

# Une méthode d'ordre vectoriel pour l'analyse morphologique des images multivaluées

WUILIAN TORRES<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Fundación Instituto de Ingeniería, Centro de Procesamiento Digital de Imágenes  
Carretera Nacional Hoyo de la Puerta, Urb. Monte Elena II, Sartenejas, Baruta, Caracas, Venezuela

<sup>1</sup>[wuiliantor@gmail.com](mailto:wuiliantor@gmail.com)

**Résumé** - Les images multivaluées sont de plus en plus utilisées pour l'analyse des phénomènes ayant un caractère multidimensionnel, comme la télédétection et de l'imagerie médicale. Lorsque ces phénomènes sont spatialement définis par leur forme et leur topologie, la morphologie mathématique devient un outil essentiel pour leur étude. Cependant, étant donné que la morphologie mathématique est basée sur la théorie des treillis complets, il faut établir un ordre total entre les éléments d'un ensemble de données; cet objectif, dans les cas des données multivaluées, ne peut pas être atteint de façon absolue. Dans ce travail, une méthode d'ordre vectoriel total est proposée; celui-ci regroupe et ordonne les pixels-vecteurs par une séquence de mesures de distance, tout en restant facilement adapté aux images quelque soit leur dimension. Sous ce schéma d'ordonnement, les opérateurs morphologiques ont été programmés et sont appliqués sur des images acquises par le satellite SPOT et sur des images de résonance magnétique nucléaire.

**Abstract** - Multivariate images are increasingly used for the analysis of phenomena present in the scene that are identified by their multidimensional character. This is the case of the images obtained by multispectral remote sensing platforms or medical imaging system. When these phenomena are spatially defined by their shape or topology, mathematical morphology is an essential tool for their study. However, since mathematical morphology has its basis in the complete lattice theory, it is necessary to introduce a total order between the elements of the dataset under analysis, a goal that in the case of multivariate images can not be accomplished in an absolute manner. This paper proposes a method of total vector ordering that groups the vectors of the multivariate image pixels through a sequence of distance measurements that are easily adapted to images of any dimension. Based on this ordering scheme the morphological operators were programmed and applied to the images acquired by the SPOT satellite and also to nuclear magnetic resonance imaging.

## 1 Introduction

Dans beaucoup de domaines, on dispose d'images multivaluées où le pixel présente des valeurs vectorielles. Ces images sont acquises pour mettre en évidence différents aspects d'un problème particulier, c'est le cas de la télédétection avec les images multi et hyper-spectrales, ou bien celles de l'imagerie médicale, comme la résonance magnétique, la médecine nucléaire, etc. Dans certaines applications, ces images sont utilisées pour identifier des éléments qui sont caractérisés par leur forme et leur relation avec les éléments voisins. Tel est le cas de l'identification des espaces agricoles pour l'estimation de la production, ou bien l'identification des tissus atteints de différents niveaux d'affection par une lésion. La morphologie mathématique (MM), introduite par G. Matheron et J. Serra en 1964, est une technique non linéaire pour le traitement des images qui facilite leur analyse lorsque la forme et la topologie des objets sont le principal paramètre à étudier. Les fondements théoriques de la MM ont été amplement établis et développés pour les images binaires et les images en niveaux de gris ou monocanal [1, 2]. La MM a comme cadre théorique la théorie des treillis complets; celui-ci est défini comme un ensemble partiellement ordonné possédant un

infimum et un supremum [3]. L'analyse de chaque pixel de l'image doit prendre en considération son voisinage qui est prédéfini par une structure géométrique de référence connue sous le nom d'élément structurant (ES). Le pixel sous analyse et son voisinage sont ordonnés, et le pixel de sortie prend comme valeur le minimum dans le cas de l'*érosion* ou le maximum dans le cas de la *dilatation*; ces deux opérations sont les opérateurs élémentaires en MM. Dans le cas d'images monocanal, chaque pixel est associé à une valeur numérique, donc la relation d'ordre est l'ordre naturel entre scalaires. Dans le cas des images multivaluées, chaque pixel est défini par un vecteur qui a comme dimension le nombre des canaux de l'image mais dans ce cas, ordonner deux vecteurs n'est pas une tâche évidente. Plusieurs auteurs ont proposé différents schémas pour ordonner des données multivaluées: marginal, conditionnel ou lexicographique, réduit, partiel, entrelacement de bits, Pareto, entre autres [4, 5, 6, 7]. Des travaux importants ont été développés pour le traitement des images couleur mais qui sont de difficile adaptation aux images avec une dimensionnalité importante [8, 9].

Dans ce travail, le schéma proposé pour ordonner les pixels vecteurs se développe en plusieurs étapes. Les vecteurs à ordonner sont groupés d'après leur distance

sous diverses métriques par rapport à l'origine. Puis, les vecteurs qui maintiennent l'égalité sont ordonnés suivant un ordre lexicographique. Le schéma, ici proposé, est utilisé pour établir les opérateurs morphologiques élémentaires dans le cas des images multivaluées. Une série d'opérateurs morphologiques ont été programmés et appliqués sur des images multispectrales et sur des images de résonance magnétique nucléaire (RMN) pondérées en T2 et quelques résultats sont présentés.

## 2 Ordre vectoriel

Soit  $P$  un ensemble de  $M$  vecteurs  $p_i$ ,  $1 \leq i \leq M$ , sélectionnés par un ES sur une image multivaluée possédant  $N$  canaux :

$$P = \{ \mathbf{p}_1 \ \mathbf{p}_2 \ \dots \ \mathbf{p}_M \} ; \text{ avec } \mathbf{p}_i = [p_{i,1} \ p_{i,2} \ \dots \ p_{i,N}]$$

La mise en ordre de  $P$  est faite par comparaison des vecteurs  $p_i$  deux à deux suivant la stratégie définie de la façon suivante (équation 1):

- Soient deux vecteurs  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{q}$  de  $P \in \mathbb{Z}^N$  ; et leurs composantes respectives  $r_i$  et  $q_i \in \mathbb{Z}$ ,  $1 \leq i \leq N$ :

$$\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_N] ; \quad \mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_N]$$

- Soient  $\mathbf{r}'$  et  $\mathbf{q}'$  deux vecteurs obtenus de la mise en ordre décroissant des composants de  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{q}$ :

$$\mathbf{r}' = [r'_1, r'_2, \dots, r'_N] ; \text{ avec } r'_j \geq r'_{j+1} \quad 1 \leq j \leq N-1$$

$$\mathbf{q}' = [q'_1, q'_2, \dots, q'_N] ; \text{ avec } q'_j \geq q'_{j+1} \quad 1 \leq j \leq N-1$$

$r > q$  Si

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N r_j > \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N q_j \text{ ou} \\ 2) \sum_{j=1}^N r_j = \sum_{j=1}^N q_j \text{ et } r'_1 > q'_1 \text{ ou} \\ 3) \sum_{j=1}^N r_j = \sum_{j=1}^N q_j, r'_1 = q'_1 \text{ et } r'_2 > q'_2 \text{ ou} \quad (1) \\ \dots \\ N) \sum_{j=1}^N r_j = \sum_{j=1}^N q_j, r'_i = q'_i, 1 \leq i \leq N-2 \text{ et } r'_{N-1} > q'_{N-1} \\ \text{ou} \\ N+1) \sum_{j=1}^N r_j = \sum_{j=1}^N q_j, r'_i = q'_i \quad 1 \leq i \leq N-1 \text{ alors} \\ \text{ordre lexicographique de } r \text{ et } q \end{array} \right.$$

La première condition établit un pré-ordre dans  $P$  et crée des groupes des vecteurs  $p_i$  qui ont une même distance par rapport à l'origine ; la métrique utilisée est la distance de connexité 4 ( $D_4$ ). La Figure 1a montre un exemple dans le cas de dimension 3 de trois groupes de vecteurs possédant la même distance  $D_4$ . Par exemple, l'ensemble en rouge correspond à l'affixe des vecteurs avec  $D_4$  inférieur à ceux en bleu et vert.

Pour ordonner les vecteurs d'un même groupe, on compare le maximum des  $r_i$  vis à vis des  $q_i$ . La deuxième condition produit des sous-groupes

concentriques ordonnés en partant du centre vers l'extérieur. La Figure 1b montre l'ordre assigné à un des groupes par comparaison des maximums de  $r$  et  $q$ , c'est à dire de  $r'_1$  et  $q'_1$  ; les nouveaux groupes sont ordonnés par peeling en partant du centre vers l'extérieur, les vecteurs en bleu sont inférieurs à ceux en vert et magenta. Si le maximum est égal dans les deux vecteurs, on procède à comparer les maximum suivants de  $r$  et  $q$ . La Figure 1c prend un de ces sous-groupes et montre l'ordre obtenu, ils partent du centre du segment vers les sommets. Par exemple, dans la figure 1c, les vecteurs représentés en bleu sont inférieurs à ceux en vert et magenta, mais ceux de la même couleur maintiennent l'égalité entre eux.

Pour obtenir un ordre total, les vecteurs qui restent à ordonner sont comparés suivant l'ordre lexicographique en donnant une priorité prédéfinie aux canaux. Dans la Figure 1c, les chiffres indiquent l'ordre assigné à six de ces vecteurs.

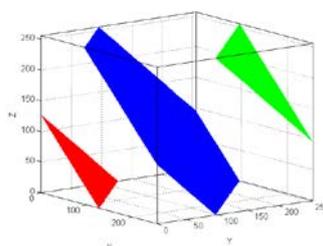


Figure 1a : Groupes des vecteurs avec même  $D_4$

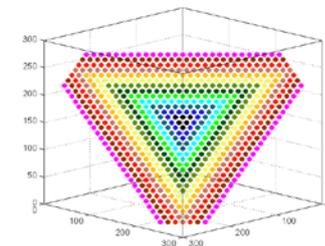


Figure 1b : Ordre des vecteurs d'un groupe

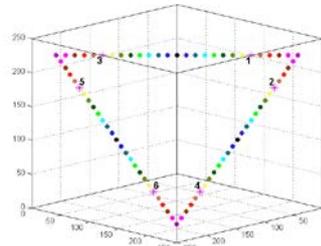


Figure 1c : Ordre total

## 3 Morphologie mathématique multivaluée

Les opérateurs morphologiques élémentaires sont l'érosion et la dilatation. L'érosion ( $\varepsilon_B(f)(x)$ ) assigne au pixel de sortie le infimum des pixels inclus dans le voisinage défini par l'élément structurant  $B$ , tandis que la dilatation ( $\delta_B(f)(x)$ ) assigne le supremum. La détection des contours des objets présents dans une image est possible avec des opérateurs tels que le gradient morphologique, défini par la différence entre la dilatation et l'érosion ou bien, par des gradients plus élaborés comme le gradient multiéchelle décrit en [10], et obtenu par l'équation 2.

$$MG(f) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^K \left[ \varepsilon_{B_{j-1}} \left( \delta_{B_j}(f) - \varepsilon_{B_j}(f) \right) \right] \quad (2)$$

Les filtres morphologiques et tous les opérateurs morphologiques qui sont utilisés dans ce travail sont construits par composition des opérateurs

morphologiques élémentaires obtenus en suivant l'ordre proposé.

#### 4 Applications

Le premier exemple est une image multispectrale avec 4 bandes prises par le satellite SPOT sur une région agricole du Venezuela. La MM est très utile quand on veut déterminer les surfaces des plantations dans le but de faire des statistiques de production [11]. La Figure 2 montre une sous-image en infrarouge et les images obtenues par érosion et dilatation, avec comme ES un cercle de rayon 3. L'érosion renforce les zones sombres de l'image, tandis que la dilatation agit sur les zones claires. La figure 2d montre les pixels voisins d'un pixel particulier de l'image, et met en évidence celui qui est choisi comme minimum (érosion) et comme maximum (dilatation).



Figure 2a : Image SPOT IRC



Figure 2b : Erosion



Figure 2c : Dilatation

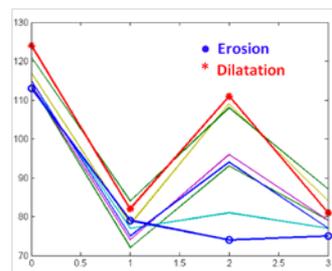


Figure 2d : Érosion et dilatation

L'exemple suivant est une application des opérateurs morphologiques sur une image de résonance magnétique pondérée en T2 avec 8 canaux codés sur 16 bits. L'objectif est de caractériser les tissus par leur temps de relaxation pour différencier les tissus normaux de ceux qui sont atteints d'un certain degré d'affectation [12]. La Figure 3a montre le cinquième canal de l'image ; la Figure 3b montre les temps de relaxation associé à des 8-voisins d'un pixel spécifique de l'image, mettant en évidence ceux qui sont déterminés comme minimum et maximum. La figure 3c correspond à la moyenne des canaux du gradient morphologique multiéchelle ; et la Figure 3d présente la reconstruction géodésique par ouverture de l'image ; c'est un filtre morphologique qui a des applications intéressants pour les images monocanal.

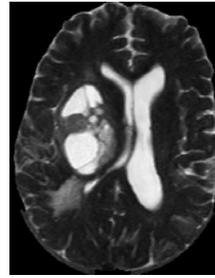


Figure 3a : Canal 5 d'une image RMN

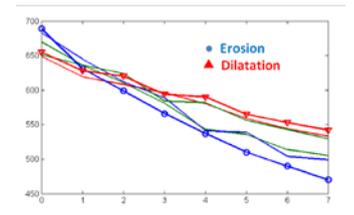


Figure 3b : Erosion et dilatation

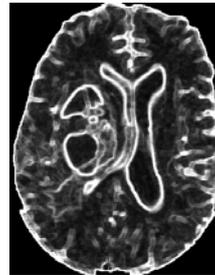


Figure 3c : Gradient multiéchelle



Figure 3d : reconstruction par ouverture

#### 5 Résultats

Quelque soit le schéma utilisé pour ordonner des vecteurs, celui-ci va introduire des distorsions topologiques. Dans le cas de l'ordre proposé, les distorsions sont dérivées de l'assignation d'un ordre consécutif à des vecteurs qui ont une distance importante entre eux ; ou bien le contraire. Pour évaluer la distorsion topologique, on utilise comme mesure de similarité la distance de Manhattan entre l'ordre obtenu et un ordre relatif déterminé par la distance des pixels par rapport au minimum entre eux. Le tableau : Tab 1 résume les résultats de l'évaluation sur une image SPOT avec quatre bandes de 8 bits, avec fenêtres de 3x3, 5x5 et 7x7 pixels ; et sur une image RMN avec huit canaux de 10 bits. Les valeurs représentent la moyenne de la distance de Manhattan sur toute l'image, montrant une faible distorsion topologique. Par ailleurs, le 95% des pixels de l'image SPOT ont une similarité inférieure à 6 utilisant une fenêtre 5x5.

Tab 1 : Evaluation de la distorsion topologique

	3x3 (0 - 4)	5x5 (0 -12)	7x7 (0 -24)
SPOT	0.88	2.51	4.88
RMN	0.49	1.44	2.79

Une autre caractéristique des schémas utilisés pour ordonner des vecteurs est le biais qu'on introduit quand les canaux de l'image sont analysés dans une séquence spécifique, comme par exemple dans l'ordre lexicographique. L'ordre vectoriel présenté possède un comportement symétrique qui donne le même poids à tous les canaux de l'image.

## 6 Conclusion

La morphologie mathématique vectorielle permet de traiter des images multivaluées sans introduire des nouvelles signatures spectrales dans les images multispectrales, ou des nouveaux taux de décroissance dans les images RMN. Les distorsions topologiques intrinsèques à la méthode, ont été évaluées mais leur effet n'est pas très visible sur les images analysées. Le principal avantage de l'ordre proposé est la facilité d'application aux images indépendamment du nombre de canaux ou le nombre de bits représentant chaque pixel.

## Références

- [1] J. Serra. Image Analysis and Mathematical Morphology. Academic Press, London, 1982
- [2] P. Soille. Morphological Image Analysis, Springer-Berlag Berlin, 2004.
- [3] J. Goutsias, H. Heijmans. *Fundamenta Morphologicae Mathematicae. Fundamenta Informaticae* 41, 1-31, 2000.
- [4] E. Aptoula, S. Lefevre. On lexicographical ordering in multivariate mathematical morphology. *Pattern Recognition Letters* 29, 2, 109-118, 2008.
- [5] E. Aptoula, S. Lefevre. A comparative study on multivariate mathematical morphology. *Pattern Recognition* 40. 2914-2929, 2007.
- [6] M. Köppen, Ch. Nowack, G. Rösler. Pareto-Morphology for Color Image Processing: A Comparative Study of Multivariate Morphologies. *Pattern Recognition and Image Analysis*, Vol. 10, No. 4, pp. 478–491, 2000.
- [7] J. Chanussot, - P. Lambert. Entrelacement de Bits et "Space Filling Curves": une Extension des Filtrés de Rang aux Images Couleur. *GRETSI 1997*, Grenoble
- [8] J. Angulo. Morphological colour operators in totally ordered lattices based on distances : application to image filtering, enhancement and analysis. *Computer Vision and Image Understanding*, 107 56-73, 2007.
- [9] J. Angulo. Geometric algebra colour image representations and derived total orderings for morphological operators - Part I: Colour Quaternions. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, Vol. 21, 33--48, 2010.
- [10] K. Nallaperumal, K. Krishnaveni, J. Varghese, S. Saudia, S. Annam, P. Kumar. A novel Multi-scale Morphological Watershed Segmentation Algorithm. *International journal of imaging science and engineering*, Vol 1, 2, 60-64, 2007.
- [11] W. Torres, R. Salcedo. Object oriented image segmentation by means of multichannel mathematical morphology. *Proc. SPIE* 7830, 783009, 2010.
- [12] W. Torres, M. Martín-Landrove, M. Paluszny, G. Figueroa, and G. Padilla. Tumor segmentation of multi-echo MR T2-weighted images with morphological operators. *Proc. SPIE* 7259, 72594E, 2009