

Une corrélation de phase pour les images couleur

José MENNESSON, Christophe SAINT-JEAN, Laurent MASCARILLA

Laboratoire Mathématiques, Image et Applications, Av. Michel Crépeau , 17042 La Rochelle, France
{jose.mennesson, christophe.saint-jean, laurent.mascarilla}@univ-lr.fr

Résumé – Cet article est basé sur une généralisation récente de la transformée de Fourier : la transformée de Fourier Clifford pour les images couleur[1]. Elle est définie à partir des algèbres de Clifford pour généraliser la transformée de Fourier 2D classique aux fonctions de $L^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$. La corrélation de phase couleur peut être définie par analogie au cas standard par application du « shift-theorem » pour cette transformée de Fourier. Deux méthodes pour la calculer en pratique sont données et testées dans une série d'expérimentations.

Abstract – This article is based on a recent generalization of the Fourier transform : the Clifford Fourier transform for color images[1]. This transform is defined using clifford algebra to generalize the classical 2D Fourier transform to $L^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$ functions. The color phase correlation can be defined by analogy to the standard case by applying the “shift-theorem” for this transform. Two methods are given and tested in a series of experiments.

1 Introduction

Dans la littérature, des méthodes dérivées de la transformée de Fourier sont largement utilisées dans le cadre de la reconnaissance de formes. Parmi celles-ci, la corrélation de phase est une méthode usuelle qui est utilisée dans un grand nombre d'applications comme la reconnaissance d'images [11], l'analyse de disparité stéréo, l'analyse de flots optique [4], *etc.* Définie pour les images en niveaux de gris, son extension à la couleur est problématique car l'information couleur est vectorielle et non scalaire.

Dans une première partie, nous rappelons la définition de la corrélation de phase pour les images en niveaux de gris. Puis, son extension aux images couleur à l'aide de la transformée de Fourier quaternionique (TFQ) et de la transformée de Fourier Clifford (TFC) couleur est étudiée. Chaque méthode est ensuite évaluée dans une série d'expérimentations.

2 La corrélation de phase classique

La corrélation de phase est basée sur le « shift-theorem » de la transformée de Fourier : soit g , la version translattée de l'image f tel que $g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x} - \Delta)$ où Δ est un vecteur de translation, leurs transformées de Fourier \hat{f} et \hat{g} vérifient

$$\hat{g}(\mathbf{u}) = \hat{f}(\mathbf{u}) e^{-2i\pi\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle} \quad (1)$$

où $\langle \cdot \rangle$ est le produit scalaire. Le déphasage entre \hat{f} et \hat{g} est obtenu à l'aide du « cross-power spectrum » qui s'écrit

$$\begin{aligned} R(\mathbf{u}) &= \frac{\hat{f}(\mathbf{u}) \overline{\hat{g}(\mathbf{u})}}{|\hat{f}(\mathbf{u}) \hat{g}(\mathbf{u})|} = \frac{\hat{f}(\mathbf{u}) \overline{\hat{f}(\mathbf{u})} e^{2i\pi\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}}{|\hat{f}(\mathbf{u}) \hat{f}(\mathbf{u})| e^{2i\pi\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}} \\ &= \frac{|\hat{f}(\mathbf{u})|^2 e^{2i\pi\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}}{|\hat{f}(\mathbf{u})|^2 e^{2i\pi\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}} = \frac{e^{2i\pi\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}}{|e^{2i\pi\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}|} = e^{2i\pi\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle} \end{aligned} \quad (2)$$

où l'opérateur $\bar{\cdot}$ est le conjugué complexe.

La corrélation de phase est alors idéalement dans le cas où g est le translatté de f

$$r(\mathbf{x}) = \check{R}(\mathbf{u}) = \delta_{-\Delta}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

où δ est la distribution de Dirac et \check{R} est la transformée de Fourier inverse de R .

La meilleure translation estimée et le score de corrélation ρ sont donnés par $\Delta = -\operatorname{argmax}_{\mathbf{x}}(|r(\mathbf{x})|)$ et $\rho = \max_{\mathbf{x}}(|r(\mathbf{x})|)$. Le coefficient ρ est égal à 1 quand g est la version translattée de f et peut être utilisé comme un score de similarité entre les images. Notons que ρ est invariant seulement en translation. D'autres invariances peuvent être obtenues en passant dans le domaine log-polaire [11].

La corrélation de phase est une méthode bien définie pour les images en niveaux de gris et elle a été largement utilisée dans de nombreuses applications mais son extension à la couleur reste problématique. En utilisant une transformée de Fourier pour les images couleur (quaternionique ou Clifford), il est possible de définir une corrélation de phase couleur. La section suivante traite de l'extension de la corrélation de phase aux images couleur à l'aide de la TFQ et de la TFC.

3 La corrélation de phase couleur

Dans cette partie, nous rappelons la corrélation de phase vectorielle de Sangwine *et al.* [12]. Puis deux méthodes pour calculer la corrélation de phase couleur avec la TFC de Batard *et al.* [1] sont proposées.

3.1 La corrélation de phase quaternionique

Une image couleur est considérée comme une fonction de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{H}_0 , l'ensemble des quaternions imaginaires purs,

$$f(x, y) = r(x, y)i + v(x, y)j + b(x, y)k \quad (4)$$

où $r(x, y)$, $v(x, y)$ et $b(x, y)$ sont les canaux rouge, vert et bleu de l'image.

Ell et Sangwine dans [5] proposent de remplacer l'imaginaire complexe i par un quaternion unitaire μ , vérifiant $\mu^2 = -1$. Deux transformées de Fourier quaternioniques dites à droite \widehat{f}_μ^R et à gauche \widehat{f}_μ^L sont définies selon la place de l'exponentielle par rapport à f . Un choix typique pour μ est $(i+j+k)/\sqrt{3}$ qui correspond dans RVB à l'axe des niveaux de gris. La TFQ dite à gauche est ainsi

$$\widehat{f}_\mu^L(\mathbf{u}) = \int_{\mathbb{R}^2} e^{-\mu 2\pi \langle \mathbf{x}, \mathbf{u} \rangle} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (5)$$

Ces transformées peuvent être décomposées en deux parties (parallèle $\widehat{f}_{\parallel\mu}$ et orthogonale $\widehat{f}_{\perp\mu}$, voir [5] pour plus de détails).

Pour définir une corrélation de phase couleur, Sangwine *et al.* [12] se sont basés sur la définition de la corrélation hyper-complexe dans le domaine fréquentiel

$$R_\mu^R(\mathbf{u}) := \widehat{[f(\mathbf{x}) * g(\mathbf{x})]_\mu^R}(\mathbf{u}) \quad (6)$$

$$= \widehat{f}_\mu^L(\mathbf{u}) \widehat{g}_{\parallel\mu}^R(\mathbf{u}) + \widehat{f}_\mu^L(\mathbf{u}) \widehat{g}_{\perp\mu}^R(\mathbf{u}) \quad (7)$$

Plusieurs formes alternatives sont données dans [8].

L'étape suivante consiste à normaliser la corrélation calculée ci-dessus pour retrouver un « cross-power spectrum »

$$R_\mu^R(\mathbf{u}) = \frac{C_\mu^R(\mathbf{u})}{|C_\mu^R(\mathbf{u})|} \quad (8)$$

Enfin, la corrélation de phase couleur quaternionique est calculée en prenant la TFQ inverse à droite du « cross-power spectrum »

$$r_\mu(\mathbf{x}) = \widehat{[R_\mu^R]_\mu^R}(\mathbf{x}) \quad (9)$$

Il en résulte une « image » dont les pixels sont des quaternions. Le score de corrélation ρ_μ^R en est alors la valeur maximale des magnitudes de ces quaternions.

3.2 La corrélation de phase Clifford

L'image couleur est plongée dans l'algèbre de Clifford de $\mathbb{R}_{4,0}$

$$f(x, y) = r(x, y)\mathbf{e}_1 + v(x, y)\mathbf{e}_2 + b(x, y)\mathbf{e}_3 + 0\mathbf{e}_4 \quad (10)$$

La TFC de Batard *et al.* [1] est paramétrée par un bivecteur unitaire B (identifiable à un plan d'analyse) et s'écrit

$$\widehat{f}_B(\mathbf{u}) = \int_{\mathbb{R}^2} e^{\frac{\langle \mathbf{u}, \mathbf{x} \rangle}{2} I_4 B} e^{\frac{\langle \mathbf{u}, \mathbf{x} \rangle}{2} B} f(\mathbf{x}) e^{-\frac{\langle \mathbf{u}, \mathbf{x} \rangle}{2} B} e^{-\frac{\langle \mathbf{u}, \mathbf{x} \rangle}{2} I_4 B} d\mathbf{x} \quad (11)$$

où I_4 est le pseudo-scalaire de $\mathbb{R}_{4,0}$, $I_4 B$ est un bivecteur unitaire orthogonal à B . Un bivecteur unitaire B peut être obtenu à partir du produit extérieur de deux vecteurs unitaires orthogonaux, et nous avons choisi $B_c = \mathbf{c} \wedge \mathbf{e}_4$ où \mathbf{c} est une couleur choisie par l'utilisateur. \widehat{f}_B peut être décomposée en une partie parallèle et une partie orthogonale au bivecteur B

$$\widehat{f}_B(\mathbf{u}) = \widehat{f}_{\parallel B}(\mathbf{u}) + \widehat{f}_{\perp B}(\mathbf{u}) \quad (12)$$

À partir de la TFC et de ses parties parallèle et orthogonale, les deux formulations équivalentes du « shift-theorem » s'écrivent

$$\widehat{g}_B(\mathbf{u}) = e^{\frac{\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}{2} I_4 B} e^{\frac{\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}{2} B} \widehat{f}_B(\mathbf{u}) e^{-\frac{\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}{2} B} e^{-\frac{\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}{2} I_4 B} \quad (13)$$

$$\begin{cases} \widehat{g}_{\parallel B}(\mathbf{u}) = e^{\frac{\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}{2} B} \widehat{f}_{\parallel B}(\mathbf{u}) e^{-\frac{\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}{2} B} = \widehat{f}_{\parallel B}(\mathbf{u}) e^{-\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle B} \\ \widehat{g}_{\perp B}(\mathbf{u}) = e^{\frac{\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}{2} I_4 B} \widehat{f}_{\perp B}(\mathbf{u}) e^{-\frac{\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle}{2} I_4 B} = \widehat{f}_{\perp B}(\mathbf{u}) e^{-\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle I_4 B} \end{cases} \quad (14)$$

avec $f, g \in L^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$.

Pour calculer une corrélation de phase similaire aux équations 2 et 3, on devrait disposer d'une TFC inverse pour des fonctions multivectorielles générales. Malheureusement, celle-ci reste à définir.

Une approche plus simple est d'utiliser les décompositions de \widehat{f}_B et \widehat{g}_B par rapport à B . En considérant l'eq. 14, la corrélation de phase s'appuie maintenant sur la détection de deux pics de Dirac à une position identique dans les parties parallèles et orthogonales,

$$\begin{aligned} R_{\parallel B}(\mathbf{u}) &= \frac{\widehat{f}_{\parallel B}(\mathbf{u}) \widehat{g}_{\parallel B}(\mathbf{u})}{|\widehat{f}_{\parallel B}(\mathbf{u}) \widehat{g}_{\parallel B}(\mathbf{u})|} = e^{\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle B} \rightarrow r_{\parallel B}(\mathbf{x}) = \delta_{-\Delta}(\mathbf{x}) \\ R_{\perp B}(\mathbf{u}) &= \frac{\widehat{f}_{\perp B}(\mathbf{u}) \widehat{g}_{\perp B}(\mathbf{u})}{|\widehat{f}_{\perp B}(\mathbf{u}) \widehat{g}_{\perp B}(\mathbf{u})|} = e^{\langle \mathbf{u}, \Delta \rangle I_4 B} \rightarrow r_{\perp B}(\mathbf{x}) = \delta_{-\Delta}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (15)$$

Les scores de corrélation $\rho_{\parallel B}$ et $\rho_{\perp B}$ sont extraits de $r_{\parallel B}(\mathbf{x})$ et $r_{\perp B}(\mathbf{x})$ avec

$$\rho_{\parallel B} = \max_{\mathbf{x}} (|r_{\parallel B}(\mathbf{x})|) \text{ et } \rho_{\perp B} = \max_{\mathbf{x}} (|r_{\perp B}(\mathbf{x})|) \quad (16)$$

En pratique, le score final est obtenu par agrégation de $\rho_{\parallel B}$ et $\rho_{\perp B}$. De nombreux choix sont possibles (minimum, maximum, etc.) et dans cet article nous avons utilisé la moyenne (cf. partie 4). Le processus complet est illustré dans la figure 1.

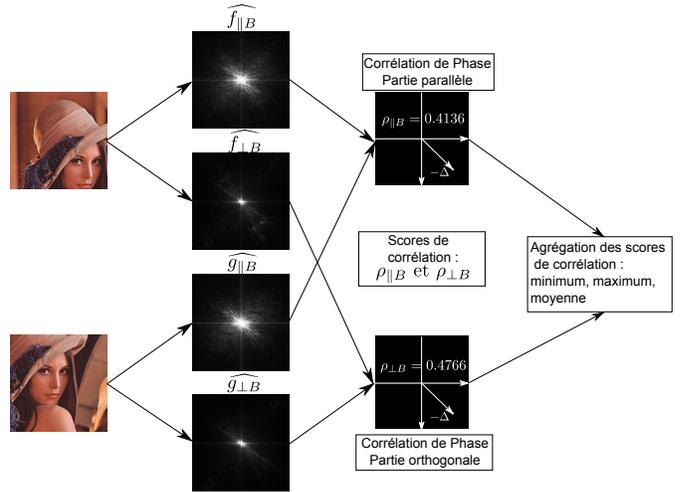


FIGURE 1 – L'image de similarité calculée à partir de l'agrégation de deux scores avec un bivecteur B

Une autre méthode consiste à choisir l'unique rotation dans \mathbb{R}^4 qui laisse invariant le plan engendré par $\widehat{f}_B(\mathbf{u})$ et $\widehat{g}_B(\mathbf{u})$. Cette rotation est caractérisée par le spineur $\tau_B(\mathbf{u})$ tel que $g_B^\sharp(\mathbf{u}) = \tau_B(\mathbf{u}) f_B^\sharp(\mathbf{u}) \tau_B^{-1}(\mathbf{u})$.

$$\tau_B(\mathbf{u}) = \exp \left[\frac{\theta(\mathbf{u})}{2} \frac{g_B^\sharp(\mathbf{u}) \wedge f_B^\sharp(\mathbf{u})}{|g_B^\sharp(\mathbf{u}) \wedge f_B^\sharp(\mathbf{u})|} \right] = \frac{1 + g_B^\sharp(\mathbf{u}) f_B^\sharp(\mathbf{u})}{\sqrt{2(1 + g_B^\sharp(\mathbf{u}) \cdot f_B^\sharp(\mathbf{u}))}} \quad (17)$$

où $f_B^\sharp(\mathbf{u}) = \widehat{f}_B(\mathbf{u})/|\widehat{f}_B(\mathbf{u})|$ et $g_B^\sharp(\mathbf{u}) = \widehat{g}_B(\mathbf{u})/|\widehat{g}_B(\mathbf{u})|$. Cette rotation est classée dans les rotations simples dans [7]. Cette approche s'écarte des conditions du « shift-theorem » en relaxant la contrainte sur le type de rotation entre les vecteurs \widehat{f}_B et \widehat{g}_B . Ici encore, la TFC inverse de $\tau_B(\mathbf{u})$ n'est pas disponible. Cependant, il est possible de négliger la partie bivectorielle du spineur en le transformant en un bivecteur constant identifiable à un imaginaire complexe i .

Un score de corrélation ρ_B peut alors être construit à partir de $\theta(\mathbf{u})$

$$R_B(\mathbf{u}) = e^{i\theta(\mathbf{u})} \implies \rho_B = \max_{\mathbf{x}} (|r_B(\mathbf{x})|) \quad (18)$$

où $r_B(\mathbf{x}) = \check{R}_B(\mathbf{u})$.

Une formulation alternative de ce critère est donnée par le cosinus de l'angle entre \widehat{f}_B et \widehat{g}_B (noté $\angle \widehat{f}_B(\mathbf{u}) \widehat{g}_B(\mathbf{u})$)

$$\Re(R_B(\mathbf{u})) = \cos \left(\angle \widehat{f}_B(\mathbf{u}) \widehat{g}_B(\mathbf{u}) \right) = \frac{\widehat{f}_B(\mathbf{u}) * \widetilde{\widehat{g}_B(\mathbf{u})}}{|\widehat{f}_B(\mathbf{u})| |\widetilde{\widehat{g}_B(\mathbf{u})}|} \quad (19)$$

où \sim et $*$ correspondent à l'opérateur de réversion et au produit scalaire entre multivecteurs [6] et \Re à la partie réelle d'un complexe. Notons qu'avec cette formulation

$$\rho_B = 2 \times \max_{\mathbf{x}} (|\Re(\widetilde{R_B(\mathbf{u})})|) \quad (20)$$

Dans la suite, nous nous intéressons à l'évaluation des trois scores définis en terme de scores et de taux de reconnaissance.

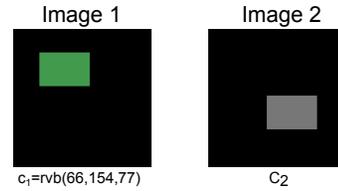
4 Expérimentations

Trois bases de tests sont utilisées pour comparer les corrélations de phase classique, quaternionique et Clifford. Dans ce dernier cas, le choix du bivecteur est discuté.

4.1 Données synthétiques

Deux images simples contenant un même rectangle sur un fond noir sont considérées. Le second est translaté et sa couleur \mathbf{c}_2 change pour chaque expérimentation. Les bivecteurs B_μ , B_r et B_{c_1} , où \mathbf{c}_1 est la couleur du premier rectangle, sont utilisés pour calculer les scores de corrélations de la table de la figure 2.

Dans le cas $\mathbf{c}_2 = rvb(66, 0, 0)$, remarquons que $\rho_{\parallel B_{c_2}} = \rho_{\perp B_{c_2}} = 1$. Aucune conclusion ne peut en être tirée car deux rectangles qui ont des couleurs différentes doivent être considéré comme différents. Au contraire, le score de corrélation $\rho_{B_{c_2}}$ calculé à partir de la TFC donne des scores inférieurs à 1 et dépend de la quantité de couleur que les deux rectangles ont en commun. La même remarque peut être faite en prenant \mathbf{c}_2 égal à $rvb(0, 154, 0)$ ou $rvb(0, 0, 77)$. Le comportement pour l'axe des niveaux de gris μ est différent car ρ_{B_μ} est toujours



B		c2				
		c1	[66, 0, 0]	[0, 154, 0]	[0, 0, 77]	μ
B_μ	$\rho_{\parallel B}$	1	1	1	1	1
	$\rho_{\perp B}$	1	1	1	1	-
	ρ_B	1	0.43	0.84	0.50	0.93
B_r	$\rho_{\parallel B}$	1	1	-	-	1
	$\rho_{\perp B}$	1	-	1	1	1
	ρ_B	1	0.36	0.93	0.93	0.96
B_{c_1}	$\rho_{\parallel B}$	1	1	1	1	1
	$\rho_{\perp B}$	-	-	-	-	-
	ρ_B	1	0.36	0.84	0.42	0.93

FIGURE 2 – Scores de corrélation entre les images 1 et 2 pour des choix différents de \mathbf{c}_2 et B . Le symbole '-' décrit une valeur qui ne peut pas être calculée parce que la partie parallèle ou orthogonale est nulle.

élevé. Ce résultat n'est pas surprenant car il dépend fortement de la forme sans prendre en compte l'information couleur.

La même expérimentation en utilisant la corrélation de phase quaternionique donne des scores toujours égaux à 1 quelle que soit la couleur des rectangles. Cela montre une certaine insensibilité de cette corrélation aux changements de couleur de le cas d'images simples et monochromatiques.

4.2 Bases d'images

Dans l'objectif d'utiliser un classifieur de type « Support-Vector Machine » (SVM)[2], on construit une matrice de similarité S contenant tous les scores de corrélation

$$S_{i,j} = \rho(I_i, I_j) \quad (21)$$

où $\rho(I_i, I_j)$ correspond au score de corrélation entre l'image I_i et l'image I_j . La matrice S considérée ici comme une matrice de Gram est symétrique par définition mais non nécessairement définie positive. Malgré cela, la littérature mentionne que les matrices de cette forme restent utilisables pour les algorithmes de type SVM[3].

Les résultats obtenus sont reportés dans les tables 1 et 2 où le taux d'erreur est estimé par 10-validation croisée.

COIL-100 La base d'images COIL-100 [9] (Columbia Object Image Library) est composée de 7200 images couleur au contenu très géométrique. Les taux de reconnaissance obtenus avec les bivecteurs B_r , B_v , B_b et B_{c_1} sont donnés dans la table 1. La couleur \mathbf{c}_i est la couleur dominante de chaque image et correspond au bivecteur choisi pour chaque image requête.

La table 1 montre clairement que les scores de corrélations ρ_B calculés à partir de la TFC donnent les meilleurs résultats

pour cette base de donnée. Elle est la plus performante pour les objets couleur. De plus, la corrélation de phase couleur Clifford semble quelque peu insensible au choix du bivecteur. On peut aussi voir que la plupart des méthodes de corrélation de phase couleur sont plus performantes que la corrélation de phase classique pour les images en niveaux de gris. Les différents choix de bivecteurs n'améliorent pas significativement les résultats, néanmoins, les taux de reconnaissance sont très bons.

TABLE 1 – COIL-100 : Taux de reconnaissance en % avec la corrélation de phase pour les images couleur

ρ	ρ_{μ}^R		$\rho_{\parallel B}$	$\rho_{\perp B}$	$\rho_{\parallel, \perp B}^{moy.}$	ρ_B
94.96	96.85	B_r	95.38	96.33	96.58	<u>97.50</u>
		B_v	95.29	96.79	96.68	<u>97.49</u>
		B_b	95.08	96.58	96.51	<u>97.49</u>
		B_{c_i}	95.33	83.92	95.50	<u>97.53</u>

color FERET Un sous-ensemble de 2992 images contenant 11 vues de 272 personnes de la base d'images color FERET [10] est sélectionné.

ρ_B n'est plus la meilleure méthode mais reste très stable. Cette relativement faible performance est due aux confusions induites par les différentes couleurs qui constituent l'arrière plan. Pour limiter cet effet, nous choisissons un bivecteur B_{c_i} par image requête. Il correspond à la couleur dominante c_i et sépare l'arrière et le premier plan. Ce choix donne le meilleur taux de reconnaissance.

TABLE 2 – color FERET : Taux de reconnaissance en % avec la corrélation de phase pour les images couleur

ρ	ρ_{μ}^R		$\rho_{\parallel B}$	$\rho_{\perp B}$	$\rho_{\parallel, \perp B}^{moy.}$	ρ_B
65.61	68.98	B_r	66.51	66.00	<u>69.15</u>	66.74
		B_v	66.00	<u>67.91</u>	67.51	66.41
		B_b	65.57	67.41	<u>67.71</u>	66.81
		B_{c_i}	66.34	74.50	<u>78.38</u>	66.94

5 Conclusion

Nous définissons dans cet article une corrélation de phase couleur Clifford et nous proposons deux nouvelles méthodes de calcul permettant de l'implémenter. Les résultats obtenus sont meilleurs que ceux des méthodes existantes, montrant l'apport de cette approche pour la reconnaissance de formes.

Références

[1] T. Batard, M. Berthier, and C. Saint-Jean. Clifford fourier transform for color image processing. In E. Bayro-Corrochano and G. Scheuermann, editors, *Geometric Algebra Computing in Engineering and Computer Science*, chapter 8, pages 135–161. Springer Verlag, 2010.

[2] C.-C. Chang and C.-J. Lin. Libsvm : a library for support vector machines, 2001. Software available at <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm>.

[3] Y. Chen, E. K. Garcia, M. R. Gupta, A. Rahimi, and L. Cazzanti. Similarity-based classification : Concepts and algorithms. *Journal of Machine Learning Research*, 10 :747–776, 2009.

[4] J. Ebling and G. Scheuermann. Clifford fourier transform on vector fields. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 11 :469–479, 2005.

[5] T. A. Ell and S. J. Sangwine. Hypercomplex fourier transforms of color images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(1) :22–35, 2007.

[6] D. Hestenes and G. Sobczyk. *Clifford Algebra to Geometric Calculus*. Reidel, 1984.

[7] P. Lounesto. *Clifford Algebras and Spinors*. Cambridge University Press, 2nd edition, May 2001.

[8] C. E. Moxey, T. A. Ell, and S. J. Sangwine. Hypercomplex operators and vector correlation. In *EUSIPCO 2002, Eleventh European Signal Processing Conference*, volume III, pages 247–250, 2002.

[9] S. A. Nene, S. K. Nayar, and H. Murase. Columbia object image library (coil-100), 1996. Technical Report CUCS-006-96.

[10] P. J. Phillips, H. Wechsler, J. Huang, and P. Rauss. The feret database and evaluation procedure for face recognition algorithms. *Image and Vision Computing*, 16(5) :295–306, 1998.

[11] B.S. Reddy and B.N. Chatterji. An fft-based technique for translation, rotation, and scale-invariant image registration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 5(8) :1266–1271, aug. 1996.

[12] S. J. Sangwine, T. A. Ell, and C. E. Moxey. Vector phase correlation. *Electronics Letters*, 37(25) :1513–1515, 2001.