

Un modèle rapide de flou variable dans le champ et son application à la déconvolution en astronomie

Loïc DENIS¹, Éric THIÉBAUT¹, Ferréol SOULEZ²

¹ Observatoire de Lyon, CRAL CNRS UMR 5574,
UCBL, ENS de Lyon, Université de Lyon, 9 av. C. André, 69561 Saint Genis Laval cedex, France

²Centre Commun de Quantimétrie,
UCBL, Université de Lyon, 8 av. Rockefeller 69373 Lyon Cedex 08, France
loic.denis@obs.univ-lyon1.fr, eric.thiebaut@obs.univ-lyon1.fr
ferreol.soulez@univ-lyon1.fr

Résumé – La déconvolution d’images est essentielle pour l’imagerie haute résolution et est par conséquent largement utilisée en astronomie et en microscopie. Alors qu’un flou invariant dans le champ est modélisé par une convolution conduisant à des algorithmes rapides à base de FFT, les flous variant dans le champ nécessitent des modèles à la fois précis et suffisamment rapides. Lorsque la réponse impulsionnelle (RI) varie continûment dans le champ, un compromis entre ces deux objectifs contradictoires peut être atteint en interpolant une grille de RI.

Plusieurs modèles pour les RI variant continûment dans le champ co-existent dans la littérature. Nous montrons que l’un d’entre eux est à la fois bien fondé physiquement et rapide. De plus, nous montrons que la qualité d’approximation peut être améliorée en ajustant les RI et les poids d’interpolation par rapport à un modèle continu choisi. Cette amélioration ne modifie pas la complexité de l’application de l’opérateur de flou.

Nous illustrons le modèle développé sur une application de déconvolution en astronomie et montrons qu’une reconstruction régularisée avec le modèle proposé améliore largement les résultats existants.

Abstract – Image deblurring is essential to high resolution imaging and is therefore widely used in astronomy, microscopy or computational photography. While shift-invariant blur is modeled by convolution and leads to fast FFT-based algorithms, shift-variant blurring requires models both accurate and fast. When the point spread function (PSF) varies smoothly across the field, these two opposite objectives can be reached by interpolating from a grid of PSF samples.

Several models for smoothly varying PSF co-exist in the literature. We advocate that one of them is both physically-grounded and fast. Moreover, we show that the approximation can be largely improved by tuning the PSF samples and interpolation weights with respect to a given continuous model. This improvement comes without increasing the computational cost of the blurring operator.

We illustrate the developed blurring model on a deconvolution application in astronomy. Regularized reconstruction with our model leads to large improvements over existing results.

1 Introduction

La déconvolution d’images est utilisée dans de nombreux domaines pour améliorer la résolution, le rapport signal-bruit et le contraste d’images floues. Le flou rencontré dans les images varie parfois spatialement. Ces variations peuvent être abruptes (flou de bougé d’objets en mouvement, défaut de mise au point de certaines parties de la scène) ou continues (aberrations optiques, défauts de correction en optique adaptative, effets d’interfaces en microscopie 3D). Les variations abruptes du flou nécessitent une segmentation du champ en régions à l’intérieur desquelles la RI ne varie pas. Toute la difficulté porte alors sur l’obtention d’une bonne segmentation. Les variations continues de RI nécessitent quant à elles un effort de modélisation. La dégradation ne correspondant plus à une convolution calculable rapidement par FFT, un compromis doit être recherché entre la qualité de l’approximation des RI et la rapidité du modèle pour pouvoir utiliser en pratique les algorithmes itératifs de recon-

struction.

Dans la littérature, deux approches ont été explorées pour la modélisation de RI variant continûment (Figure 2). La première réalise une réduction de la dimension de l’espace des RI par analyse en composantes principales. Le flou est alors modélisé par un banc de filtres (chaque étage réalisant la convolution par un mode des RI) dont les sorties sont combinées selon des poids variant dans le champ [2, 7, 6]. Chaque étage du banc de filtres nécessitant une convolution de la totalité du champ, la complexité algorithmique de ce modèle croît proportionnellement avec le nombre d’étages (i.e., avec le nombre de modes de RI retenus dans l’ACP). La seconde approche consiste en un découpage du champ en blocs (avec superpositions), puis en la combinaison de la convolution de chacun des blocs par une RI différente [1, 4, 5]. Les convolutions n’étant calculées que sur des parties du champ (le support de chaque bloc), la complexité ne dépend que du taux de recouvrement des blocs et de la portée des effets de bord (taille du support des RI).

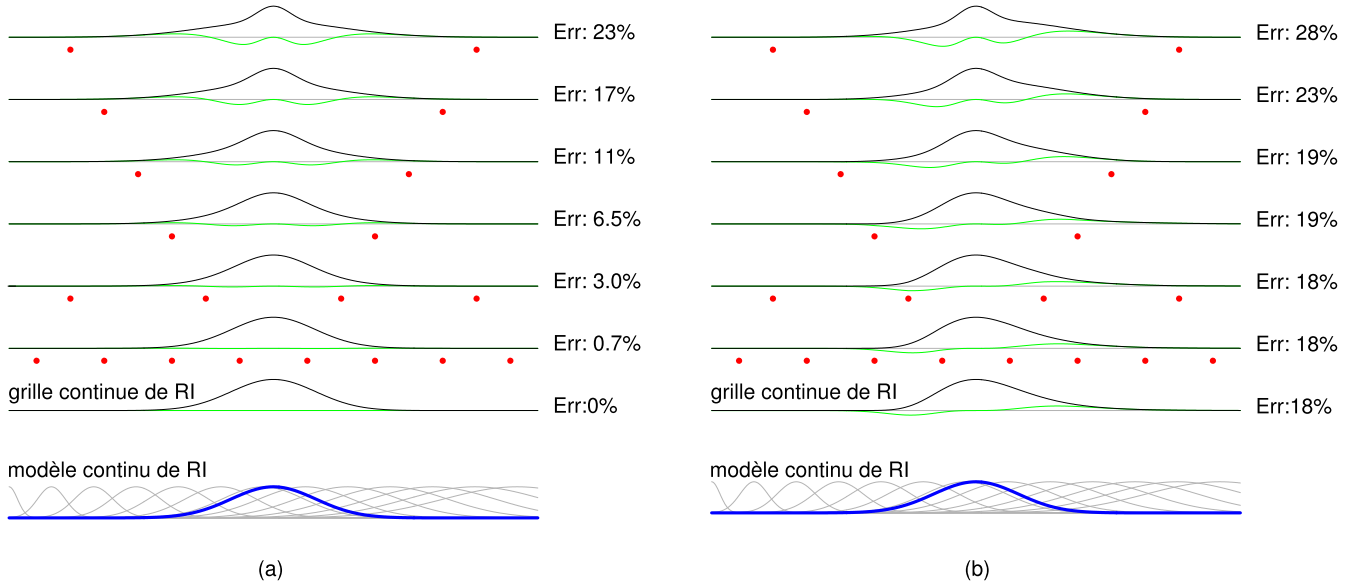


FIGURE 1 – Qualité d’approximation de deux modèles : (a) modèle proposé en section 2 (opérateur \mathcal{H}) ; et (b) modèle de Nagy [1] (opérateur \mathcal{H}^\dagger). [en bleu : RI vraie, en rouge : points d’échantillonnage des RI, en vert : erreur d’approximation]

Nous montrons dans la section 2 que l’approximation des RI par interpolation de RI prises sur une grille conduit à un modèle de ce type. Nous généralisons ensuite dans la section 3 cette modélisation pour améliorer la qualité d’approximation. Une illustration sur un problème de déconvolution en astronomie est présentée en section 4.

2 Approximation par interpolation de réponses impulsionnelles

La dégradation d’une distribution f lors de la formation de l’image g est généralement modélisée par une transformation linéaire :

$$g(\mathbf{r}) = \int h(\mathbf{r}, \mathbf{s}) f(\mathbf{s}) d\mathbf{s}, \quad (1)$$

où h représente la réponse impulsionnelle (RI). Lorsque la RI ne dépend que de la différence $\mathbf{r} - \mathbf{s}$ (invariante spatialement), l’équation (1) est une convolution.

Lorsque les RI varient continuellement, elles peuvent être bien approximées par interpolation de quelques RI prises aux positions \mathbf{s}_i :

$$h(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \approx \sum_{i=1}^K h_i(\mathbf{r} - \mathbf{s}) \varphi_{\text{int}}(\mathbf{s} - \mathbf{s}_i), \quad (2)$$

avec $h_i(\mathbf{u}) \equiv h(\mathbf{s}_i + \mathbf{u}, \mathbf{s}_i)$ la RI pour une source située en \mathbf{s}_i , φ_{int} un noyau d’interpolation et K le nombre de RI considérées. Le modèle de formation d’images s’écrit alors :

$$g(\mathbf{r}) \approx \sum_{i=1}^K \int h_i(\mathbf{r} - \mathbf{s}) \varphi_i(\mathbf{s}) f(\mathbf{s}) d\mathbf{s} \equiv [\mathcal{H} \circ f](\mathbf{r}), \quad (3)$$

où $\varphi_i(\mathbf{s}) = \varphi_{\text{int}}(\mathbf{s} - \mathbf{s}_i)$ et où l’opérateur linéaire correspondant à notre modèle approché est noté \mathcal{H} . Cet opérateur et son ad-

joint (nécessaire pour la reconstruction itérative d’image) peuvent s’écrire sous la forme :

$$\mathcal{H} = \sum_i \mathcal{H}_i \circ \mathcal{W}_i \quad \text{et} \quad \mathcal{H}^\dagger = \sum_i \mathcal{W}_i \circ \mathcal{H}_i^\dagger, \quad (4)$$

avec \mathcal{W}_i un opérateur de pondération correspondant à une multiplication terme à terme avec φ_i , \mathcal{H}_i et \mathcal{H}_i^\dagger respectivement une convolution et une corrélation avec la $i^{\text{ème}}$ RI. L’image dégradée est donc obtenue par sommation du résultat de la convolution entre les RI et des versions pondérées de la distribution de départ. Comme les noyaux d’interpolation ont généralement un support réduit, les convolutions doivent être calculées sur de petites régions, ce qui peut être réalisé efficacement par FFT. Cette modélisation permet ainsi une approximation rapidement calculable du modèle linéaire général de l’équation (1) (la complexité est environ 4 fois celle d’une convolution de toute l’image par FFT [5], indépendamment du nombre K de RI, si le support des RI h_i est petit devant celui des poids φ_i). La recherche d’une approximation rapide à appliquer a conduit Nagy et O’Leary [1] à un modèle différent, de complexité similaire (figure 2(a)) : $\mathcal{H}^\dagger = \sum_i \mathcal{W}_i \circ \mathcal{H}_i$. Indépendamment, Gilad et Hardenberg [4] ont proposé les approximations \mathcal{H} et \mathcal{H}^\dagger , et Hirsch *et al.* [5] l’utilisation de \mathcal{H} . Bien que comparables sur le plan de la rapidité, ces approximations sont très différentes dès lors que le support des RI n’est pas négligeable devant la distance $\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j$ entre deux échantillons de RI successifs h_i et h_j . La figure 1 en présente une illustration 1D. Contrairement au modèle \mathcal{H}^\dagger , le modèle \mathcal{H} proposé : (i) préserve la symétrie des RI, (ii) est exact à la limite d’un échantillonnage continu des RI, (iii) préserve la positivité et la normalisation des RI lorsque des noyaux d’interpolation bi-linéaire sont utilisés. Une modélisation de type (4), mais dans laquelle les \mathcal{W}_i ne sont pas localisés et les \mathcal{H}_i correspondent à des convolutions avec des modes des RI est proposée par Flicker et Rigaut [2] (le coût est alors proportionnel à K : figure 2(b)).

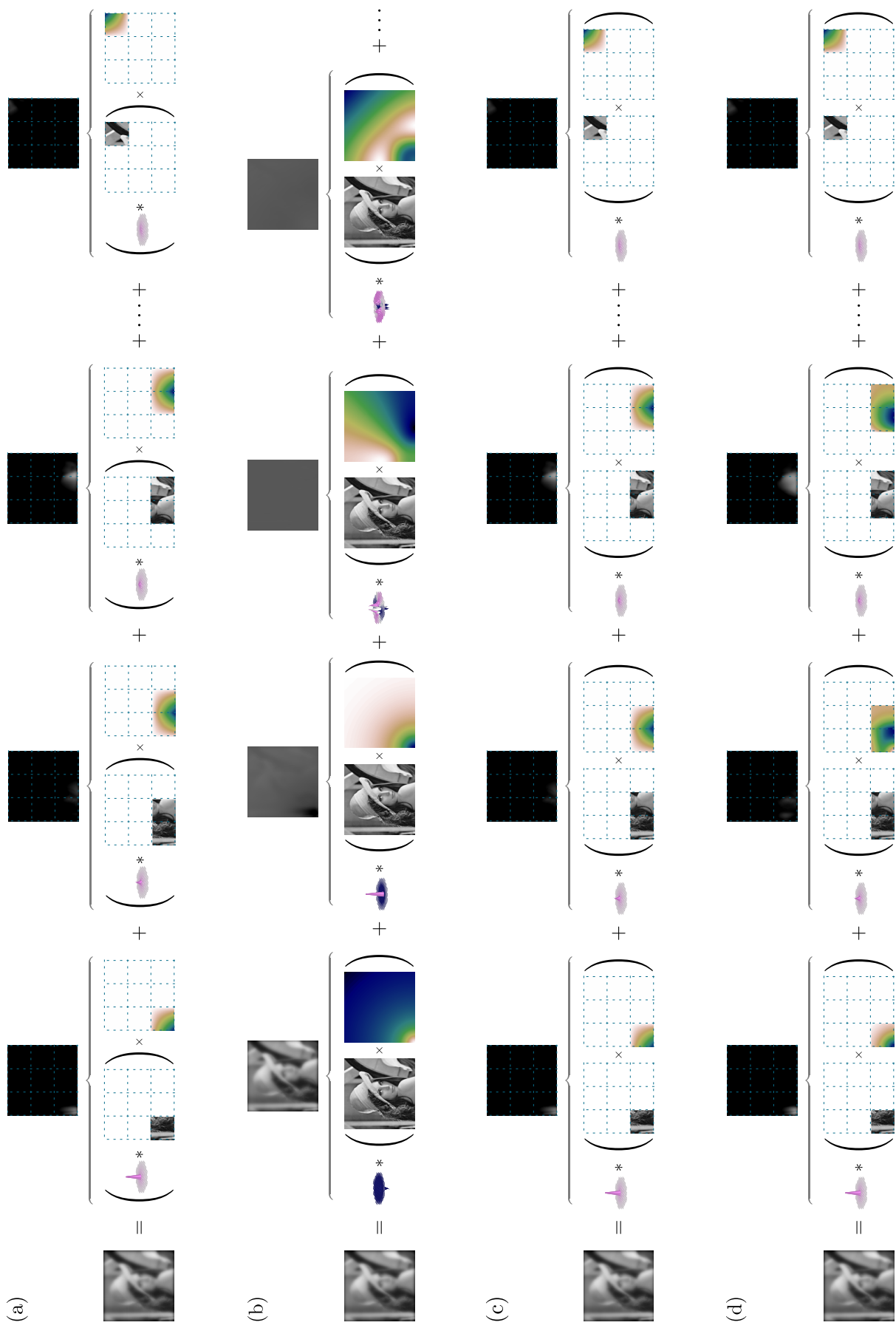


FIGURE 2 – **Principe des différents modèles de flou variable dans le champ :** (a) Modèle de Nagy [1] : l'image est décomposée en blocs se superposant, chaque bloc est convolué par une RI différente, le résultat des convolutions est interpolé. Rapide, mais les RI effectives n'ont pas les bonnes propriétés (cf. section 2). (b) Décomposition des RI sur les modes principaux obtenus par ACP [2]. Les convolutions sont réalisées sur l'image entière pour chacun des termes : lent. (c) Modèle correspondant à une interpolation des RI ([5] et section 2). Rapide et présentant de meilleurs propriétés que le résultat obtenu est très proche de (a) lorsque les blocs sont grands devant le support des RI. (d) Généralisation du modèle (c) avec l'optimisation des poids et des RI décrite en section 3.

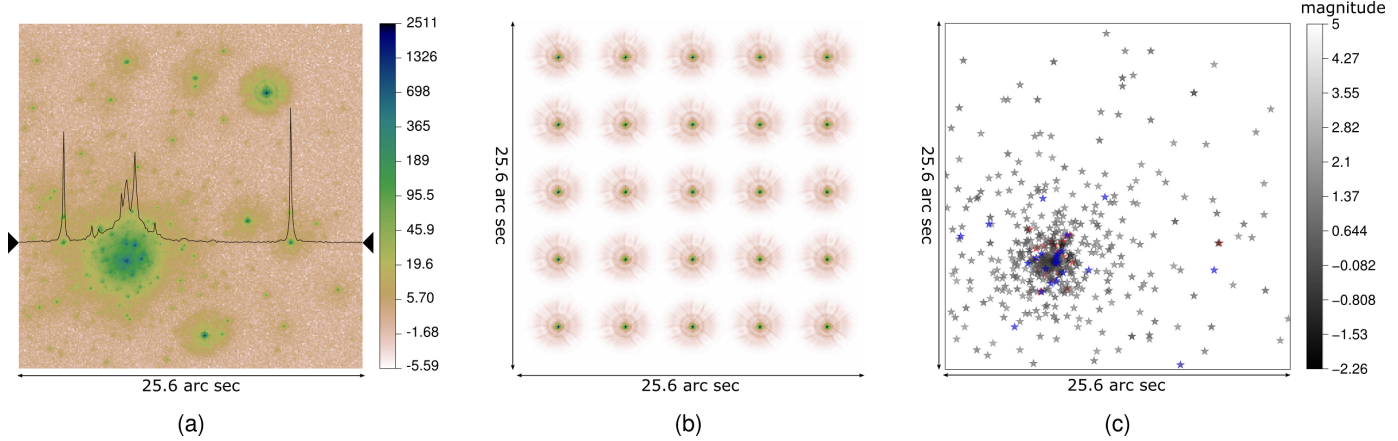


FIGURE 3 – Déconvolution avec une RI variant dans le champ : (a) simulation de l’observation d’un champ d’étoiles par la caméra WFC non corrigée ; (b) grille 5×5 de RI fournie ; (c) étoiles correctement détectées par déconvolution parcimonieuse (gris : bonne détection, bleu : non-détection (4.9%), rouge : fausse alarme (7.2%))

3 Amélioration de l’approximation

L’erreur d’approximation des RI peut être réduite de différentes manières : (i) en augmentant le nombre K de RI h_i (coûteux quand le support des RI est grand) ; (ii) en changeant l’ordre d’interpolation (coûteux car le support du noyau d’interpolation est proportionnel à l’ordre d’interpolation) ; (iii) en utilisant une interpolation généralisée, c’est-à-dire en raffinant les poids d’interpolation φ_i (sans augmentation du support) et les RI h_i pour s’ajuster à un modèle donné de RI h . L’approche (iii) est la plus intéressante puisqu’elle permet d’améliorer l’approximation sans augmentation du coût de l’opérateur \mathcal{H} . Cela peut être réalisé en minimisant l’écart quadratique entre les RI cibles et leur approximation :

$$\epsilon^2 = \iint [h(\mathbf{r}, \mathbf{s}) - \sum_i h_i(\mathbf{r} - \mathbf{s}) \varphi_i(\mathbf{s})]^2 d\mathbf{r} d\mathbf{s} \quad (5)$$

par rapport aux RI $\{h_i\}_{i=1}^K$ et aux poids $\{\varphi_i\}_{i=1}^K$. En partant des RI $\{h_i\}_{i=1}^K$ aux points $\{\mathbf{s}_i\}_{i=1}^K$ (i.e., le modèle de la section 2), l’écart ϵ^2 est alternativement minimisé par rapport aux poids, puis par rapport aux RI. La minimisation de (5) est un problème bilinéaire. Bien que la procédure de minimisation alternée réduise à chaque itération l’erreur d’approximation ϵ^2 , la convergence vers le minimiseur global n’est pas garantie. En pratique, nous réalisons chaque étape de minimisation et résolvant les équations normales par SVD. Notons que cette procédure d’optimisation des poids et des RI ne doit être réalisée qu’une seule fois pour un système donné (caractérisé par son modèle de RI h).

La figure 2 (d) illustre les poids d’interpolation et les RI obtenues pour un modèle de RI correspondant à la correction d’une optique adaptative sur le VLT du Chili [3].

4 Application à la déconvolution

Nous illustrons sur la figure 3 la déconvolution obtenue sur des données simulées (source : <ftp.stsci.edu/>

`software/stsdas/testdata/restore/sims/star_cluster`) traitées par Nagy et O’Leary [1]. La simulation correspond à l’observation d’un champ d’étoiles par le satellite Hubble. Nous avons reconstruit ce champ d’étoiles avec une approche de maximum a posteriori (attache aux données quadratique et régularisation ℓ^1 avec contrainte de positivité). L’erreur RMS est de 3.6% en utilisant la grille 5×5 de RI, 6.2% en utilisant seulement la PSF moyenne, à comparer avec les 16% d’erreur RMS obtenus dans [1] avec une reconstruction par gradients conjugués préconditionnés tronqués.

Références

- [1] J.G. Nagy and D.P. O’Leary. Restoring Images Degraded by Spatially Variant Blur. *SIAM J. Sci. Comp.*, 19 :1063, 1998.
- [2] R. Flicker and F. J Rigaut. Anisoplanatic deconvolution of adaptive optics images. *J Opt Soc Am A*, 22(3) :504–513, Mar 2005.
- [3] G. Cresci, *et al.* Accounting for the anisoplanatic point spread function in deep wide-field adaptive optics images. *A & A*, 438 :757–767, 2005.
- [4] E. Gilad and J. Hardenberg. A fast algorithm for convolution integrals with space and time variant kernels. *J. Comp. Phys.*, 216(1) :326–336, 2006.
- [5] M. Hirsch, S. Sra, B. Scholkopf, and S. Harmeling. Efficient filter flow for space-variant multiframe blind deconvolution. In *IEEE Comp. Vis. Pattern Recogn. (CVPR)*, pages 607–614, 2010.
- [6] M. Arigovindan, J. Shaevitz *et al.* A parallel product-convolution approach for representing the depth varying point spread functions in 3D widefield microscopy based on principal component analysis. *Opt Express*, 18(7) :6461–6476, 2010.
- [7] Timothy Popkin, Andrea Cavallaro, and David Hands. Accurate and efficient method for smoothly Space-Variant gaussian blurring. *IEEE Transactions on Image Processing*, 19(5) :1362–1370, 2010.