales et spatiales de la PSF et donc de les prendre en compte dans les méthodes de traitement et d'analyse. Des premiers résultats d'estimation de la PSF sur des données simulées sont encourageants.

Abstract – The study focuses on modelling and estimating the Point Spread Function of the hyperspectral data acquisition chain, for a ground-based instrument. The main difficulties lie in the PSF variations w.r.t. observational conditions, wavelength and position in the field of view. Such modelling is essential for the analysis and processing of these hyperspectral data. The effects of each component of the acquisition chain are studied, and a simple approximating model of the total PSF is proposed. Estimating the model parameters is also discussed. The suggested model allows one to take into account the spatial and spectral properties of the PSF, for analysis and processing methods. First estimating results on simulated data are promising.

1 Introduction

Le développement d'instruments hyperspectraux, capables de fournir simultanément des images à un grand nombre de longueurs d'ondes, ouvre des voies nouvelles pour les scientifiques dans bien des domaines. En particulier, en astrophysique, des instruments tels que MUSE [1], qui sera installé au foyer d'un télescope de 8 m du VLT (*Very Large Telescope*) au Chili à l'horizon 2012, apporteront des informations inédites, aussi bien sur des objets proches tels que des étoiles que sur des galaxies lointaines. Les cubes de données fournis par MUSE seront constitués d'images de 300×300 pixels à près de 4000 longueurs d'ondes dans le visible et le proche infra-rouge.

L'exploitation de ces données hyperspectrales nécessite le développement de nouvelles méthodes de traitement et d'analyse qui sont un challenge pour la communauté Signal/Image. Ces méthodes doivent intégrer au mieux les caractéristiques des données, en particulier le bruit de mesure et la réponse de la chaîne d'acquisition résumée dans sa PSF (*Point Spread Function*). Cela est évident pour la déconvolution, problème inverse nécessitant la connaissance d'un modèle direct pour sa résolution ; c'est également le cas pour d'autres outils d'analyse tels que la séparation aveugle de sources qui nécessite la connais-

sance de la structure du mélange, dépendant des propriétés de la PSF. Malheureusement, en observation astronomique depuis le sol, la PSF varie en fonction des conditions d'observation (variation de la turbulence atmosphérique). Le problème de sa caractérisation ne se résume donc pas à un problème de calibration instrumentale. Nous nous intéressons ici à la caractérisation, la modélisation et l'estimation de la PSF de la chaîne instrumentale de MUSE.¹

Dans un cadre général, la PSF ne peut pas être considérée comme invariante par translation spatiale et spectrale, comme bien souvent supposé en traitement d'images. Par définition, la PSF correspond au résultat de l'observation d'un objet ponctuel, spatialement et spectralement. Soit $h_{z,\mu}(s, \lambda)$ la valeur au point (s, λ) de la PSF pour un objet ponctuel en (z, μ) (coordonnées spatiales $s, z \in \mathbb{R}^2$ - spectrales $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$) ; alors, l'observation y d'un objet quelconque x s'écrit :

$$y(s, \lambda) = \iint x(z, \mu) h_{z,\mu}(s, \lambda) dz d\mu.$$

Bien sûr, dans le cas de PSF invariantes par translation, on trouve l'opérateur de convolution : $h_{z,\mu}(s, \lambda) = h(s-z, \lambda-\mu)$.

¹Ce travail a été partiellement financé par le projet ANR 08-BLAN-0253-01 DAHLIA - Dedicated Algorithms for Hyperspectral Imaging in Astronomy.

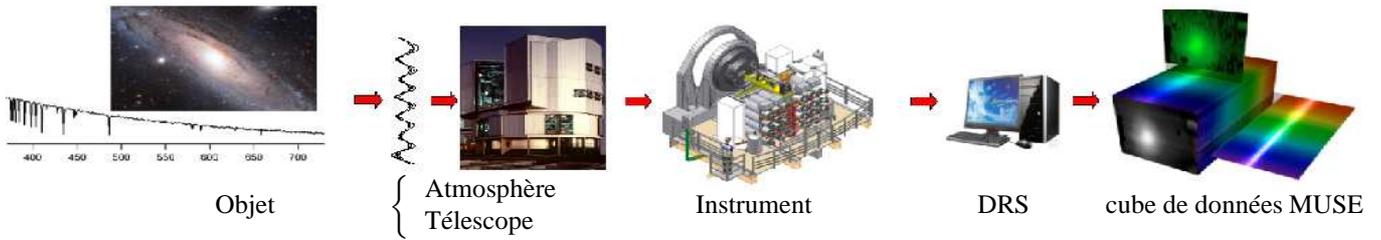


FIG. 1 – Chaîne d’acquisition d’un cube de données hyperspectrales par l’instrument MUSE du VLT.

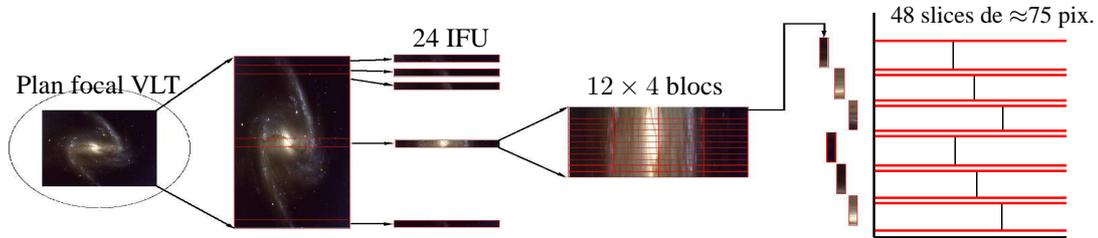


FIG. 2 – Schéma simplifié d’acquisition sur CCD de l’instrument MUSE

La PSF sera dite séparable pour ses dimensions spatiales et spectrales si l’on peut écrire $h_{z,\mu}(s, \lambda) = F_{z,\mu}(s)L_{z,\mu}(\lambda)$ avec F la FSF pour *Field Spread Function* et L la LSF pour *Line Spread Function* correspondant respectivement aux PSF spatiale et spectrale.

2 Chaîne d’acquisition de MUSE

Lors de l’acquisition d’un cube de données hyperspectrales depuis le sol (Fig. 1), le signal lumineux traverse l’atmosphère puis parvient dans le plan focal du télescope, éventuellement après correction par un système d’optique adaptative (AO). Cette suite de transformations du signal est commune à tous les instruments au sol. La construction du cube de données à partir de l’image reçue par le télescope est propre à chaque instrument et nous nous focaliserons ici sur l’instrument MUSE qui nécessite l’étape logicielle du DRS (*Data Reduction System*). L’étude de la PSF associée à chacun de ces éléments permet de modéliser la PSF globale.

Télescope : le télescope ne produit pas d’étalement spectral sur l’acquisition des données ; sa PSF est donc séparable en une FSF, invariante par translation mais variable spectralement, et une LSF, cette dernière étant un Dirac. Dans le cas d’un télescope formé d’une simple pupille, la FSF prend la forme d’une tache d’Airy. Le télescope du VLT est plus complexe et sa FSF peut être approchée analytiquement ou numériquement.

Atmosphère : de même que le télescope, l’atmosphère ne produit pas d’étalement spectral ; sa PSF est donc séparable en une FSF, invariante par translation mais variable en fonction de la longueur d’onde, et un Dirac pour LSF. Pour la durée d’intégration considérée, la FSF est considérée circulaire. Elle se modélise via sa transformée de Fourier : l’OTF (*Optical Transfert Function*) qui s’exprime à partir de la fonction de structure D_ϕ : $OTF(\lambda, \nu) = \exp(-\frac{1}{2}D_\phi(\lambda, |\nu|))$, où ν est le vecteur de fréquences spatiales. Les modèles généralement utilisés pour D_ϕ sont le modèle de Kolmogorov qui fait intervenir le paramètre

de Fried r_0 (ou rayon du télescope équivalent) et le modèle de Von Kármán qui prend également en compte l’échelle externe des turbulences L_0 [2]. La FSF de l’atmosphère peut donc être formulée par un modèle physique, lié à des paramètres dépendant des conditions d’observation. Notons que pour MUSE, la turbulence atmosphérique sera à l’horizon 2013 partiellement corrigée par un système d’optique adaptative (AO), mais nous nous concentrons par la suite aux acquisitions sans AO. Dans ce cas, par opposition au cas avec AO, cette FSF est invariante par translation.

Instrument MUSE : comme schématisé Fig. 2, le spectro-imageur MUSE découpe l’image du plan focal du VLT puis la dirige vers ses 24 IFU (*Integral Field Units*). Chaque IFU découpe à son tour la fraction d’image reçue en 48 blocs placés en entrée d’un spectrographe, produisant ainsi 48 *slices*. En fin de chaîne d’acquisition, sur chaque IFU, un CCD fait l’acquisition d’une image 2D, dont une dimension est spectrale et l’autre est spatiale. Bien sûr, aucun modèle analytique de la PSF de l’instrument n’est disponible, mais des simulations numériques peuvent être effectuées [3]. Comme illustré Fig. 3 (haut), la PSF de l’instrument varie fortement dans le champ et en fonction de la longueur d’onde, mais elle reste heureusement de dimension très limitée ($\approx 2 \times 2$ pixels). L’étalement suivant la dimension spectrale, également illustré Fig. 3 (bas), principalement dû à la fente du spectrographe, est censé être identique pour tous les *slices*. Mais en pratique, vu le système optique complexe, cet étalement varie lentement sur les CCD. Enfin, il apparaît clairement que la PSF n’est pas séparable en le produit d’une fonction des lignes et d’une fonction des colonnes. Notons que l’échantillonnage spectral est à peine suffisant (pas d’échantillonnage supérieur à la limite de Nyquist), ce qui pourrait poser problème lors des différents traitements, en particulier dans une étape d’interpolation. Enfin, la PSF correspondant à l’instrument n’est pas variable en fonction des observations, aussi pourrait-elle faire l’objet d’une calibration.

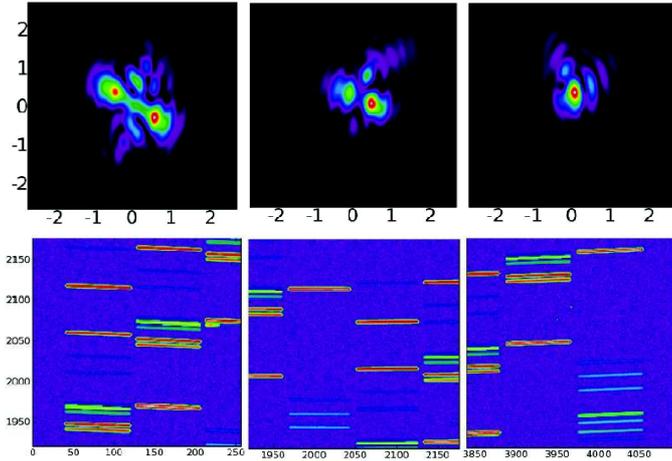


FIG. 3 – Caractéristiques instrumentales de MUSE en différentes positions du CCD [3] (axes en pixels) : simulation à haute résolution d’objets ponctuels (haut, en échelle logarithmique), simulation d’objet constants spatialement avec un spectre de raies (bas).

DRS : en plus d’étapes de prétraitement (calibrations...), le DRS effectue la conversion d’un ensemble de données 2D issues des CCD vers un cube hyperspectral et nécessite donc une étape d’interpolation [4]. Cette dernière dépendant directement des données, l’effet du DRS dépend des observations. Notons que l’on peut s’affranchir de cette étape d’interpolation dans l’analyse des données MUSE en travaillant directement à partir des données acquises sur les CCD plutôt que sur le cube.

Bilan et approximations pour la PSF : en pratique, il n’est pas concevable de calibrer la PSF de l’instrument en chaque pixel du cube, leur nombre s’élevant à environ $300 \times 300 \times 4000$. De plus, l’effet du DRS est délicat à maîtriser et dépend des observations. Des hypothèses simplificatrices doivent donc être effectuées afin de pouvoir modéliser et estimer la PSF globale de la chaîne d’acquisition.

L’étalement spatial dû à l’instrument (et au DRS) étant d’étendue limitée par rapport à celui du télescope et de l’atmosphère, il peut être supposé négligeable. Cela revient à approximer la PSF de l’instrument (et du DRS) par une PSF séparable ayant un Dirac comme FSF et une LSF variant spatialement et spectralement. L’étalement spectral étant principalement dû à l’instrument (et au DRS, délicat à caractériser), il ne dépend pas des observations et peut être estimé une fois pour toutes. Pour cela, on s’appuie sur l’observation d’un champ constant spatialement généré par une lampe à spectre de raies (Fig. 3 bas) ce qui donne des mesures de la LSF intégrée spatialement (ILSF).

La PSF globale de la chaîne d’acquisition peut donc être modélisée d’une part par une FSF variable en longueur d’onde, essentiellement due aux effets atmosphériques et au télescope, et d’autre part par une LSF variable spectralement et spatialement propre à l’instrument approxmée par son ILSF et estimée une fois pour toutes. Pour les observations sans AO, la FSF de l’atmosphère est invariante par translation, la FSF globale le sera donc également. On peut donc écrire la PSF globale sous

la forme : $h_{z,\mu}(s, \lambda) = F_\mu(s - z)L_{z,\mu}(\lambda)$, l’observation d’un objet x donne alors :

$$y(s, \lambda) = \iint x(z, \mu)F_\mu(s - z)L_{z,\mu}(\lambda)dzd\mu.$$

En imagerie hyperspectrale, il est raisonnable de faire l’approximation que la FSF varie lentement en fonction de λ et donc que $F_\mu(s - z) \approx F_\lambda(s - z)$ pour μ proche de λ . Comme la LSF est à support limité (quelques pixels spectraux), on peut écrire :

$$y(s, \lambda) \approx \int \left[\int x(z, \mu)L_{z,\mu}(\lambda)d\mu \right] F_\lambda(s - z)dz.$$

Notons que cette relation s’écrit comme une convolution spatiale par la FSF de $\tilde{x}(z, \lambda) = \int x(z, \mu)L_{z,\mu}(\lambda)d\mu$, spectre de l’objet étalé par la LSF. Certaines méthodes de traitements de données MUSE, pour la séparation aveugle de source [6] ou le débruitage [7], s’appuient sur cette approximation.

3 Estimation de la FSF

Dépendant des conditions d’observation, la FSF du système doit être estimée à chaque acquisition.

À partir des conditions atmosphériques

Une première possibilité consiste à estimer le paramètre r_0 et à modéliser la FSF de l’atmosphère par le modèle de Kolmogorov. La mesure du paramètre r_0 est prévue par l’ESO via le DIMM (*Differential Image Motion Monitor*) mais avec des erreurs pouvant aller jusqu’à 30%. Pour exploiter un modèle de von Kármán, une valeur de L_0 doit être estimée mais aucune mesure n’est prévue simultanément à l’acquisition des données. L’échelle externe pourrait alors être approximée à partir des statistiques des campagnes de mesures atmosphériques².

À partir des données

Modèle de données : si une ou plusieurs étoiles sont présentes dans le champ observé et suffisamment isolées, il est possible d’estimer la FSF directement à partir des données. L’observation idéale d’une étoile isolée située en z_0 s’exprime :

$$o(s, \lambda) = \tilde{s}_{\text{star}}(\lambda)F_\lambda(s - z_0),$$

avec \tilde{s}_{star} le spectre de l’étoile étalé par la LSF. Pour estimer la FSF à partir des données, il faut prendre en compte le bruit de mesure. Le temps d’intégration étant important (de quelques minutes à 1 heure), ce bruit peut être considéré additif et gaussien dont la variance est donnée par le cube de l’objet étalé par la PSF, auquel s’ajoute le spectre du ciel \tilde{s}_{sky} . Après soustraction de ce spectre, le cube de données s’exprime :

$$d(s, \lambda) = \tilde{s}_{\text{star}}(\lambda)F_\lambda(s - z_0) + b(s, \lambda),$$

avec b bruit gaussien centré de variance $\sigma^2(s, \lambda) = o(s, \lambda) + \tilde{s}_{\text{sky}}(\lambda)$. Les réalisations de ce bruit sont indépendantes sur les pixels du CCD, mais elles peuvent être corrélées dans le cube

²<http://www.eso.org/gen-fac/pubs/astclim/paranal/seeing/outerscale.html>

final à cause de l'interpolation effectuée par le DRS. En l'absence d'une meilleure connaissance de ce processus, l'indépendance est la seule hypothèse possible. Notons que, hormis pour des étoiles très brillantes, le rapport signal sur bruit est généralement très faible.

Modèle de FSF : on peut chercher à approximer la FSF par un modèle analytique simple, variable en fonction de la longueur d'onde. Estimer la FSF revient alors à estimer les paramètres du modèle. La fonction de Moffat circulaire [9] $M_{\alpha,\beta}(r) = [1 + (r/\alpha)^2]^{-\beta}$ fournit une meilleure approximation de la FSF que la gaussienne, souvent employée en traitement d'images, grâce à ses paramètres d'échelle α et de forme β . En effet, l'erreur quadratique moyenne entre une simulation de FSF atmosphérique et le modèle optimal est de 2% environ (contre 15% pour une gaussienne) [5]. Les modèles de variation $\alpha(\lambda) = \alpha_0 + \alpha_1\lambda$ et $\beta = \beta_0$ permettent d'approximer la FSF en tout point du cube avec seulement 3 hyper-paramètres.

Estimation des paramètres du modèle : une estimation par maximum de vraisemblance du vecteur $\mathbf{h} = [\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, z_0]$ des paramètres de position de l'étoile et du modèle de FSF $m_{\mathbf{s},\lambda}(\mathbf{h})$ est possible, via une estimation préalable de la variance du bruit et du spectre de l'étoile [8], grâce au caractère hyperspectral des données (grand nombre de longueur d'ondes) :

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h}} \sum_{\mathbf{s},\lambda} \frac{(d(\mathbf{s}, \lambda) - \tilde{s}_{\text{star}}(\lambda)m_{\mathbf{s},\lambda}(\mathbf{h}))^2}{\sigma^2(\mathbf{s}, \lambda)}.$$

Ainsi, sur des données simulées de façon idéale (FSF de type Moffat), la FSF en tout point du cube peut être estimée avec une erreur inférieure à 5%, pour un rapport signal sur bruit de -10 dB³, grâce à une étape de *spectral binning* (moyennage spectral, *e.g.* sur 40 longueurs d'onde) pour l'estimation de la variance du bruit et du spectre de l'étoile [8].

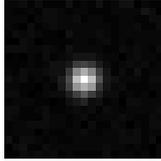
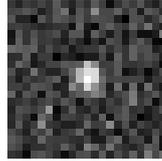
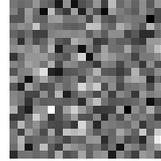
4 Simulations et conclusions

Le logiciel QSIM (*Quick Simulator*) simule des cubes de données issus de la chaîne d'acquisition MUSE, dont sont extraits des cubes de taille $21 \times 21 \times 3463$. Nous nous limitons aux cubes extraits dans lesquels apparaît une seule étoile relativement centrée. Bien sûr, cette étoile n'est pas parfaitement isolée car les cubes contiennent d'autres objets (étoiles, galaxies) d'intensité inférieure. Notons que le modèle de FSF $n_\lambda(\mathbf{z})$ utilisé pour ces simulations est gaussien, d'écart-type connu variable en longueur d'onde. Néanmoins, puisque la fonction gaussienne est un cas limite de la fonction de Moffat pour $\beta \rightarrow \infty$, l'estimation de la FSF avec une valeur élevée de β_0 devrait partiellement compenser le biais entre les deux modèles. Enfin, une telle erreur de modèle sera bien sûr présente sur des données réelles.

Pour quantifier l'erreur entre la FSF simulée centrée en $\hat{\mathbf{z}}_0$ et

³Rapport signal sur bruit défini par : $\text{RSB} = \frac{\sum_{\mathbf{s},\lambda} o^2(\mathbf{s}, \lambda)}{\sum_{\mathbf{s},\lambda} \sigma^2(\mathbf{s}, \lambda)}$

TAB. 1 – Rapport signal sur bruit en décibels - Erreur $\bar{\epsilon}_2$ - Extraits de cubes d'étoiles relativement isolées, à 662 nm.

RSB	20 dB	0.37 dB	-15 dB
$\bar{\epsilon}_2$ BR	3.40%	4.04%	10.82%
$\bar{\epsilon}_2$ HR	1.34%	1.29%	7.81%
			

celle estimée, nous utilisons l'erreur relative :

$$\bar{\epsilon}_2 = \frac{1}{3463} \sum_{\lambda} \frac{\sum_{\mathbf{s}} (n_\lambda(\mathbf{s}) - m_{\mathbf{s},\lambda}(\mathbf{h}))^2}{\sum_{\mathbf{s}} n_\lambda^2(\mathbf{s})}.$$

Cette erreur peut-être calculée à la résolution de MUSE (BR) ou à une plus haute résolution (HR), ici 40 fois plus fine.

D'après le tableau 1, le modèle proposé, de type Moffat variable en longueur d'onde, permet d'approximer de façon satisfaisante une simulation de la FSF globale de la chaîne d'acquisition. L'erreur d'estimation, dépendant du rapport signal sur bruit, est limitée à 11% (8% en haute résolution) pour un cube très bruité de $\text{RSB} = -15$ dB, grâce au caractère hyperspectral de la méthode et ceci malgré la différence de modèle et la présence d'objets parasites dans le champ d'étude. De tels résultats sont donc très encourageants.

Notons enfin que la méthodologie utilisée pour la modélisation et l'estimation des paramètres de la PSF permettra aussi bien d'estimer la PSF à partir du cube de données que directement à partir des données des CCD.

Références

- [1] R. Bacon, M. Accardo *et al.* *The MUSE second-generation VLT instrument*, SPIE Conf. Series, vol. 7735, July 2010.
- [2] A. Tokovinin. *From Differential Image Motion to Seeing*. PASP, vol. 114, p. 1156–1166, oct. 2002.
- [3] A. Jarno. *Développement d'un modèle numérique de l'instrument MUSE/VLT*. PhD thesis, INSA Lyon, Juillet 2008.
- [4] P. Weilbacher. *Data reduction library design*. MUSE report, VLT-TRE-MUS-14670-0689, MUSE project, Dec. 2008.
- [5] D. Serre, E. Villeneuve, H. Carfantan, *et al.* *Modeling the spatial PSF at the VLT focal plane for MUSE WFM data analysis purpose*. SPIE Conf. Series, vol. 7736, July 2010.
- [6] I. Meganem, Y. Deville, S. Hosseini, *et al.* *Extraction of stellar spectra from dense fields in hyperspectral MUSE data cubes using non-negative matrix factorization*. IEEE Whispers 2011.
- [7] S. Bourguignon, H. Carfantan, E. Slezak and D. Mary. *Sparsity-based spatial-spectral restoration of MUSE astrophysical hyperspectral data cubes*. IEEE Whispers 2011.
- [8] E. Villeneuve, H. Carfantan and D. Serre. *PSF estimation of hyperspectral data acquisition system for ground-based astrophysical observations*. IEEE Whispers 2011.
- [9] A. F. J. Moffat. *A Theoretical Investigation of Focal Stellar Images in the Photographic Emulsion and Application to Photographic Photometry*. A&A, vol. 3, pp.455, Dec.1969.