

# MIMO STAP utilisant des formes d'ondes codées en *slow-time*

Frédéric BRIGUI<sup>1</sup>, Hong Bo SUN<sup>1</sup>, Yee Kian QUEK<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Temasek Laboratories@NTU  
50 Nanyang Drive, Singapore, 637553

<sup>2</sup>DSO National Laboratories  
20 Science Park Drive, Singapore, 118230

frederic.brigui@ntu.edu.sg, EHBSun@ntu.edu.sg  
qyeekian@dso.org.sg

**Résumé** – Nous présentons une nouvelle méthode de décodage des formes d'ondes codées en *slow-time* (sur les impulsions). Notre objectif est de réduire le niveau des lobes secondaires causés par les formes d'ondes afin d'appliquer un filtrage STAP avec de bonnes performances. Cette méthode de décodage est basée sur l'approche IAA (*Iterative Adaptive Approach*). Des résultats sur des données simulées pour le MIMO STAP montrent l'intérêt de cette méthode.

**Abstract** – We present a processing scheme for MIMO STAP using *slow-time* waveforms. The decoding of waveforms for each transmitter is investigated. Our objective is to ensure low sidelobe level in order to apply STAP method with good performance. We present a decoding method based on IAA (*Iterative Adaptive Approach*) approach to efficiently separate each transmit waveform. Results on simulated data show the interest of the method for STAP application.

## 1 Introduction

Le radar MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) [1] est un système avec de multiples antennes émettrices et de multiples antennes réceptrices. Comparé au radar à réseau phasé, le radar MIMO apporte des degrés de liberté additionnels et plus précisément une diversité de forme d'onde pour le cas du MIMO cohérent pour lequel les antennes émettrices et réceptrices sont colocalisées. La plupart des études dédiées au MIMO cohérent se focalisent sur l'utilisation de formes orthogonales; celles-ci permettent de générer une grande antenne virtuelle et ainsi d'améliorer la résolution angulaire.

Le STAP (Space-Time Adaptive Processing) a été naturellement étendu au radar MIMO [1]. En supposant des formes d'ondes idéalement orthogonales, le MIMO STAP permet une rejection du fouillis sur une zone angle/Doppler plus étroite. Néanmoins, il est difficile de générer des formes d'ondes réelles possédant de bonnes propriétés (corrélation, tolérance Doppler, cohérence). Nous proposons dans ce papier de se concentrer sur les formes d'ondes codées en *slow-time*. Alors que la plupart des formes d'ondes sont codées en *fast-time*, le codage en *slow-time* s'effectue sur les impulsions ou dans le domaine Doppler; ces formes d'ondes sont alors orthogonales sur un intervalle de traitement cohérent. Par construction ces formes d'ondes sont tolérantes en Doppler et cohérentes sur toute la bande de fréquence. Le codage DDMA (Doppler Division Multiple Access) a été proposé dans [2] et s'appuie sur une réduction du domaine Doppler non-ambigu pour générer des formes d'ondes orthogonales. Les formes d'ondes CAN-SLO (Cyclic New Al-

gorithm - *Slow-time*) sont basées sur des séquences de codage possédant de bonnes propriétés de corrélation et ont été développées dans [3]. Par rapport au DDMA, ce type de codage n'entraîne pas de réduction du domaine Doppler non-ambigu au prix de lobes secondaires importants qui peuvent grandement dégrader les performances STAP.

Les lobes secondaires des formes d'ondes CAN-SLO sont dus à leurs propriétés non-idéales de corrélation et à la méthode classique de décodage basée sur le filtre adapté (*MF* pour *Matched Filter*). Comme il n'est théoriquement pas possible de générer des séquences de codage de longueur finie avec de très faibles corrélations, nous proposons de réduire les lobes secondaires avec un algorithme de décodage basé sur la méthode IAA (*Iterative Adaptive Approach*) précédemment développé dans [4]. Dans l'étude [4], la méthode IAA est utilisée dans le cadre du MIMO SAR et de l'imagerie pour le radar MIMO; elle ne permet alors pas d'appliquer les méthodes STAP pour supprimer le fouillis. Dans notre étude, la méthode IAA est appliquée au processus de décodage ce qui permet d'appliquer les algorithmes STAP par la suite. Les simulations pour le STAP MIMO montrent des résultats encourageants dans le cas où les formes d'ondes CAN-SLO sont utilisées.

## 2 Modèle du signal et méthode STAP

### 2.1 Modèle du signal

Nous considérons un radar MIMO avec  $M$  émetteurs espacés d'une longueur  $de$  et  $N$  récepteurs espacés de  $dr$ . Nous considérons la configuration MIMO cohérent i.e. les réseaux émetteur et récepteur sont assez proches pour assurer la cohérence du signal reçu entre les paires émetteur-récepteur. Nous considérons également  $L$  impulsions avec un intervalle de répétition  $T_r$ . Sur chaque impulsion, une forme d'onde commune  $\phi(t) \in \mathbb{C}^{N_s \times 1}$  de longueur d'onde  $\lambda_0$  est émise avec  $N_s$  échantillons temporels (fast-time). Pour chaque récepteur  $n$  et pour chaque impulsion  $l$ , le signal reçu  $\mathbf{z}_{n,l}$  s'écrit comme suit :

$$\mathbf{z}_{n,l} = \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^K \sum_{h=1}^H \alpha_{p,k,h} a_n(\varphi_k) \times \sum_{m=1}^M v_m(\varphi_k) b_l(f_{d_h}) c_{l,m} \phi(t_p) \quad (1)$$

où  $p, k, h$  sont les indices de la distance, de l'angle d'arrivée et de la fréquence Doppler respectivement.  $P, K, H$  sont les nombres totaux de cases distance, angle et Doppler respectivement.  $\alpha_{p,k,h}$  représente l'amplitude complexe d'une cible potentielle à la case distance  $p$  (retard  $t_p$ ) avec un angle  $\varphi_k$  et une fréquence Doppler  $f_{d_h}$ .  $a_n(\varphi_k) = e^{j2\pi(n-1)dr \sin \varphi_k / \lambda_0}$  et  $v_m(\varphi_k) = e^{j2\pi(m-1)des \sin \varphi_k / \lambda_0}$  sont respectivement des éléments des vecteurs directionnels d'émission et de réception, et  $b_l(f_{d_h}) = e^{j2\pi(l-1)f_{d_h} T_r}$  est un élément du vecteur directionnel Doppler.  $c_{l,m}$  est un élément du codage en *slow-time*. Pour simplifier, nous omettons la réponse du bruit dans le modèle du signal reçu.

Pour calculer la position en distance de chaque cible, nous appliquons un filtrage adapté  $\phi(t_p)$  à  $\mathbf{z}_{n,l}$ . Nous supposons que la forme d'onde  $\phi(t)$  possède des propriétés idéales de corrélation i.e.  $\phi^\dagger(t)\phi(t) = 1$  et  $\phi^\dagger(t)\phi(t') = 0$  for  $t \neq t'$ . En pratique il n'est pas possible d'atteindre de telles performances mais des formes d'ondes classiquement utilisées en radar comme le chirp LFM (*Linear Frequency Modulated*) offre des propriétés acceptables. Pour simplifier l'écriture des calculs, nous omettons dorénavant l'indice distance  $p$ . Le signal reçu  $y_{n,l}$  pour la case distance  $p$  s'écrit alors :

$$y_{n,l} = \sum_{k=1}^K \sum_{h=1}^H \sum_{m=1}^M \alpha_{k,h} a_n(\varphi_k) v_m(\varphi_k) b_l(f_{d_h}) c_{l,m} \quad (2)$$

### 2.2 Décodage pour des formes d'ondes idéalement orthogonales

Nous supposons ici que les formes d'ondes sont parfaitement orthogonales ; il est alors possible de séparer chaque signal transmis. Le signal reçu  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{MNL \times 1}$  pour les  $L$  impulsions, les  $M$  émetteurs et pour les  $N$  récepteurs s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K \sum_{h=1}^H \alpha_{k,h} \mathbf{a}(\varphi_k) \otimes \mathbf{b}(f_{d_h}) \otimes \mathbf{v}(\varphi_k) \quad (3)$$

où  $\mathbf{a}(\varphi_k) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  et  $\mathbf{v}(\varphi_k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  sont respectivement les vecteurs directionnels de réception et de transmission dont les éléments sont  $a_n(\varphi_k)$  et  $v_m(\varphi_k)$  respectivement.  $\mathbf{b}(f_{d_h})$  est le vecteur directionnel Doppler dont les éléments sont  $b_l(f_{d_h})$ . Il est possible d'estimer les amplitudes complexes  $\alpha_{k,h}$  de l'Eq. (3) en utilisant des techniques classiques d'estimation pour former des images dans le domaine angle-Doppler

### 2.3 Filtrage STAP

Le filtrage STAP [5] s'effectue via le filtre  $\mathbf{w}(\varphi_k, f_{d_h}) \in \mathbb{C}^{MNL \times 1}$  qui est défini comme suit :

$$\mathbf{w}(\varphi_k, f_{d_h}) = \mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{d}(\varphi_k, f_{d_h}) \quad (4)$$

où  $\mathbf{d}(\varphi_k, f_{d_h}) \in \mathbb{C}^{MNL \times 1}$  est le vecteur directionnel spatio-temporel et  $\mathbf{R}_c$  est la matrice de covariance du fouillis.

## 3 Décodage des formes d'ondes codées en *slow-time*

Le signal reçu de l'Eq. (2) pour la case distance  $p$  peut se réécrire de la manière suivante :

$$y_{n,l} = \sum_{h=1}^H \sum_{m=1}^M \alpha_n(m, f_{d_h}) b_l(f_{d_h}) c_{l,m} \quad (5)$$

où  $\alpha_n(m, f_{d_h}) = \sum_{k=1}^K \alpha_{k,h} a_n(\varphi_k) v_m(\varphi_k)$ . Le signal reçu  $\mathbf{y}_n \in \mathbb{C}^{L \times 1}$  pour les  $L$  impulsions est défini comme suit :

$$\mathbf{y}_n = \sum_{h=1}^H \sum_{m=1}^M \alpha_n(m, f_{d_h}) \mathbf{s}(m, f_{d_h}) \quad (6)$$

où  $\mathbf{s}(m, f_{d_h}) = [b_1(f_{d_h}) c_{1,m} \dots b_l(f_{d_h}) c_{l,m} \dots b_L(f_{d_h}) c_{L,m}]^T$  est la séquence de codage transmise par l'émetteur  $m$  et décalée d'une fréquence Doppler  $f_{d_h}$ . En considérant des formes d'ondes réelles, notre but est de les séparer afin d'obtenir le signal reçu de l'Eq. (3). Pour cela, il nous faut estimer l'amplitude  $\alpha_n(m, f_{d_h})$ .

### 3.1 Décodage avec filtrage adapté (MF)

Pour décoder le signal transmis, nous appliquons un filtrage adapté de chaque forme d'onde codé pour chaque fréquence Doppler de la manière suivante :

$$\hat{\alpha}_n(m, f_{d_h}) = \frac{\mathbf{s}^\dagger(m, f_{d_h}) \mathbf{y}_n}{\mathbf{s}^\dagger(m, f_{d_h}) \mathbf{s}(m, f_{d_h})} \quad (7)$$

Le filtrage adapté donne de bons résultats si les formes d'ondes possèdent les propriétés de corrélation suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{s}^\dagger(m, f_{d_h}) \mathbf{s}(m, f_{d_{h'}}) = 0 & , \text{ for } f_{d_h} \neq f_{d_{h'}} \\ \mathbf{s}^\dagger(m, f_{d_h}) \mathbf{s}(m', f_{d_{h'}}) = 0 & , \text{ for } m \neq m' \end{cases} \quad (8)$$

La première équation représente l'auto-corrélation (pour un retard nul) et la seconde représente les corrélations croisées. Les séquences de codage ne permettent pas toujours de satisfaire ces conditions ce qui entraîne des lobes secondaires élevés et par conséquence de mauvaises performances STAP.

## 3.2 Approche IAA

Nous proposons une méthode de décodage différente qui s'inspire de l'étude [4] pour réduire les lobes secondaires. Dans [4], l'approche IAA est utilisée pour la formation d'images SAR et radar ; dans notre papier l'approche IAA est appliquée dans le décodage de manière à appliquer par la suite un filtrage STAP au signal reçu décodé.

Nous définissons tout d'abord la matrice d'interférence

$\mathbf{Q}_n(m, f_{d_h}) \in \mathbb{C}^{L \times L}$  de la manière suivante :

$$\mathbf{Q}_n(m, f_{d_h}) = \sum_{h'=1}^H \sum_{m'=1}^M |\alpha_n(m', f_{d_{h'}})|^2 \mathbf{s}(m', f_{d_{h'}}) \mathbf{s}^\dagger(m', f_{d_{h'}}) \quad (9)$$

for  $(m', f_{d_{h'}}) \neq (m, f_{d_h})$

La nouvelle technique de décodage est définie en minimisant par les moindres carrés pondérés, la fonction coût suivante :

$$(\mathbf{y}_n - \alpha_n(m, f_{d_h}) \mathbf{s}(m, f_{d_h}))^\dagger \mathbf{Q}_n^{-1}(m, f_{d_h}) \times (\mathbf{y}_n - \alpha_n(m, f_{d_h}) \mathbf{s}(m, f_{d_h})) \quad (10)$$

Il a été montré dans [4] que la minimisation de l'Eq. (10) s'obtient pour l'estimé suivant :

$$\hat{\alpha}_n(m, f_{d_h}) = \frac{\mathbf{s}^\dagger(m, f_{d_h}) \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{y}_n}{\mathbf{s}^\dagger(m, f_{d_h}) \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{s}(m, f_{d_h})} \quad (11)$$

où la  $\mathbf{R}_n$  est définie telle que :

$$\mathbf{R}_n = \sum_{h=1}^H \sum_{m=1}^M |\alpha_n(m, f_{d_h})|^2 \mathbf{s}(m, f_{d_h}) \mathbf{s}^\dagger(m, f_{d_h}) \quad (12)$$

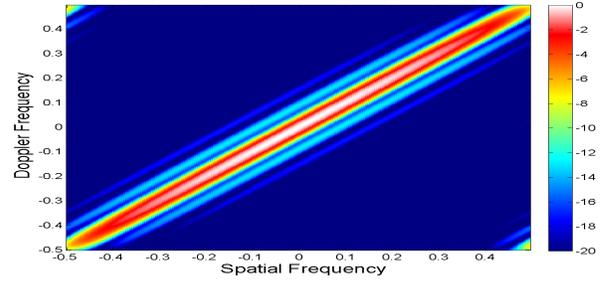
Comme le paramètre  $\alpha_n(m, f_{d_h})$  dans  $\mathbf{R}_n$  est inconnu, l'estimation s'effectue de manière itérative avec une initialisation à l'aide du filtrage adapté de l'Eq. (7). En général, l'algorithme converge pour moins de 10 itérations [6]. Plus détails sur l'approche IAA sont donnés dans [4].

## 4 Résultats de simulation

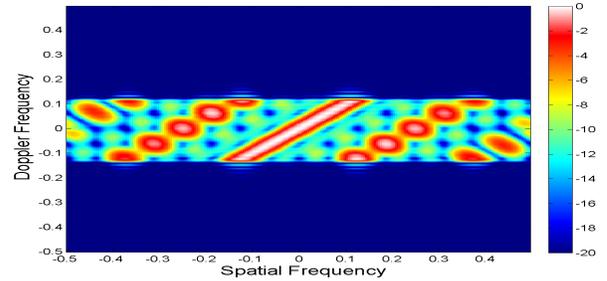
### 4.1 Configuration

Nous considérons un radar MIMO colocalisé (et donc cohérent) avec  $M = 4$  émetteurs,  $N = 4$  récepteurs et  $L = 64$  impulsions ; le radar MIMO est en configuration *sparse* avec  $dr = \lambda_0/2$  et  $de = Ndr$ , et en visée latérale. Le fouillis provient du sol et est modélisé selon l'étude de Ward [5] avec  $\beta = 1$ . Nous proposons d'évaluer les codages *slow-time* suivants :

- DDMA [2] :  $c_{l,m} = e^{j2\pi f_m (l-1)T_r}$ , où  $f_m$  est le décalage Doppler injecté pour l'émetteur  $m$ . Ce codage permet de générer des formes d'ondes dans différentes bandes Doppler. Ces formes d'ondes sont parfaitement orthogonales dans leur bande Doppler respective. Les désavantages de ce type de formes d'ondes sont la réduction du domaine Doppler non-ambigu et les ambiguïtés causées par le fouillis dans ce même domaine.



(a) Idéalement orthogonales.



(b) DDMA.

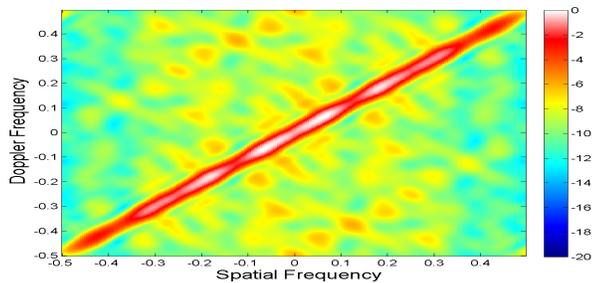
FIGURE 1 – Spectres de Fourier du fouillis avec décodage MF.

- CAN-SLO [3] :  $|c_{l,m}| = 1$ . Les formes d'ondes CAN-SLO sont basées sur un codage sur les impulsions en utilisant des séquences unimodulaires possédant de bonnes propriétés de corrélation. Il n'y pas de réduction du domaine Doppler non-ambigu mais l'utilisation de ce type de codage entraîne des lobes secondaires élevés.

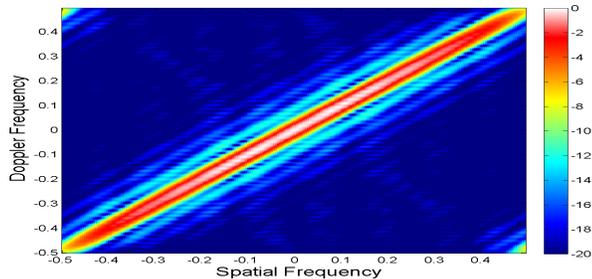
### 4.2 Spectres du fouillis

Nous présentons sur la Figure 1 le spectre de Fourier du fouillis pour des formes d'ondes idéalement orthogonales et pour le DDMA avec un décodage MF. Pour ces formes d'ondes, il n'est pas nécessaire d'utiliser l'approche IAA car il n'y a pas de lobes secondaires. Comparé au cas idéal, le spectre du clutter obtenu avec le DDMA est réduit au domaine Doppler  $[-0.125 \ 0.125]$  ce qui correspond au domaine Doppler total non-ambigu divisé par le nombre d'émetteurs.

La Figure 2 présente les spectres de Fourier du fouillis pour le CAN-SLO avec décodage MF et décodage IAA avec 4 itérations. Comparé au DDMA, il n'y a pas de limitation du domaine Doppler non-ambigu mais des lobes secondaires élevés (environ  $-8\text{dB}$ ) apparaissent avec le décodage MF. Ces lobes secondaires sont causés par les corrélations croisées non nulles des séquences de codage CAN entre chaque émetteurs. En utilisant le décodage IAA, nous voyons clairement que les lobes secondaires sont grandement réduits et le spectre du fouillis ainsi obtenu est similaire à celui obtenu avec des formes d'ondes idéalement orthogonales sans limitation du domaine Doppler.



(a) Décodage MF.



(b) Décodage IAA.

FIGURE 2 – Spectres de Fourier du fouillis avec décodage MF et IAA pour les formes d'ondes CAN-SLO.

### 4.3 Pertes en SINR

Nous présentons sur la Figure 3 les pertes en SINR (*Signal to Interference Noise Ratio*) en fonction de la fréquence Doppler et pour  $\varphi = 0$ . Nous supposons que la matrice de covariance du fouillis est connue et le filtrage STAP est effectué en pleine dimension. Nous constatons que les pertes en SINR du DDMA sont égales à celles du cas optimal sur un domaine Doppler réduit  $[-0.125 \ 0.125]$ . Pour le CAN-SLO avec décodage MF, la suppression du fouillis est réduite à cause des lobes secondaires élevés. En utilisant le décodage IAA, les performances du CAN-SLO sont améliorées avec des performances comparables à celles du cas optimal avec une perte de 2dB. Ces résultats montrent qu'il est possible d'utiliser les formes d'ondes codées en *slow-time* sans limitation du domaine Doppler non-ambigu.

## 5 Conclusion

Nous avons proposé une nouvelle approche de décodage des formes d'ondes codées en *slow-time* pour le radar MIMO. Ce décodage est basé sur la méthode IAA et a pour objectif de réduire les lobes secondaires induits par certains codages. Nous avons obtenu de bonnes performances sur des données simulées pour le MIMO STAP. La suppression des lobes secondaires permet d'atteindre des performances en MIMO STAP proches de celles de l'optimal sans limitation du domaine Doppler non-ambigu.

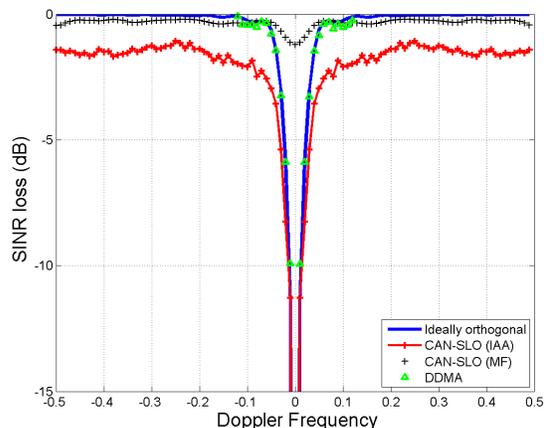


FIGURE 3 – Comparaison des pertes en SINR.

## Références

- [1] J. Li and P. Stoica, *MIMO Radar Signal Processing*, Wiley, 1st edition, 2009.
- [2] V.F. Mecca, D. Ramakrishnan, and J.L. Krolik, "MIMO radar space-time adaptive processing for multipath clutter mitigation," in *Fourth IEEE Workshop on Sensor Array and Multichannel Processing, 2006*, July 2006, pp. 249–253.
- [3] H. He, P. Stoica, and J. Li, "Designing unimodular sequence sets with good correlations - including an application to MIMO radar," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 11, pp. 4391 – 4405, November 2009.
- [4] W. Roberts, P. Stoica, J. Li, T. Yardibi, and F.A. Firooz, "Iterative adaptive approaches to MIMO radar imaging," *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 4, no. 1, pp. 5 – 20, February 2010.
- [5] J. Ward, *Space-time adaptive processing for airborne radar*, Technical Report 1015, Massachusetts Institute of Technology, Lexington, MA, December 1994.
- [6] T. Yardibi, J. Li, P. Stoica, M. Xue, and A.B. Baggeroer, "Source localization and sensing : A nonparametric iterative adaptive approach based on weighted least squares," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 46, no. 1, pp. 425 – 443, January 2010.