

# Optimisation jointe de la chaîne codage/débruitage pour les images satellite

Mikael CARLAVAN<sup>1</sup>, Laure BLANC-FÉRAUD<sup>1</sup>, Marc ANTONINI<sup>1</sup>, Carole THIEBAUT<sup>2</sup>, Christophe LATRY<sup>2</sup>, Yves BOBICHON<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire I3S UMR7271 UNS et CNRS  
2000 route des Lucioles, Les Algorithmes - bât. Euclide B, 06903 Sophia Antipolis, France

<sup>2</sup>CNES  
18, avenue Edouard Belin, 31401 Toulouse

<sup>3</sup>Thales Alenia Space  
100, boulevard du Midi, 06156 Cannes la Bocca

carlavan@i3s.unice.fr, blancf@i3s.unice.fr, am@i3s.unice.fr  
Carole.Thiebaut@cnes.fr, Christophe.Latry@cnes.fr, Yves.Bobichon@thalesaleniaspace.com

**Résumé** – Dans ce travail, nous proposons d’étudier le problème du codage/débruitage optimal d’une source bruitée. Ce problème peut se formaliser comme un problème d’optimisation où le critère à minimiser est la distorsion globale, c’est-à-dire l’erreur entre l’image d’origine non bruitée et l’image décodée débruitée. Ce problème est complexe à traiter car une optimisation globale est habituellement difficile à effectuer puisque le critère global doit être optimisé en même temps par rapport aux paramètres de codage et de débruitage. Nous montrons ici comment écrire analytiquement les différents termes de la distorsion globale et nous présentons un algorithme pour minimiser cette distorsion par rapport à ces paramètres. Nous montrons des résultats de cet algorithme d’optimisation jointe sur des images satellite haute dynamique, visuellement et d’un point de vue débit-distorsion.

**Abstract** – In this paper, we propose to study the problem of optimal noisy source coding/denoising. This problem can be formulated as an optimization problem where the criterion to minimize is the global distortion, that is the error between the noise-free image and the denoised image. This problem is challenging since a global optimization is usually difficult to perform as the global fidelity criterion needs to be optimized in the same time over the sets of both coding and denoising parameters. We show here how to express the global distortion in closed-form and we present an algorithm to minimize this distortion with respect to these parameters. We show results of this joint optimization algorithm on high dynamic range satellite images, visually and in a rate-distortion sense.

## 1 Introduction

Les images obtenues par les systèmes d’acquisition en imagerie satellite sont la plupart du temps contaminées par du flou et du bruit, qui viennent principalement de l’imperfection des instruments optiques. Or, il est admis que le bruit réduit les performances de compression en réduisant la corrélation entre les pixels [1]. C’est le problème de codage optimal d’une source bruitée [2]. Beaucoup de travaux ont été dédiés à ce problème, entre autre [3] et [4]. La majorité de ces travaux s’appuient sur l’étude de la distorsion globale proposée par [5]. Cette étude démontre que la distorsion globale, si mesurée par l’erreur quadratique moyenne (EQM), peut être traitée en deux problèmes séparés. L’image bruitée doit d’abord être débruitée de manière optimale (au sens de l’EQM) et cette image débruitée doit ensuite être encodée, encore une fois de manière à minimiser l’EQM. Il est néanmoins difficile en imagerie satellite, du fait de la faible quantité de ressources à bord, de modifier l’agencement de la chaîne image pour y insérer une étape de débruitage avant codage. Pour cette raison, nous sommes intéressés ici par

le problème d’optimisation globale jointe dans le cas où l’étape de débruitage est effectuée après codage/décodage. L’article est organisé comme suit. La section 2 présente la chaîne étudiée et introduit les hypothèses et notations. Nous détaillons en section 3 comment écrire explicitement la distorsion globale en fonction des paramètres de codage (pas de quantification) et des paramètres de débruitage (paramètres de régularisation), puis nous présentons une méthode permettant de minimiser cette distorsion par rapport à ces paramètres, afin d’atteindre la distorsion minimale pour un débit donné. Nous montrons des résultats visuels et en termes de courbes débit-distorsion de la méthode proposée dans la section 4. Enfin, la section 5 conclut ce travail et en présente quelques perspectives.

## 2 Hypothèses et notations

Nous considérons la chaîne de traitement Fig. 1 où  $x$  est l’image réelle ( $N$  pixels) et  $\hat{x}$  l’image finale. Le bruit instrument  $z$  est supposé blanc Gaussien de variance  $\sigma_z^2$ . Le cod-

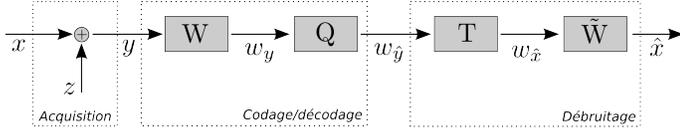


FIGURE 1 – Chaîne de traitement considérée :  $\mathbf{W}$  est un opérateur de transformée en ondelettes ( $\tilde{\mathbf{W}}$  est son inverse),  $\mathbf{Q}$  est un opérateur de quantification et  $\mathbf{T}$  désigne un algorithme de restauration.

age/décodage s'effectue de manière classique en 2 étapes [6] : l'image est décomposée sur une base d'ondelettes  $\mathbf{W}$  et chaque sous-bande  $w_{y,j}$  ( $N_j$  pixels), où  $j$  est l'indice de la sous-bande, est ensuite quantifiée par un quantificateur scalaire uniforme  $\mathbf{Q}$  de pas  $\Delta_j$  :

$$w_{\hat{y},j} = \mathbf{Q}(w_{y,j}) = \Delta_j \left\lfloor \frac{w_{y,j}}{\Delta_j} + \frac{1}{2} \right\rfloor, \quad (1)$$

où  $\lfloor \cdot \rfloor$  est la fonction partie entière qui renvoie l'entier inférieur le plus proche. Par simplicité, nous considérons que le débruitage est effectué dans la même base d'ondelettes que le codage. Etendre la méthode proposée à des algorithmes de débruitage plus complexes est une tâche délicate qui sera abordée dans un futur travail. L'algorithme de débruitage  $\mathbf{T}$  est ainsi un algorithme de restauration de type Wiener qui atténue chaque sous-bande quantifiée  $w_{\hat{y},j}$  d'un facteur  $1 + \lambda_j$  :

$$w_{\hat{x},j} = \frac{w_{\hat{y},j}}{1 + \lambda_j}. \quad (2)$$

où  $\lambda_j$  est le paramètre de régularisation associé à la sous-bande  $j$ . Les paramètres de la chaîne étudiée sont donc l'ensemble des pas de quantification  $\{\Delta_j\}$  et l'ensemble des paramètres de débruitage  $\{\lambda_j\}$ . Nous détaillons dans la prochaine partie une méthode permettant d'estimer et d'optimiser la distorsion globale par rapport à ces paramètres.

### 3 Méthode proposée

#### 3.1 Estimation de la distorsion globale

Soit  $D$  la distorsion globale et  $R$  le débit, le problème d'optimisation global consiste à trouver les paramètres optimaux  $\{\lambda_j^*\}$  et  $\{\Delta_j^*\}$  qui minimisent la distorsion globale  $D$  sous la contrainte que le débit  $R$  ne dépasse pas le débit cible  $R_c$ . Ceci peut se formaliser comme le problème non contraint suivant :

$$\{\lambda_j^*\}, \{\Delta_j^*\} = \max_{\tau > 0} \left\{ \begin{array}{l} \arg \min \quad \phi_\tau(\{\lambda_j\}, \{\Delta_j\}) \\ \text{sujet à} \quad \lambda_j > 0, \Delta_j > 0, \forall j \end{array} \right\}, \quad (3)$$

où  $\tau > 0$  est un multiplicateur de Lagrange et

$$\phi_\tau(\{\lambda_j\}, \{\Delta_j\}) = D(\{\lambda_j\}, \{\Delta_j\}) + \tau (R(\{\lambda_j\}, \{\Delta_j\}) - R_c).$$

Nous utilisons l'EQM comme critère de distorsion globale. Nous avons :

$$D(\{\lambda_j\}, \{\Delta_j\}) = \frac{1}{N} E(\|X - \hat{X}\|^2), \quad (4)$$

où  $X$  et  $\hat{X}$  représentent les variables aléatoires associées à  $x$  et  $\hat{x}$ . En utilisant la propriété d'orthogonalité des sous-bandes d'une transformée en ondelettes, nous pouvons écrire (4) comme

$$\begin{aligned} D(\{\lambda_j\}, \{\Delta_j\}) &= \frac{1}{N} \sum_j \pi_j E(\|W_{x,j} - W_{\hat{x},j}\|^2) \\ &= \frac{1}{N} \sum_j \pi_j E(\|W_{x,j}\|^2) - 2\pi_j E(W_{x,j}W_{\hat{x},j}) + \pi_j E(\|W_{\hat{x},j}\|^2) \end{aligned}$$

où  $\pi_j$  sont des coefficients de pondération permettant de considérer également des transformées en ondelettes biorthogonales [9]. La principale difficulté ici vient de la présence du terme  $E(W_{x,j}W_{\hat{x},j})$  qui est difficile à calculer. La méthode que nous proposons repose sur l'hypothèse que le bruit instrument  $z$  permet de décorréler les  $m$ -moments de l'image source  $x$  des  $n$ -moments d'un terme d'erreur "globale" (définie comme la somme du bruit instrument et du bruit de codage)  $\epsilon$ , soit :

$$E(W_{x,j}^m W_{\epsilon,j}^n) = E(W_{x,j}^m) E(W_{\epsilon,j}^n), \quad \forall m > 0, n > 0. \quad (5)$$

Cette hypothèse peut se vérifier en se basant sur le fait que le couple bruit-quantification peut être vue comme un système de dithering non-soustractif où le bruit instrument agit comme un bruit de dither. Comme mentionné dans [8], un tel schéma permet de décorréler les moments de l'erreur globale des moments du signal source si le bruit de dither s'exprime comme la somme de bruits uniformes. L'idée ici est de tirer partie de la présence du bruit instrument Gaussien  $z$  en le considérant comme une somme infinie de bruits uniformes. En utilisant [7], nous pouvons affirmer que cette hypothèse de dithering est valide si l'écart-type  $\sigma_z$  du bruit instrument vérifie :

$$\sigma_{w_{z,j}} > \frac{\Delta_j}{2}, \quad \forall j. \quad (6)$$

Soit  $w_{b,j}$  le bruit de quantification, nous avons

$$w_{\hat{y},j} = w_{y,j} + w_{b,j} = w_{x,j} + w_{\epsilon,j}, \quad (7)$$

où  $w_{\epsilon,j} = w_{z,j} + w_{b,j}$  désigne le terme d'erreur globale. A partir de (2) et (7), nous pouvons écrire l'image restaurée finale en fonction de l'image source et de l'erreur globale

$$w_{\hat{x},j} = \frac{w_{x,j}}{1 + \lambda_j} + \frac{w_{\epsilon,j}}{1 + \lambda_j}. \quad (8)$$

En utilisant (5) et certains résultats de [8], nous obtenons

$$\begin{aligned} D(\{\lambda_j\}, \{\Delta_j\}) &= \sum_j \frac{\pi_j a_j \lambda_j^2}{(1 + \lambda_j)^2} \sigma_{w_{x,j}}^2 + \frac{\pi_j a_j}{(1 + \lambda_j)^2} \sigma_{w_{z,j}}^2 \\ &\quad + \frac{\pi_j a_j}{(1 + \lambda_j)^2} \frac{\Delta_j^2}{12}, \end{aligned} \quad (9)$$

où  $a_j = N_j/N$  est le poids de la sous-bande  $j$  dans toute l'image. La seconde partie du problème (3) nécessite l'expression du débit global  $R$ . Ce débit peut être exprimé comme la somme pondérée des débits  $R_j$  (estimés par entropie) dans chaque sous-bande

$$R(\{\lambda_j\}, \{\Delta_j\}) = \sum_j a_j R_j(\Delta_j). \quad (10)$$

Le problème d'optimisation global consiste donc à résoudre (3) où

$$\phi_\tau(\{\lambda_j\}, \{\Delta_j\}) = \sum_j \frac{\pi_j a_j \lambda_j^2}{(1 + \lambda_j)^2} \sigma_{w_{x,j}}^2 + \frac{\pi_j a_j}{(1 + \lambda_j)^2} \sigma_{w_{z,j}}^2 + \frac{\pi_j a_j \Delta_j^2}{12(1 + \lambda_j)^2} + \tau \left( \sum_j a_j R_j(\Delta_j) - R_c \right).$$

Nous détaillons dans la partie suivante l'algorithme permettant de résoudre ce problème d'optimisation.

### 3.2 Allocation débit-distorsion

Nous pouvons montrer que le problème d'optimisation (3) admet une unique solution [10] et nous proposons un algorithme numérique pour trouver cette solution. Cet algorithme est basé sur la résolution des conditions d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) du problème (3). Ces conditions permettent de mettre en évidence que la solution  $(\{\lambda_j^*\}, \{\Delta_j^*\}, \tau^*)$  du problème (3) vérifie

$$\lambda_j^* = \frac{\sigma_{w_{z,j}}^2}{\sigma_{w_{x,j}}^2} + \frac{\Delta_j^{*2}}{12\sigma_{w_{x,j}}^2}. \quad (11)$$

$$\frac{\pi_j \Delta_j^*}{6(1 + \lambda_j)^2} + \tau^* \frac{\partial R_j}{\partial \Delta_j}(\Delta_j^*) = 0. \quad (12)$$

$$\sum_j a_j R_j(\Delta_j^*) = R_c \quad (13)$$

où le calcul de  $\frac{\partial R_j}{\partial \Delta_j}(\Delta_j)$  est détaillé dans [10]. Comme on le remarque sur les équations (11), (12) et (13), les paramètres optimaux  $\{\Delta_j^*\}$  et  $\tau^*$  ne se calculent pas analytiquement. Cependant, comme indiqué dans [10], n'importe quel algorithme de recherche du zéro d'une fonction peut être utilisé pour ce calcul. Pour nos simulations, nous utiliserons un algorithme de recherche dichotomique. Par manque de place, nous renvoyons le lecteur intéressé à [10] pour une présentation détaillée de l'algorithme et de son implémentation.

## 4 Résultats

Nous avons simulé l'algorithme d'optimisation jointe proposé en comparaison de la technique d'optimisation disjointe qui consiste à choisir les pas de quantification et les paramètres de régularisation tels que l'erreur de codage et l'erreur de restauration soient minimisées indépendamment. Nous avons dans un premier temps réalisé cette optimisation disjointe empiriquement sur le critère d'origine (4) puis nous avons inséré les paramètres obtenus dans l'estimation (9) du critère d'origine afin de vérifier la validité du critère estimé. Nous avons ensuite comparé ces courbes débit-distorsion d'optimisation disjointe avec celle obtenue par l'algorithme d'optimisation jointe (voir section 3) du critère estimé (9). Cette comparaison est donnée Fig. 3 pour l'image *Cannes 1*, Fig. 4 pour l'image *Cannes 2*, les images de référence étant données Fig. 2.

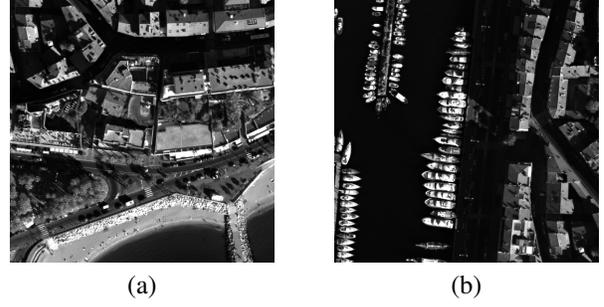


FIGURE 2 – Images satellite de référence : (a) est l'image *Cannes 1* et (b) est l'image *Cannes 2*. Chaque image possède une taille de  $512 \times 512$  pixels avec une résolution de 30 cm.

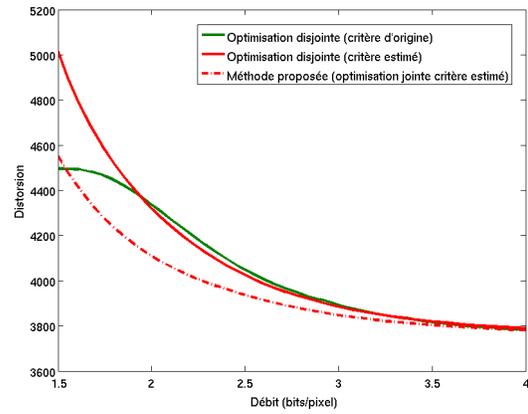


FIGURE 3 – Comparaison de l'optimisation disjointe du critère d'origine (4) et son estimation (9) avec la courbe débit-distorsion de l'optimisation jointe du critère estimé (9) sur l'image *Cannes 1*,  $\sigma_z = 100$ .

On remarque que l'estimation proposée de la distorsion globale est valide pour des débits moyens et forts. Ce résultat est parfaitement attendu puisqu'à bas débits, les pas de quantification augmentent et la condition (6) n'est plus respectée, ce qui rend invalide l'hypothèse de décorrélation. Néanmoins, lorsque l'estimation est valide, on remarque que l'optimisation jointe permet de fortement diminuer la distorsion globale à iso-débit ou le débit à iso-distorsion. A titre d'exemple, on peut vérifier sur la Fig. 3 que l'optimisation jointe permet d'atteindre à 1.62 bits/pixel la même distorsion que celle obtenue à 1.94 bits/pixel pour l'optimisation disjointe, économisant ainsi 15% du débit. D'un autre point de vue, une conclusion importante de ce travail est que l'optimisation jointe permet d'atteindre avec une optique de moins bonne qualité (c'est-à-dire donnant plus de bruit) la même distorsion à iso-débit que celle que l'on obtiendrait avec une optimisation disjointe. Ceci renforce l'idée que traiter la chaîne image dans sa globalité permet de relâcher des contraintes sur la conception des systèmes optiques. Des résultats visuels sont donnés Fig. 5. On peut remarquer que l'optimisation jointe permet d'améliorer significativement la

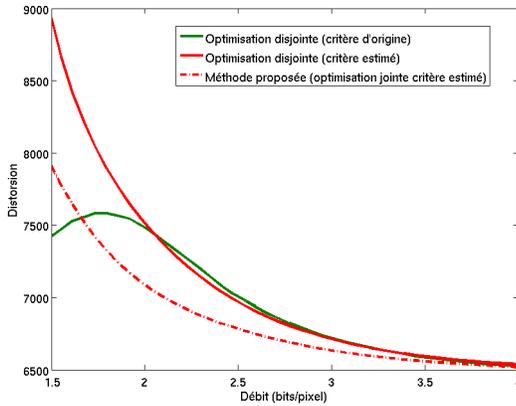


FIGURE 4 – Comparaison de l’optimisation disjointe du critère d’origine (4) et son estimation (9) avec la courbe débit-distorsion de l’optimisation jointe du critère estimé (9) sur l’image *Cannes 2*,  $\sigma_z = 100$ .

qualité de l’image restaurée en réduisant les artefacts de ringing. Ces résultats indiquent clairement que la technique qui consiste à optimiser séparément codage et débruitage est sous-optimal et qu’il est nécessaire d’aborder le problème de l’optimisation de la chaîne image dans sa globalité ; la méthode proposée est encourageante dans ce sens.

## 5 Conclusion

Dans ce travail, nous avons étudié le problème du codage-débruitage optimal d’une source bruitée. Nous avons proposé une méthode permettant, d’une part, d’estimer la distorsion globale en fonction des paramètres de codage et débruitage et, d’autre part, de minimiser cette distorsion afin de trouver la valeur optimale de ces paramètres. Nous avons montré des résultats sur des images satellite haute dynamique qui indiquent que la technique d’optimisation jointe proposée permet, par exemple, d’améliorer significativement la qualité de l’image finale à iso-débit, en comparaison de l’image obtenue par optimisation disjointe. Les futurs travaux seront concentrés sur l’amélioration de l’estimation pour des débits plus faibles et pour des algorithmes de restauration plus complexes prenant en compte le flou.

## Références

[1] S.-C.B. Lo, B. Krasner, S.K. Mun. Noise impact on error-free image compression. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 9(2) :202–206, 1990.

[2] E. Ayanoglu. On optimal quantization of noisy sources. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(6):1450–1452, 1990.

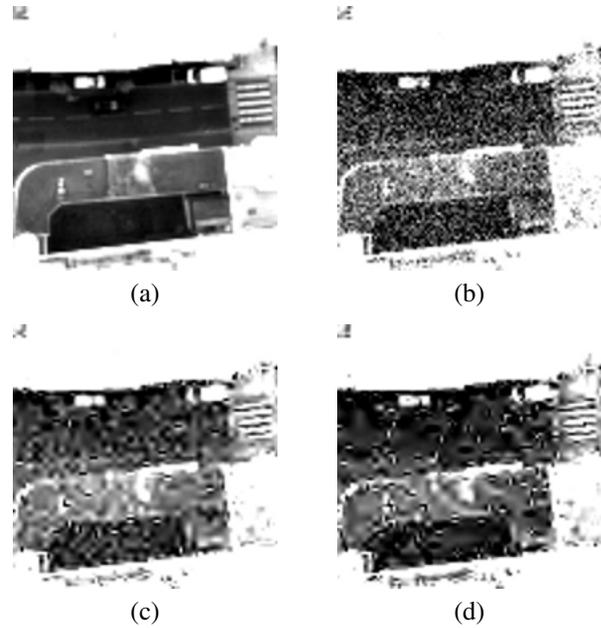


FIGURE 5 – Comparaison visuelle de l’optimisation jointe et disjointe. (a) est l’image de référence, (b) est l’image bruitée, (c) est l’image reconstruite par optimisation disjointe du critère d’origine (4) et (d) est l’image reconstruite par optimisation jointe du critère estimé (9). Le débit cible est de 2.5 bits/pixel. La dynamique de l’image a été étendue afin de faire apparaître les défauts de reconstruction.

[3] T.R. Fischer, J.D. Gibson, B. Koo. Estimation and noisy source coding. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 38(1) :23–34, 1990.

[4] O.K. Al-Shaykh, R.M. Mersereau. Lossy compression of noisy images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(12) :1641–1652, 1998.

[5] J. Wolf, J. Ziv. Transmission of noisy information to a noisy receiver with minimum distortion. *IEEE Transactions on Information Theory*, 16(4) :406–411, 1970.

[6] M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu, P. and I. Daubechies. Image coding using wavelet transform. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1(2) :205–220, 1992.

[7] J. Vanderkooy, S.P. Lipshitz. Dither in Digital Audio. *Journal of the Audio Engineering Society*, 35(12) :966–975, 1987.

[8] R.A. Wannamaker, S.P. Lipshitz, J. Vanderkooy, J.N. Wright. A theory of nonsubtractive dither. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 48(2) :499–516, 2000.

[9] B. Usevitch. Optimal bit allocation for biorthogonal wavelet coding. *Data Compression Conference*, 387–395, 1996.

[10] M. Carlván, L. Blanc-Féraud, M. Antonini, C. Thiebaut, C. Latry et Y. Bobichon. Joint coding-denoising optimization of noisy images. *Rapport de Recherche*, 2013.