

Le canal de communication acoustique sous-marin : point de vue de la théorie de l'information

François-Xavier SOCHELEAU^{1,2}, Jean-Michel PASSERIEUX¹, Christophe LAOT²

¹Thales Underwater Systems

²INSTITUT TELECOM; TELECOM Bretagne, UMR CNRS 3192 Lab-STICC,
Université européenne de Bretagne

{fx.socheleau,christophe.laot}@telecom-bretagne.eu
jean-michel.passerieux@fr.thalesgroup.com

Résumé – Alors que la recherche dans le domaine des radio-communications repose principalement sur des modèles de propagations bien établis, la recherche en communication acoustique sous-marine ne dispose pas de tels modèles et s'appuie majoritairement sur des expérimentations en mer. Ceci induit des cycles de développement très longs et coûteux, rend difficile la comparaison de techniques de transmissions concurrentes et ne permet d'évaluer les limites théoriques, en terme de capacité, offertes par le canaux acoustiques sous-marins. Nous développons dans un premier temps un point de vue de théorie de l'information sur la modélisation de canal acoustique sous-marin en utilisant le principe du maximum d'entropie et nous dérivons ensuite de nouvelles bornes de capacité sur ce canal en considérant des hypothèses plus réalistes que l'état de l'art sur le sujet. Le canal est ici supposé doublement dispersif, la puissance crête limitée et le contexte non-cohérent.

Abstract – While research in radio communications mostly relies on simulations using established models, research in underwater acoustic communications is mostly based on sea trials, which are expensive and time-consuming, and make the performance comparison between competing algorithms difficult. Based on a method of inductive inference known as the principle of maximum entropy, we first derive a time-varying underwater acoustic channel model. The capacity of the underwater acoustic communication channel is then addressed under a set of realistic assumptions. The channel is assumed to be doubly dispersive, the peak-power is limited and we consider a non-coherent setting.

1 Introduction

Afin d'anticiper en laboratoire les performances des systèmes de communication acoustique en environnement sous-marin réels, le développement de modèles de propagation est essentiel. Le canal acoustique sous-marin (ASM) présente à la fois des effets de réflexion/réfraction générant des multi-trajets importants, une atténuation fortement croissante avec la fréquence qui restreint la bande-passante disponible, ainsi qu'une forte variabilité du milieu qui combinée avec une faible célérité des ondes acoustiques induit un Doppler fort. Alors que les modèles déterministes basés sur la physique du milieu offrent une modélisation assez précise du comportement moyen du canal, la modélisation statistique semble être la mieux adaptée pour prendre en compte les fluctuations rapides de la réponse du canal dues aux phénomènes de diffusion ou de mobilité de l'émetteur et du récepteur. Du fait de la connaissance actuelle restreinte sur le canal ASM, il n'existe pas de consensus sur la caractérisation statistique de celui-ci.

Dans un contexte où des modèles de propagation sont nécessaires mais où l'information à disposition sur les phénomènes à modéliser est limitée, il semble judicieux de ne pas chercher à simuler la réalité physique du canal, qui n'est pas connue de façon exhaustive, mais plutôt de se focaliser sur la modélisation de la connaissance objective dont on dispose sur cette réalité. On évite ainsi de spécu-

ler sur le comportement du canal ou de faire appel à des hypothèses non justifiées. Ce desideratum de modélisation peut être exprimé par le principe de cohérence utilisé en inférence inductive et peut s'appliquer à l'aide du principe du maximum d'entropie [1] qui repose sur le formalisme de la théorie de l'information.

Hormis la possibilité de tester en laboratoire des nouvelles formes d'onde de communication, la modélisation des canaux ASM offre l'opportunité d'évaluer la capacité de ceux-ci au sens de Shannon. Le calcul de cette capacité s'avère important pour connaître la marge de progression possible, en terme de débit, par rapport aux systèmes de communications actuels. Ceci est d'autant plus pertinent dans un contexte où les récentes techniques de transmission mises en oeuvre (OFDM, techniques itératives, turbo codes, LDPC etc.) offrent des perspectives de performances prometteuses.

En s'aidant du principe du maximum d'entropie, on présente tout d'abord en section 2 une méthode de modélisation de la densité de probabilité (d.d.p) ainsi que de la densité spectrale de puissance (d.s.p) des fluctuations temporelles du canal. Un bref aperçu de nouvelles bornes de capacité est ensuite proposé en Section 3. On notera que le document se focalise uniquement sur les transmissions Single-Input Single-Output (SISO).

2 Modèle de canal à entropie maximale

En l'absence de consensus sur la caractérisation statistique du canal ASM, nous cherchons ici à modéliser les fluctuations temporelles du canal uniquement à partir de l'information objective dont on dispose sur celles-ci. Nous considérons le canal comme un processus aléatoire multi-varié de L trajets $H(k) = [h_0(k), \dots, h_{L-1}(k)]^T$ où k représente l'indice temporel. En utilisant les modèles de physique déterministe de type tracé de rayons [2] où à partir de mesures en mer, il est relativement aisé de connaître le profil de puissance du canal. Ceci implique que pour chaque trajet l , nous pouvons connaître sa puissance moyenne relative $p_l = \mathbb{E}\{|h_l|^2\}$. En utilisant des modèles comme [2], cette puissance moyenne peut même être décomposée comme la somme des puissances des diffuseurs et d'une composante spéculaire telle que $p_l = \sigma_l^2 + |s_l|^2$ avec $s_l = \mathbb{E}\{h_l\}$ l'expression de la composante spéculaire et $\sigma_l^2 = \mathbb{E}\{|h_l - s_l|^2\}$. Parmi toutes les d.d.p conformes à notre connaissance de l'environnement, la d.d.p qui maximise l'entropie s'avère être la seule qui laisse l'information inconnue dans un espace non contraint et qui est par conséquent la moins arbitraire possible [3]. Le modèle de d.d.p est alors obtenu en résolvant le système suivant :

$$\begin{aligned} \max_{P(H)} & - \int \log P(H) dP(H) \\ \text{avec} & \int dP(H) = 1, \\ & \int |h_l|^2 dP(h_l) = \sigma_l^2 + |s_l|^2, \quad \forall l. \end{aligned} \quad (1)$$

La d.d.p qui maximise l'entropie est alors une distribution normale où tous les termes h_l sont indépendants [4], i.e.,

$$P(H) = \prod_{l=0}^{L-1} \frac{1}{(\pi\sigma_l^2)} e^{-\frac{|h_l - s_l|^2}{\sigma_l^2}}. \quad (2)$$

Ce résultat indique que lorsque notre connaissance du canal est limitée aux statistiques d'ordre 1 et 2, le modèle le moins arbitraire à implémenter, au regard du principe d'entropie maximale, est le modèle gaussien. Une distribution gaussienne induit alors un évanouissement de Rice ou de Rayleigh en fonction de la valeur de s_l . Contraindre le modèle avec des statistiques d'ordre supérieur résulterait en une distribution différente. Cependant, dans la pratique notre connaissance se limite souvent à des statistiques d'ordre 2 et comme montré à la figure 1, cette connaissance peut s'avérer suffisante pour aboutir à un modèle satisfaisant.

Dans le cas gaussien stationnaire, la dynamique temporelle d'un processus $h_l(k)$ peut non seulement être représentée par la distribution conjointe de toutes ses variables mais elle est aussi entièrement déterminée par son spectre Doppler $S_l(\nu)$. Représenter les fluctuations temporelles du canal à l'aide de $S_l(\nu)$ plutôt qu'avec la distribution conjointe des variables du processus $h_l(k)$ se révèle très intéressant dans notre cas. En effet, Kolmogorov a montré que le taux d'entropie h_R d'un processus aléatoire

gaussien discret $h_l(k)$ peut s'exprimer en fonction de son spectre Doppler tel que [5, ch. 12]

$$h_R = \frac{1}{2} \log(2\pi e) + \frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \log S_l(\nu) d\nu. \quad (3)$$

En appliquant le même principe que précédemment, notre modèle peut être construit en maximisant ce taux d'entropie. En ASM, l'information disponible sur les fluctuations temporelles est souvent représentée sous la forme de moments géométriques tels que l'étalement Doppler par exemple. Pour chaque trajet, on obtient $S_l(\nu)$ par la résolution de

$$\begin{aligned} \max_{S_l(\nu)} & \int_{-1/2}^{1/2} \log S_l(\nu) d\nu, \\ \text{avec} & \int_{1/2}^{1/2} \nu^p S_l(\nu) d\nu = \mu_p, \quad \forall p \in \mathcal{P}, \end{aligned} \quad (4)$$

où \mathcal{P} dénote l'ensemble constitué des ordres de contrainte. La d.s.p obtenue est de la forme

$$S_l(\nu) = \frac{1}{\sum_{p \in \mathcal{P}} \lambda_p \nu^p}, \quad (5)$$

où les λ_p sont des coefficients réels.

Le modèle n'étant pas construit pour représenter la réalité physique du canal mais plutôt la connaissance que l'on a de cette réalité, un point crucial est de savoir quelle quantité d'information est nécessaire pour caractériser l'environnement à modéliser avec assez de précision. Pour évaluer la qualité du modèle, nous avons estimé à la figure 1 une statistique, utile à la sélection de codes correcteurs d'erreurs et d'entrelaceurs, qui caractérise la sévérité de l'évanouissement dans le temps. Cette statistique appelée LCR (level crossing rate) correspond au nombre moyen d'événements d'évanouissement inférieurs à ρ par unité de temps. La courbe en trait plein représente le LCR estimé sur un canal petit-fond réel sondé au large de Brest à une fréquence de 17.5 kHz, dans 3 kHz de bande et sur une durée d'une minute. La courbe en pointillés représente, quant à elle le LCR en sortie du modèle à entropie maximale, moyenné sur 1000 réalisations. Le modèle à entropie maximale a été contraint de sorte à imiter le canal réel. Nous avons en effet estimé différents moments du canal à partir de la réponse impulsionnelle réelle et avons injecté ces paramètres dans le modèle. σ_l^2 et $|s_l|^2$ sont estimés en moyennant la puissance instantanée de chaque trajet et en appliquant la méthode des moments de [6]. μ_2 (homogène à l'étalement Doppler) est estimé en utilisant l'algorithme présenté dans [7] (pour $p = 1$ et $\forall p > 2$, les moments μ_p sont supposés inconnus). Sur cet exemple, nous pouvons observer que les statistiques d'ordre 2 peuvent contenir assez d'information pour rendre le modèle conforme à la réalité. D'autres exemples sont disponibles dans [8].

3 Bornes de capacité

Contrairement à la capacité des canaux de communications radio, la capacité des canaux ASM a été très peu étudiée. Les quelques études existantes [9, 10] font le plus souvent des hypothèses très optimistes sur la nature du

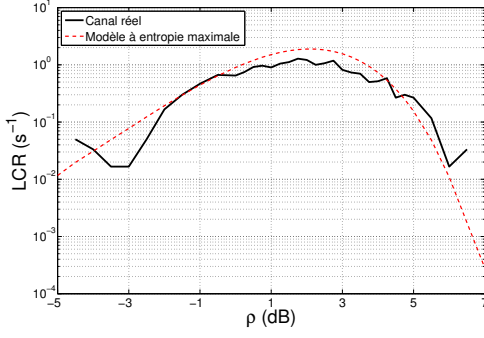


FIG. 1 – Comparaison des LCR mesurés sur un canal réel et sur un canal à entropie maximale qui cherche à imiter le canal réel.

canal ASM. Le canal est généralement considéré comme sélectif en fréquence mais invariant dans le temps et les contraintes liées aux limitations physiques des composants de transmissions sont négligées. On considère ici un canal doublement dispersif dans un contexte réaliste où (H1) la puissance moyenne et la puissance crête de transmission sont limitées et (H2) la réalisation courante du canal est inconnue du récepteur et de l'émetteur mais où les deux connaissent les statistiques du canal.

(H1) est une contrainte imposée par les amplificateurs et les sources acoustiques utilisées en ASM et (H2) correspond au contexte "non-cohérent" où l'émetteur et le récepteur ne sont pas aidés par un génie qui fournirait une connaissance parfaite du canal [11]. La dérivation de la capacité non cohérente sous les contraintes de puissance (H1) est un problème très ouvert en théorie de l'information. Il n'existe pas de solutions connues à ce problème même pour des canaux très simples. Par conséquent, nous nous limitons ici à la présentation de bornes de capacité.

Soit $\mathbf{x} = [x_0, \dots, x_{N-1}]^T$ le vecteur de données, supposées i.i.d, soumis aux contraintes

$$|x_n|^2 \leq \Omega_x^2 \text{ et } \mathbb{E} \{|x_n|^2\} = \sigma_x^2 \leq \frac{\Omega_x^2}{\beta}, \quad (6)$$

où Ω_x^2 désigne la puissance crête du système et $\beta \geq 1$ est une constante représentant le rapport minimal entre la puissance crête et la puissance moyenne tolérable par le système. La contrainte sur la puissance crête, avec $\Omega_x^2 < +\infty$, s'applique quel que soit le système de communication ASM considéré du fait des limites physiques des composants électroniques ou acoustiques de la chaîne de transmission. La contrainte sur la puissance moyenne est principalement significative pour les émetteurs alimentés par des batteries pour lesquelles l'énergie est une ressource limitée. Dans ce cas, β est strictement supérieur à 1. Il peut aussi y avoir des scénarios où les transducteurs acoustiques imposent un fort β pour limiter leur surchauffe. C'est le cas lorsque de long messages doivent être transmis sur de longues périodes par exemple. Cependant, lorsque la puissance d'émission est essentiellement limitée par le coût et le volume des amplificateurs, la contrainte est principalement sur la puissance crête de telle sorte que β est proche de 1.

La relation entre l'entrée et la sortie du canal est donnée

par

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w}, \quad (7)$$

où $\mathbf{w} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_w^2 \mathbf{I}_N)$ et \mathbf{H} est une matrice aléatoire $N \times N$ gaussienne et propre définie comme

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_0(0) & & & & & & \\ & h_1(1) & h_0(1) & & & & \\ & \vdots & & & & & 0 \\ & h_{L-1}(L-1) & & \ddots & & & \\ 0 & & \ddots & & \ddots & & \\ & & & 0 & & h_{L-1}(N-1) & \dots & h_0(N-1) \end{pmatrix}.$$

Soit $\mathcal{P}_{\mathbf{x}}$ l'ensemble des densités de probabilités pour lesquelles \mathbf{x} vérifie la contrainte sur la puissance crête et sur la puissance moyenne (6). La capacité non-cohérente du canal s'exprime comme

$$C = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sup_{\mathbf{p}_{\mathbf{x}} \in \mathcal{P}_{\mathbf{x}}} I(\mathbf{y}; \mathbf{x}), \quad (8)$$

où $I(\mathbf{y}; \mathbf{x}) = h_E(\mathbf{y}) - h_E(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ est l'information mutuelle entre \mathbf{y} et \mathbf{x} avec $h_E(\mathbf{y})$ l'entropie différentielle de \mathbf{y} .

En utilisant la règle de dérivation en chaîne et une généralisation de l'inégalité de puissance d'entropie, on peut montrer [12] que $L_{\text{peak}}^{\text{DS}} \leq C \leq U^{\text{coh}}$, avec

$$L_{\text{peak}}^{\text{DS}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_N + \lambda \frac{\Omega_x^2}{\beta \sigma_w^2} \mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger \right) \right\} - \int_{-1/2}^{1/2} \log \left(1 + \frac{\Omega_x^2}{\beta \sigma_w^2} \mathcal{S}_H(\nu) \right) d\nu. \quad (9)$$

et

$$U^{\text{coh}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_N + \frac{\Omega_x^2}{\beta \sigma_w^2} \mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger \right) \right\}. \quad (10)$$

$\mathcal{S}_H(\nu)$ correspond à la somme des d.s.p des différents trajets et λ est un facteur de pondération d'expression

$$\lambda = \begin{cases} 2\beta/(\pi e), & \text{si } 1 \leq \beta \leq 3 \\ e^{\gamma \Omega_x^2 / \beta} / (\pi e K^2 \Omega_x^2), & \text{si } \beta > 3, \end{cases} \quad (11)$$

où K et γ sont les solutions du système d'équations suivant

$$\int_{-\frac{\Omega_x}{\sqrt{2}}}^{\frac{\Omega_x}{\sqrt{2}}} K e^{-\gamma u^2} du = 1, \\ \int_{-\frac{\Omega_x}{\sqrt{2}}}^{\frac{\Omega_x}{\sqrt{2}}} u^2 K e^{-\gamma u^2} du = \frac{\Omega_x^2}{2\beta}, \quad (12)$$

qui peut être résolu numériquement. On notera que U^{coh} correspond à la capacité *cohérente* du canal sans contrainte sur la puissance crête.

Les bornes de capacité que nous avons proposées peuvent être évaluées numériquement sur des canaux réels. La figure 3 montre un exemple de ces bornes de capacité évaluées sur un canal réel enregistré en Méditerranée à la fréquence de 6 KHz dans une bande de 1 KHz pour $\beta = 1$ et $\beta = 10$. La réponse impulsionnelle de ce canal est donné à la figure 2.

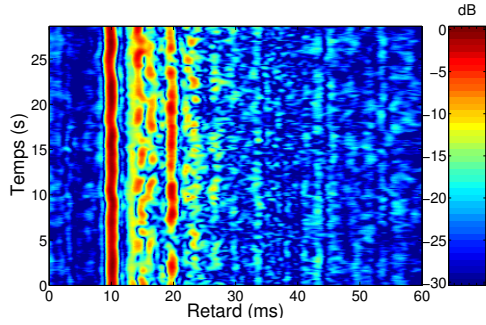


FIG. 2 – Evolution au cours du temps du profil de puissance d'un canal Méditerranéen sondé à 6 kHz dans une bande de 1 kHz, distance émetteur-récepteur de 2500 m.

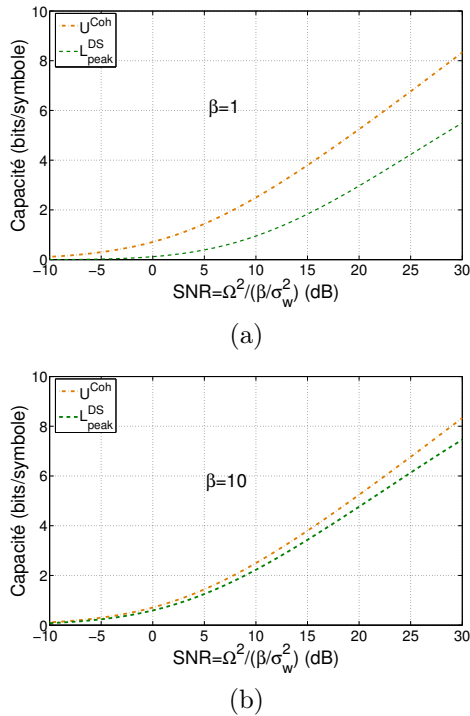


FIG. 3 – Bornes de capacité appliquées au canal Méditerranéen. (a) $\beta = 1$, (b) $\beta = 10$.

La figure 3-(a) correspond au cas où la puissance de transmission est principalement limitée par le coût et le volume des amplificateurs de puissance, impliquant une forte contrainte sur la puissance crête, alors que la figure 3-(b) traduit les limitations induites par une limitation d'énergie ou par la surchauffe des transducteurs acoustiques durant de longues transmissions. Ces figures montrent tout d'abord qu'il y a une marge de progression importante, en terme de capacité, par rapport aux modems actuellement commercialisés qui offrent généralement une efficacité spectrale autour de 1 bit/sec/Hz pour des SNR de 15 à 20 dB. La seconde conclusion est que la limitation en puissance crête peut réduire significativement la capacité du canal de transmission. Enfin, le fait que $L_{\text{peak}}^{\text{DS}}$ et U^{coh} soient très proches à la figure 3-(b), indique que, pour β suffisamment grand (=10 dans notre exemple), la connaissance a priori de chaque réalisation

du canal à la réception (contexte cohérent) n'apporte pas de gain significatif sur la capacité et la perte de capacité induite par une limitation de la puissance crête devient négligeable.

4 Conclusions

En utilisant des signaux réels enregistrés en mer, nous avons montré que le principe du maximum d'entropie s'avère très efficace pour modéliser les fluctuations temporelles du canal de communication acoustique sous-marin à partir d'une connaissance limitée du milieu de propagation, exprimée ici sous forme de moments statistiques (puissance moyenne et étalement Doppler). Nous avons aussi montré que pour des rapports signal sur bruit de 15 à 20 dB, des transmissions acoustiques sous-marines SISO avec une efficacité spectrale de 2 à 3 bits/sec/Hz sont théoriquement possibles.

Références

- [1] E. JAYNES, « Information Theory and Statistical Mechanics », *Physical review*, vol. 106, no. 4, p. 620–630, 1957.
- [2] X. CRISTOL, « NARCISSUS-2005 : A Global Model of Fading Channel for Application to Acoustic Communication in Marine Environment », in *Proc. IEEE Oceans Conf.*, Jun. 2005.
- [3] J. SHORE et R. JOHNSON, « Axiomatic Derivation of the Principle of Maximum Entropy and the Principle of Minimum Cross-Entropy », *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 26, no. 1, p. 26–37, 1980.
- [4] M. DEBBAH et R. R. MULLER, « MIMO Channel Modeling and the Principle of Maximum Entropy », *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 5, p. 1667–1690, 2005.
- [5] T. COVER et J. THOMAS, *Elements of Information Theory*. Wiley, 1991.
- [6] A. ABDI, C. TEPEDELENLIOGLU, M. KAVEH et G. GIANNAKIS, « On the Estimation of the K Parameter for the Rice Fading Distribution », *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 3, 2001.
- [7] P. BELLO, « Some Techniques for the Instantaneous Real-Time Measurement of Multipath and Doppler Spread », *IEEE Trans. Commun. Tech.*, vol. 13, no. 3, p. 285–292, 1965.
- [8] F.-X. SOCHELEAU, C. LAOT et J.-M. PASSERIEUX, « A Maximum Entropy Framework for Statistical Modeling of Underwater Acoustic Communication Channels », in *Proc. Oceans'10*, May. 2010.
- [9] T. HAYWARD et T. YANG, « Underwater acoustic communication channel capacity : A simulation study », in *Proc. AIP*, Nov. 2004.
- [10] M. STOJANOVIC, « On the Relationship Between Capacity and Distance in an Underwater Acoustic Communication Channel », *ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review (MC2R)*, vol. 11, no. 4, p. 64–43, 2007.
- [11] G. DURISI, U. SCHUSTER, H. BÖLCSKEI et S. S. (SHITZ), « Noncoherent capacity of underspread fading channels », *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 56, no. 1, 2010.
- [12] J.-M. PASSERIEUX, F.-X. SOCHELEAU et C. LAOT, « On the Noncoherent Capacity of Doubly Selective Rician-Fading Channels under Peak-Power Constraint », *Arxiv preprint arXiv :1011.3380*, 2010.