

Tomographie basée sur le couplage de deux modalités d'imageries par transmission et par réflexion

Rémi RÉGNIER¹, Maï K. NGUYEN¹

¹Laboratoire ETIS (ENSEA/Université de Cergy-Pontoise/CNRS UMR 8051)

6 avenue du Ponceau, 95014 Cergy, France

remi.regnier@ensea.fr et mai.nguyen-verger@u-cergy.fr

Résumé – Dans les systèmes d'imagerie tomographique conventionnelle (scanner, tomographie d'émission mono-photonique : SPECT, etc.) où un seul phénomène physique - ou transmission ou émission des rayonnements- est utilisé, la rotation relative entre le détecteur et l'objet étudié est obligatoire pour pouvoir recueillir un ensemble de données suffisant afin de reconstruire l'image de cet objet.

Dans notre étude nous proposons une nouvelle imagerie bidimensionnelle par rayons X basée sur le couplage de transmission et réflexion. Son principal avantage est l'utilisation d'un détecteur unidimensionnel qui n'effectue aucune rotation (ou un nombre très restreint) pour la reconstruction d'une image à deux dimensions.

Au point de vue théorique, la modélisation de cette nouvelle imagerie conduit à établir une nouvelle transformation intégrale définie sur une paire de demi-droites formant une lettre V ($TR - V$). Cette nouvelle transformation peut être considérée comme une généralisation de la transformation de Radon classique définie sur des lignes droites (TR) qui est le fondement mathématique de la tomographie conventionnelle.

Les résultats de simulation de la formation et de la reconstruction d'image montrent la faisabilité de cette nouvelle imagerie qui peut servir au contrôle non destructif industriel, à la sécurité du territoire ainsi qu'à l'imagerie biomédicale.

Abstract – In conventional tomographic imaging systems (scanner, Single Photon Emission Computed Tomography : SPECT, etc.) where a single physical phenomenon either radiation transmission or emission is used, the relative rotation between the detector and the studied object is compulsory in order to collect a complete set of data to reconstruct an image of the object. In our study, we propose a new bidimensional X-ray imaging system based on the coupling of transmission and reflection. Its main advantage is the use of a one-dimensional detector which does not rotate (or maybe a little) for two-dimensional image reconstruction.

Theoretically, the modelling of this new imaging leads to a new integral transformation defined on a pair of half-lines forming a letter V ($TR - V$). This new transformation is considered as a generalization of the classical Radon transform defined on a straight line (RT) which is the mathematical foundation of the conventional tomography. The results of image formation and reconstruction simulations show the feasibility of this new imaging which can be used for industrial non-destructive control or the homeland security issues.

1 Introduction

Le fonctionnement des systèmes d'imagerie tomographique actuels est basé sur l'interaction entre le rayonnement et la matière via les phénomènes physiques d'émission, de transmission ou de réflexion du rayonnement par la matière. C'est le cas de la tomographie d'émission mono-photonique (SPECT), du scanner par rayon X, etc. Lorsqu'un seul phénomène physique est mis à la contribution du processus de formation d'image la rotation relative entre le détecteur et l'objet étudié est nécessaire pour pouvoir recueillir un ensemble de données suffisant à la reconstruction d'image [1]. Mathématiquement ces systèmes tomographiques conventionnels sont bien modélisés par la transformation de Radon (TR) définie sur des droites [2].

Dans ce travail nous proposons une modalité tomogra-

phique exploitant conjointement deux phénomènes physiques : le phénomène de transmission et celui de réflexion du rayonnement ionisant grâce à un miroir placé en opposition à la ligne de source-détecteur (cf. la figure 1). Ainsi la mesure en un point de détection est la projection des coefficients d'atténuation sur une paire de lignes formant la lettre V (au lieu d'une ligne droite reliant la source et le détecteur). Ceci a amené à établir la transformation de Radon sur cette paire de lignes appelée la $TR - V$ qui peut être considérée comme une généralisation de la TR ordinaire définie sur des droites (la TR est un cas particulier de la $TR - V$ lors que l'angle d'ouverture de V est 180 degrés). L'existence de la $TR - V$ inverse permet de reconstruire l'image originale. Utiliser un détecteur unidimensionnel sans rotation pour la reconstruction d'image à deux dimensions s'avère une alternative attractive par

rapport à la tomographie conventionnelle [3, 4].

2 Modélisation de la formation et de la reconstruction d'images

Les hypothèses de travail sont les suivantes : (i) le miroir est parfait (la réflexion est totale, ceci n'affecte pas la validité du modèle mathématique) ; (ii) les facteurs de dégradation de la qualité d'image tels que le bruit poissonien et la diffusion ne sont pas considérés ici, car l'objectif premier de ce travail est d'établir le principe de fonctionnement de la tomographie exploitant conjointement les deux modalités d'imagerie par transmission et par réflexion d'une part, et d'autre part il existe déjà plusieurs méthodes de résolution du problème de bruit [6, 7, 8] et de la diffusion.

Soit $f(x, y)$ fonction continue positive à support borné représentant la carte d'atténuation d'un objet.

Chaque mesure sur le détecteur représente l'atténuation le long d'une trajectoire en forme de lettre V. Ce qui revient à intégrer la fonction $f(x, y)$ sur une paire de demi-droites formant la lettre V avec une symétrie axiale suivant un axe parallèle à l'axe Oy (cf. la figure 1).

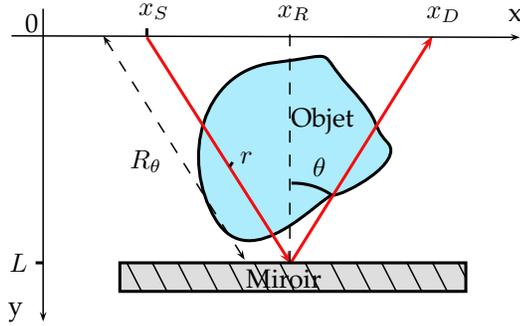


FIGURE 1 – Principe de la nouvelle modalité de tomographie

Les données sur les détecteurs (appelées les projections) $\hat{g}(x_R, \theta)$ peuvent être écrit comme :

$$\hat{g}(x_R, \theta) = \int_0^\infty f(x_R + r \sin(\theta), r \cos(\theta)) dr + \int_0^\infty f(x_R - r \sin(\theta), r \cos(\theta)) dr. \quad (1)$$

L'équation (1) est l'équation de formation d'images sur le détecteur. Elle représente une transformation intégrale sur des lignes brisées en forme de la lettre V appelée la $TR-V$ [3, 4]. Elle est considérée comme une généralisation de la transformation de Radon définie sur des droites. Cette dernière est effectivement un cas particulier de la $TR-V$ lorsque l'angle d'ouverture de V est de 180 degrés.

L'inversion de la $TR-V$ a été calculée dans [4, 5]. En utilisant le changement de variable $t = \tan \theta$ et en notant U la fonction de Heaviside et $\tilde{g}(q, t)$ la transformée de Fourier de $\hat{g}(x_R, t)$ sur la variable x_R , nous obtenons la formule inverse suivante :

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} dq e^{2\pi i q x} |q| \left[\int_0^\infty 2 \cos(2\pi q t y) \cdot U(y) \tilde{g}(q, t) \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}} + \int_0^\infty 2 \cos(2\pi q t y) \cdot U(-y) \tilde{g}(q, -t) \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}} \right]. \quad (2)$$

Pour calculer l'équation (2) de reconstruction d'image nous avons utilisé la méthode de rétroprojection filtrée (RPF) bien connue dans le cas de l'inversion de la TR ordinaire. Cependant, la rétroprojection est réalisée sur des lignes brisées (au lieu de sur des droites). Il s'agit d'assigner la valeur de données à chaque point de la ligne V de projection qui a donné naissance à cette valeur et de sommer toutes les contributions de toutes les projections. Les avantages principaux de la RPF sont la rapidité algorithmique et la faible complexité. Cependant, si le nombre de projections est insuffisant les artéfacts sont bien présents dans l'image reconstruite.

3 Simulations et Résultats

A titre d'illustration nous présentons les résultats de simulation sur l'image d'une fissure dans un matériaux plastique dans les hypothèses du modèle mathématique. L'objet original (Fig. 2) est discrétisé en $N \times N$ d'unités de longueur (pixels). Nous considérons la plage d'angle d'incidence sur le miroir avec un angle maximal de θ_{max} . En effet nous ne pouvons pas prendre la plage complète de ces angles car elle devrait être $[0, \pi/2]$, ce qui implique une distance infinie non réaliste entre la source et le détecteur. Cependant, nous pouvons choisir le nombre d'angles d'incidence N_θ en choisissant le pas de discrétisation angulaire $d\theta$ ainsi que le nombre de sources ponctuelles (ou le nombre de positions d'une source) N_T (le nombre de position x_R), tout en s'assurant que $N_T * N_\theta$ soit plus grand que le nombre $N \times N$ de pixels de l'image. Il est à noter que la RPF appliquée à la $TR-V$ engendre, d'une manière générale, plus d'artéfacts que celle appliquée à la TR ordinaire, car il y a plus d'intersections avec les lignes de V qu'avec les droites.

Afin d'améliorer la qualité d'image on peut diminuer le pas de discrétisation angulaire $d\theta$ et choisir un filtre différent du filtre rampe dans l'équation (2) (filtre de Hann ou Hamming par exemple). C'est dans ce cadre que les résultats sur le contrôle non destructif d'un matériaux plastique sont présentés avec un $d\theta = 0.005$ radian, $N_T = 256$ et $N = 128$.



FIGURE 2

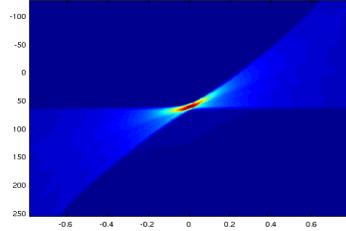


FIGURE 3

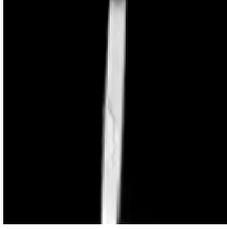


FIGURE 4

La figure 2 est l'image que l'on étudie, représentant une fissure dans un matériaux plastique La figure 3 représente les données sur le détecteur, i.e. la $TR - V$ appliquée à l'image du matériaux plastique pour l'angle d'incidence $\theta \in [0, \pi/4]$. L'image reconstruite est dans la figure 4.

La qualité de reconstruction est quantifiée par une erreur quadratique relative et normalisée de $1.15 * 10^{-3}$. On peut observer une bonne reconstruction dans l'ensemble et les petites structures sont bien retrouvées.

Le fait qu'on ne balaie pas la plage angulaire entière $\theta=[0, \pi/2]$ prévue dans le modèle mathématique contribue aussi à la création des artéfacts, mais si on choisit $\theta_{max} = \pi/4$, le deuxième jeu de données correspondant à $\theta=[\pi/4, \pi/2]$ sera effectué avec une seule rotation de 90 degrés du même dispositif ou de l'objet. C'est dans ce cadre que les résultats sur la valise et sur le fantôme médical de Shepp-Logan sont présentés avec un $d\theta = 0.005$ radian, $N_T = 256$ et $N = 128$.



FIGURE 5.a

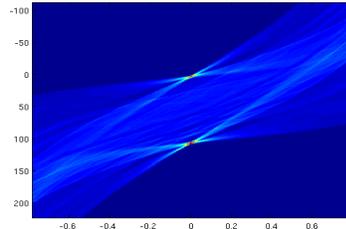


FIGURE 6.a



FIGURE 7.a

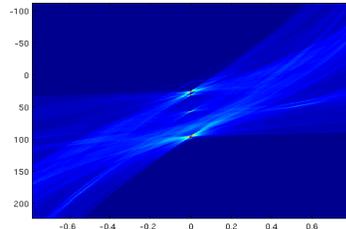


FIGURE 8.a



FIGURE 5.b

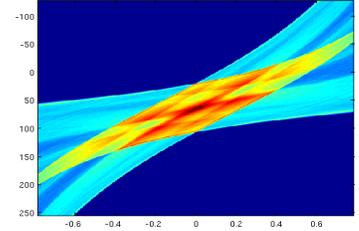


FIGURE 6.b



FIGURE 7.b

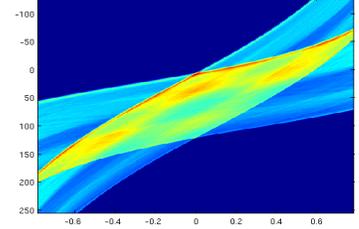


FIGURE 8.b

Les figures 5.a et 5.b sont les images que l'on étudie, représentant respectivement le contenu d'une valise et le fantôme médical de Shepp-Logan Les figures 6.a et 6.b représentent les données sur le détecteur, i.e. la $TR - V$ appliquée aux images 5 pour l'angle d'incidence $\theta \in [0, \pi/4]$ alors que les images 8.a et 8.b sont les projections sur les détecteurs pour $\theta \in [\pi/4, \pi/2]$. Les figures 7.a et 7.b sont les images reconstruites à partir des données des détecteurs.

La reconstruction est de bonne qualité (Fig. 5), les petites structures sont bien reconstruites, on remarque quand même des artéfacts en V typiques de la reconstruction par rétroprojection filtrée sur les transformées de Radon sur des lignes brisées.

Dans les conditions réalistes du fonctionnement de la tomographie, il faut prendre en compte certains phénomènes de dégradation de la qualité de reconstruction.

Concernant le miroir, le coefficient de réflexion varie en fonction de l'angle d'incidence sur le miroir. Ainsi les angles d'incidence rasants et les très faibles angles sont assez mal réfléchies. Pour des raisons géométriques imposées par notre système, les angles rasants ne nous concernent pas (voir section suivante), pour le reste de la plage angulaire, il faudra compenser cette perte d'information sur les données des détecteurs par un calibrage du système à blanc (sans objet à observer).

Concernant le bruit poissonnien du processus d'émission photonique, il existe une pléthore de méthodes de débruitage efficaces [6, 7, 8] que nous pouvons adapter à notre cas pour un débruitage préalable avant d'utiliser notre algorithme de reconstruction [9, 10]. De la même manière, concernant le phénomène de diffusion des rayonnements ionisants, on peut s'inspirer des travaux suivants.

4 Conclusion

Dans ce papier, nous avons proposé une nouvelle modalité de tomographie avec un couplage transmission-réflexion basée sur la transformée de Radon sur des lignes brisées, qui est une généralisation de la transformée de Radon classique, pouvant être utilisée en contrôle non destructif industriel [11], dans les problèmes de sécurité du territoire ou encore en imagerie médicale. Dans cette nouvelle imagerie, on remplace les nombreux mouvements de rotation par des mouvements de translations qui sont donc moins contraignant dans certaines conditions de travail, comme par exemple pour du contrôle sur un tapis roulant ou pour certains objet très encombrant. Les résultats de la simulation numérique montre la faisabilité et les performances possibles de cette nouvelle imagerie.

La famille des transformées de Radon sur une paire de demi-droites formant une lettre V sont des outils pour concevoir de nouvelles modalités de tomographie que ce soit en émission pour la prise en compte des rayonnements diffusés [12, 13, 14, 15] ou dans notre cas pour coupler le phénomène de transmission à celui de réflexion. Mais de façon plus générale, ce sont toutes les transformées de Radon sur des jonctions de morceaux de courbes continues, comme pour le cas des arcs de cercle [16, 17], qui ouvrent un nouveau champs d'exploration pour imaginer de nouvelles modalités.

Références

- [1] F. Natterer, "The Mathematics of Computerized Tomography", Wiley, New York, 1986.
- [2] J. Radon, "Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten", Ber. Verh. Sachs. Akad. Wiss. Leipzig-Math. Natur. Kl., vol. 69, p. 262-277, 1917.
- [3] M. K. Nguyen and T. T. Truong, "Imagerie par rayonnement gamma diffusé", Hermes science Publication, 2006.
- [4] M. Morvidone, M. K. Nguyen, T. T. Truong, and H. Zaidi, "On the V-line Radon transform and its imaging applications", International Journal of Biomedical Imaging, Special issue on Mathematical methods for Images and Surfaces, 2010.
- [5] T. T. Truong and M. K. Nguyen, "On new V-line radon transforms in \mathbb{R}^2 and their inversion", Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical, vol. 44, 075206 (13 pp), 2011.
- [6] B. Zhang, M.J. Fadili, J.-L. Starck, S.W. Digel, "Fast Poisson noise removal by biorthogonal Haar domain hypothesis testing", Statistical Methodology 5, p. 387-396, 2008.
- [7] B. Zhang, M.J. Fadili and J.-L. Starck, "Wavelets, Ridgelets, and Curvelets for Poisson Noise Removal", IEEE Transactions on Image Processing, vol. 17, No. 7, p. 1093-1108, July 2008.
- [8] F.-X. Dupé, J. M. Fadili and J.-L. Starck, "Proximal iteration for deconvolving poisson noisy images using sparse representations", IEEE Transactions on Image Processing, vol. 18, No. 2, p. 310-321, February 2009.
- [9] P. Duvauchelle, G. Peix and D. Babot, "Rayleigh to Compton ratio computed tomography using synchrotron radiation", NDTE International 33, p. 23-31, 2000.
- [10] M. K. Nguyen, T. T. Truong, M. Morvidone, and H. Zaidi, "Scattered Radiation Emission Imaging : Principles and Applications", International Journal of Biomedical Imaging (IJBI), (15pp), Vol. 2011.
- [11] R. Régnier and M. K. Nguyen, "Une nouvelle méthode de tomographie basée sur le couplage transmission-réflexion", journées COFREND, Dunkerque, mai 2011.
- [12] M. K. Nguyen, R. Régnier, T. T. Truong, and H. Zaidi, "Compton scattered imaging based on the V-line Radon transform and its medical imaging applications", IEEE-Engineering in Medicine and Biology Conference (IEEE-EMBC), Buenos Aires, Argentina, September 2010.
- [13] R. Régnier and M. K. Nguyen, "A novel coupled transmission-reflection tomography and the V-line Radon transform", IEEE ICIP (International Conference Image Processing), Brussels, Septembre 2011.
- [14] R. Régnier, M.K. Nguyen, and T.T. Truong, "Compton scattering emission imaging based on the V-line Radon transform and its simulation", European Simulation and Modeling (EUROSIM), Prague, Czech Republic, September 2010.
- [15] M. K. Nguyen, R. Régnier, "Inversion of the V-line Radon transform and its numerical analysis", International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM), Rhodes, Greece, September 2010.
- [16] A. M. Cormack, "The Radon transform on a family of curves in the plane", Proceedings of the American Mathematical Society, vol. 83(2), p. 325-30, 1983.
- [17] E. T. Quinto, "Radon transforms on curves in the plane", Lectures in Applied Mathematics : Tomography, Impedance Imaging and Integral Geometry, vol. 30, p. 231-44, 1994.