

Allocation de ressources dans un réseau ad hoc sans fil basé sur l'ARQ hybride

Sébastien MARCILLE^{1,2}, Philippe CIBLAT¹, Christophe LE MARTRET²

¹Institut Mines-Télécom/Télécom ParisTech ; CNRS UMR LTCI
46 rue Barrault, 75013 Paris, France - Tél : +33 1 45 81 77 28 - Fax : +33 1 45 89 00 20

²Thales Communications
160 bd de Valmy, BP 82, F-92704 Colombes Cedex, France - Tél : +33 1 46 13 27 35 - Fax : +33 1 46 13 25 55
{sebastien.marcille, philippe.ciblat}@telecom-paristech.fr,
christophe.le_martret@fr.thalesgroup.com

Résumé – Nous nous intéressons à l'allocation de puissance et de bande dans des réseaux ad hoc sans fil utilisant les protocoles ARQ hybride (HARQ). En ne considérant que la connaissance statistique du canal à l'émetteur, nous posons un nouveau problème d'optimisation basé sur des métriques utiles en HARQ, de type, *throughput*. Nous montrons que le problème d'optimisation posé est convexe et nous le résolvons analytiquement via les conditions KKT. Une comparaison avec l'allocation obtenue via la capacité ergodique est également conduite.

Abstract – We address the bandwidth and power optimization issue for a wireless ad hoc network using Hybrid ARQ (HARQ). Assuming only statistical Channel Information at the Transmitter, we optimize the total power with respect to the individual bandwidth and power such that the user data rate corresponding to the throughput is greater than a pre-defined threshold. We show that this problem is convex and we solve it through the KKT conditions. We compare the proposed allocation to the optimal one obtained via the ergodic capacity.

1 Introduction

Nous considérons un réseau ad hoc sans fil admettant une mobilité forte. Comme application, on peut bien évidemment envisager la problématique de communications fiables sur des théâtres d'opération militaire ou de secours. Ainsi, nous supposons que plusieurs noeuds souhaitent communiquer entre eux. Afin de rendre le système robuste et plus efficace, les communications pair-à-pair sont autorisées et le réseau possède néanmoins un centre qui ne gèrera que l'allocation de ressources (et non le relaying de l'information comme dans un réseau cellulaire pour la station de base). Pour effectuer l'allocation de ressources, ce centre a besoin d'information sur les canaux de communication. Comme le centre n'est pas à l'extrémité de ces canaux pair-à-pair, la remontée de l'état des canaux de communication pair-à-pair est longue et induit l'obsolescence de l'information sur ces états. Par conséquent, le centre ne possède pas l'état instantané des canaux et donc nous empêche un développement d'allocation de ressources basée sur la connaissance des canaux aux émetteurs. Pour contourner le problème, nous considérons en revanche que le centre a une connaissance statistique des canaux. Ce type d'information étant beaucoup moins variable avec le temps, il est beaucoup plus facile de l'avoir disponible au niveau du centre sans engorger le réseau de signalisation et tout en la conservant fiable.

Avant d'aller plus loin, nous supposons que le système est basé sur une modulation OFDM afin d'éliminer l'interférence

entre symboles. Plus précisément, une technique OFDMA est employée pour éliminer aussi toute l'interférence multi-utilisateurs. Comme le centre et donc les émetteurs n'auront que la connaissance statistique des canaux, il convient de concevoir un système utilisant de la diversité pour absorber les fluctuations des canaux. Pour obtenir suffisamment de diversité, nous nous basons

- sur de la diversité fréquentielle via une technique de sauts de fréquence (de type *Frequency Hopping*)
- sur de la diversité temporelle via une technique d'HARQ (de Type I, pour simplifier) [1].

L'utilisation de l'HARQ rend le lien beaucoup plus fiable et nous permet donc d'introduire la notion de *throughput* qui correspond au débit atteint par le système considéré et ceci sans erreur de communication. Le but de ce papier consiste à trouver des algorithmes d'allocation de puissance et de bande par utilisateur minimisant la puissance totale avec des contraintes de *throughput* minimal par utilisateur. L'originalité du travail provient de l'utilisation de la métrique de *throughput* comme mesure de débit [2, 6–10] et dans la connaissance seulement statistique du canal.

Le papier admet le plan suivant : en Section 2, nous présentons mathématiquement le modèle de communication ainsi que le problème d'optimisation considéré. En Section 3, nous résolvons analytiquement le problème d'optimisation posé. En Section 4, nous abordons le problème du choix de la modulation et du codage. Enfin en Section 5, nous évaluons les perfor-

mances via des simulations numériques.

2 Problème d'optimisation

Soit $\mathbf{h}_k(i) = [h_k(i, 0), \dots, h_k(i, M-1)]^T$ la réponse impulsionnelle de longueur M du canal associé au lien k pour le symbole OFDM i , l'exposant $(\cdot)^T$ indiquant la transposition. Soit $\mathbf{H}_k(i) = [H_k(i, 0), \dots, H_k(i, N-1)]^T$ sa transformée de Fourier avec N le nombre de porteuses OFDM. Le signal reçu à la sous-porteuse n du symbole OFDM i pour l'utilisateur k s'écrit donc

$$Y_k(i, n) = H_k(i, n)X_k(i, n) + Z_k(i, n), \quad (1)$$

avec $X_k(i, n)$ le signal transmis par l'utilisateur k sur la sous-porteuse n du symbole OFDM i , et $Z_k(i, n)$ le bruit associé que nous supposons gaussien circulaire de moyenne nulle et de variance $\sigma_k^2 := N_0 W/N$ où N_0 représente la densité du bruit et W la bande totale. Nous supposons que chaque coefficient de chaque canal est indépendant avec des variances potentiellement différentes, c'est-à-dire, $\mathbf{h}_k(i) \sim \mathcal{CN}(0, \Sigma_k)$ avec $\Sigma_k = \text{diag}_{M \times M}(\varsigma_{k,m}^2)$ et $\mathcal{CN}(a, \Sigma)$ correspond à une loi gaussienne circulaire centrée et de matrice de covariance Σ . Ainsi nous avons $\mathbf{H}_k(i) \sim \mathcal{CN}(0, \varsigma_k^2 \mathbf{I}_N)$ avec $\varsigma_k^2 = \text{Tr}(\Sigma_k)$.

Soit $g_k(i, n) = |H_k(i, n)|^2/N_0$ le gain signal-à-bruit instantané de l'utilisateur k sur la sous-porteuse n du symbole OFDM i . Il admet une loi exponentielle de moyenne indépendante de n donnée par

$$G_k := \mathbb{E}[g_k(i, n)] = \frac{\varsigma_k^2}{N_0}. \quad (2)$$

Dans ce papier, nous supposons que le centre qui effectue l'allocation de ressources ne connaît que les termes G_k (c'est-à-dire, le gain moyen et non le gain instantané) pour tous les liens actifs au nombre de K . Comme G_k est indépendant de n , l'algorithme d'allocation de ressources ne distinguera pas les sous-porteuses entre elles mais attribuera seulement un nombre (autrement dit, une proportion) de sous-porteuses. Soit n_k ce nombre pour l'utilisateur k . La proportion de bande occupée par l'utilisateur k est donc égale à

$$\gamma_k = \frac{n_k}{N}$$

et notre *premier objectif* consiste à trouver la valeur optimale de ce terme pour chaque lien actif.

De plus, du fait de l'indépendance de G_k par rapport à n , il est naturel d'utiliser la même puissance $P_k = \mathbb{E}[|X_k(i, n)|^2]$ sur chaque sous-porteuse pour l'utilisateur k . Notre *deuxième objectif* sera donc d'optimiser l'énergie consommée par l'utilisateur k pour transmettre sa partie utilisée du symbole OFDM que nous noterons Q_k et qui peut s'écrire

$$Q_k = \frac{n_k P_k}{W}. \quad (3)$$

Concernant les performances du système, examinons d'abord la couche physique et donc la probabilité qu'un paquet non codé ou codé soit reçu avec des erreurs. En supposant que la

diversité apportée par la technique de sauts de fréquence soit suffisante par rapport aux codes correcteur d'erreur considérée, on pourra écrire la probabilité d'erreur paquet de l'utilisateur, notée π_k , de la manière suivante [3]

$$\pi_k(\text{SNR}) \approx \left(\frac{4}{d_h^2(m_k)} \right)^{d_f(R_k)} \frac{g_c(m_k, R_k)}{\text{SNR}^{d_f(R_k)}} \quad (4)$$

où $d_f(R_k)$ est la distance minimale (Hamming ou libre) du code de rendement R_k , $d_h(m_k)$ est la distance harmonique de la modulation employée et $g_c(m_k, R_k)$ est le gain de codage. De plus le rapport signal-à-bruit (SNR) est défini de la manière suivante pour l'utilisateur k

$$\text{SNR}_k = \frac{\varsigma_k^2 P_k}{\sigma_k^2} = G_k \frac{Q_k}{\gamma_k}. \quad (5)$$

Au niveau de la couche MAC, comme une technique HARQ de Type I est considérée, la métrique de performances la plus pertinente est le *throughput*, c'est-à-dire, le débit (sans erreur) que nous noterons ρ_k (en bits/s) et qui est égal à [1]

$$\rho_k = \gamma_k m_k R_k W (1 - \pi_k). \quad (6)$$

Notre objectif est de minimiser l'énergie totale pour émettre un symbole OFDM, égale à $Q_T = \sum_{k=1}^K Q_k$ avec un débit minimal (sans erreur) pour chaque utilisateur noté ρ_k^{target} . Pour simplifier, que la modulation (et donc m_k) et le codage (et donc R_k) ont été préfixés pour chaque utilisateur. Leur optimisation respective sera discutée dans la Section 4. Ainsi le papier va s'attarder maintenant à résoudre le problème suivant :

Problème 1. Soient $\vec{\gamma} = [\gamma_1, \dots, \gamma_K]^T$ et $\vec{Q} = [Q_1, \dots, Q_K]^T$. Le problème d'optimisation est le suivant

$$(\vec{\gamma}^*, \vec{Q}^*) = \arg \min_{(\vec{\gamma}, \vec{Q})} \sum_{k=1}^K Q_k \quad (7)$$

t.q.

$$(C1) \quad \rho_k(\gamma_k, Q_k) \geq \rho_k^{\text{target}}, \forall k,$$

$$(C2) \quad \sum_{k=1}^K \gamma_k \leq 1,$$

$$(C3) \quad \gamma_k \geq 0, Q_k \geq 0, \forall k.$$

3 Résolution du problème d'optimisation

Tout d'abord, nous pouvons montrer que le Problème 1 admet une solution si et seulement si

$$\sum_{k=1}^K \frac{\rho_k^{\text{target}}}{m_k R_k W} < 1. \quad (8)$$

De plus, si les fonctions π_k sont convexes par rapport au SNR (ce qui est le cas pour ceux satisfaisant l'Eq. (4)), nous pouvons alors montrer que la contrainte (C1) est convexe. Il est clair que les contraintes (C2) et (C3) sont linéaires et donc convexes. Par conséquent le Problème 1 est un problème d'optimisation convexe.

Pour obtenir un algorithme, nous allons considérer les fameuses conditions de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [4]. Pour y parvenir, nous allons d'abord supposer la propriété suivante **(P1)** : $\pi_k \in [0, 1]$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \pi_k(x) = 1$. Nous pouvons alors démontrer la proposition suivante.

Proposition 1. *Si **(P1)** est vérifiée, alors l'allocation optimale $(\vec{\gamma}^*, \vec{Q}^*)$ est donnée par*

$$Q_k^* = \frac{\gamma_k^*}{G_k} F^{-1}(\lambda^* G_k), \quad (9)$$

$$\gamma_k^* = \frac{\rho_k^{\text{target}}}{m_k R_k W (1 - \pi_k(F^{-1}(\lambda^* G_k)))} \quad (10)$$

avec $F : x \mapsto -(1 - \pi_k(x))/\pi_k'(x) - x$ et $\lambda^* > 0$ choisi tel que

$$\sum_{k=1}^K \frac{\rho_k^{\text{target}}}{m_k R_k W (1 - \pi_k(F^{-1}(\lambda^* G_k)))} = 1. \quad (11)$$

La propriété **(P1)** est naturellement vérifiée pour de vraies probabilités d'erreur paquet ou pour des probabilités d'erreur paquet empiriques. En revanche, elle ne l'est pas pour des expressions approchées telles celles disponible à l'Eq. (4) puisque $\pi_k(x)$ devient plus grand que 1 quand x devient petit. Techniquement cela induit que $F^{-1}(0) < 0$ alors que dans la preuve de la Proposition 1 (non présentée ici faute de place) nous avons besoin que $F^{-1}(0) = 0$. Ce point technique peut être contourné aisément en remarquant qu'il existe un point $x_0 > 0$ tel que $\pi_k(x_0) = 1$ et ensuite qu'il existe un autre point $x_1 > x_0$ tel que $F^{-1}(0) = x_1$. Alors deux configurations peuvent se produire

- i) Si $\sum_{k=1}^K \frac{\rho_k^{\text{target}}}{m_k R_k W (1 - \pi_k(x_1))} < 1$, alors la contrainte (C2) est toujours inactive ce qui implique que $\lambda^* = 0$ (car λ est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte (C2)) et que la Proposition 1 peut être appliquée en considérant seulement les Eqs. (9)-(10) et donc en éliminant l'Eq. (11).
- ii) Si $\sum_{k=1}^K \frac{\rho_k^{\text{target}}}{m_k R_k W (1 - \pi_k(x_1))} > 1$, alors $\lambda = 0$ ne peut être une valeur possible du multiplicateur de Lagrangian puisque la contrainte (C2) n'est pas encore satisfaite et donc nous devons augmenter λ jusqu'à ce que l'Eq. (11) soit satisfaite.

Remarquer que quand π_k vérifie la propriété **(P1)**, alors $x_0 = x_1 = 0$ et la configuration i) ne se produit jamais.

4 Optimisation de la modulation et du codage

L'algorithme relié au Théorème 1 conduit bien à une minimisation de la puissance totale du cluster lorsque la taille de la constellation et le rendement du code sont donnés. Maintenant, nous allons nous focaliser sur leur sélection.

Problème 2. *Soient $\mathbf{m} = [m_1, \dots, m_K]$ et $\mathbf{R} = [R_1, \dots, R_K]$. Etant donné (\mathbf{m}, \mathbf{R}) , le Théorème 1 fournit la puissance totale*

minimale

$$Q_T^*(\mathbf{m}, \mathbf{R}) = \sum_{k=1}^K \frac{F_k^{-1}(\lambda^* G_k) \rho_k^{\text{target}}}{m_k R_k G_k W (1 - \pi_k(F_k^{-1}(\lambda^* G_k)))}. \quad (12)$$

Ensuite, le problème de la sélection de schéma de modulation et codage (SMC) se réduit à

$$(\mathbf{m}^*, \mathbf{R}^*) = \arg \inf_{(\mathbf{m}, \mathbf{R}) \in \mathcal{M}^K \times \mathcal{R}^K} Q_T^*(\mathbf{m}, \mathbf{R}). \quad (13)$$

Le choix optimal des constellation/codage est un problème combinatoire et ne peut être résolu de manière exhaustive en raison de la complexité. Nous proposons ci-dessous une solution sous-optimale inspirée de [2]. En raison du manque de place, nous décrivons (sans la justifier) la méthode proposée. Les tailles des constellations et les rendements des codes sont donnés respectivement par $\mathcal{M} = \{m_1, \dots, m_{|\mathcal{M}|}\}$ avec $m_1 < \dots < m_{|\mathcal{M}|}$, et $\mathcal{R} = \{R_1, \dots, R_{|\mathcal{R}|}\}$ avec $R_1 < \dots < R_{|\mathcal{R}|}$, où $|A|$ désigne la cardinalité de l'ensemble A . Soit $\mathbf{m}^{(0)} = [m_{i_1}^{(0)}, \dots, m_{i_K}^{(0)}] \in \mathcal{M}^K$ tel que $\forall k, m_{i_k}^{(0)} = m_1$, et $\mathbf{R}^{(0)} = [R_{i_1}^{(0)}, \dots, R_{i_K}^{(0)}] \in \mathcal{R}^K$ tel que $\forall k, R_{i_k}^{(0)} = R_1$. L'algorithme, appelé "Greedy Adaptation" est décrit de la manière suivante : Posons $Q_T^* = \infty$ et $(\mathbf{m}, \mathbf{R}) = (\mathbf{m}^{(0)}, \mathbf{R}^{(0)})$

1. for $k = 1$ **to** K **do**

soit $\mathbf{m}^{(k)} \in \mathcal{M}^K$ avec $m_{i_k} \leftarrow m_{i_{k+1}}$ et $\mathbf{R}^{(k)} \in \mathcal{R}^K$ où $R_{i_k} \leftarrow R_{i_{k+1}}$. Calculer $Q_T^*(\mathbf{m}^{(k)}, \mathbf{R})$, $Q_T^*(\mathbf{m}, \mathbf{R}^{(k)})$, et $Q_T^*(\mathbf{m}^{(k)}, \mathbf{R}^{(k)})$ selon l'Eq. (12). Ensuite sélectionner le SMC minimisant $Q_T^*(\dots)$. La puissance associée sera notée $Q_T^{(k)}$.

end

2. Sélectionner $k^* = \arg \inf_k Q_T^{(k)}$.

3. if $Q_T^* > Q_T^{(k^*)}$ **ou** Eq. (8) **non vérifiée** **then**

$Q_T^* \leftarrow Q_T^{(k^*)}$, $\mathbf{m} \leftarrow \mathbf{m}^{(k^*)}$, et $\mathbf{R} \leftarrow \mathbf{R}^{(k^*)}$ et revenir à l'étape **1**.

else

1. Sortir.

5 Résultats numériques

Nous avons considéré $K = 2$ liens avec un SNR moyen respectivement de 10 dB et 30 dB. La requête en débit (sans erreur) est choisie identique pour les deux utilisateurs. Ainsi l'efficacité spectrale totale du système est égale à $\eta := 2\rho_k^{\text{target}}/W$ (bit/s/Hz). Le code correcteur d'erreur est un code convolutif de rendement $R_k = 1/2$ et de longueur 512. La modulation est choisie de telle sorte à vérifier la contrainte de faisabilité donnée par l'Eq. (8). Ainsi m_k sera le nombre parmi ceux possibles le plus proche supérieurement de $\lceil 2\eta \rceil$. Nous avons considéré ici la BSPK, la QPSK, la 16-QAM et la 64-QAM.

Sur la Fig. 1, nous traçons la consommation énergétique Q_T en fonction de η pour l'algorithme décrit et pour l'algorithme décrit dans [5] et basé sur une métrique de débit égale à la ca-

capacité ergodique. Évidemment la courbe associée à la capacité ergodique est une borne inférieure.

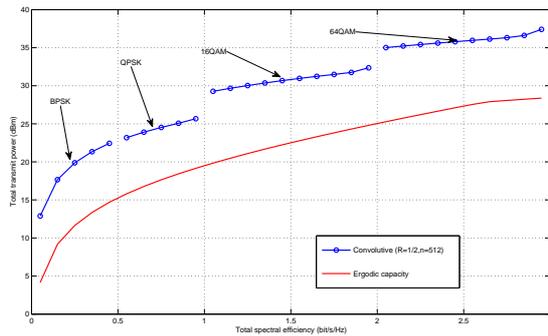


FIGURE 1 – Q_T en fonction de η .

Examinons maintenant l'influence de la sélection du SMC. Sur la Fig. 2, nous traçons Q_T en fonction du débit cumulé ($2\rho_k^{\text{target}}$) quand on combine l'algorithme d'allocation de puissance et de bande optimale i) avec une recherche exhaustive du meilleur SMC associé au Problème 2, ii) avec l'algorithme proposé de sélection de SMC ou iii) avec la taille de modulation seulement adapté au débit cumulé comme sur la Fig. 1. L'algorithme de recherche exhaustive et notre algorithme simplifié offre presque les mêmes performances. La sélection de SMC seulement basée sur les contraintes en débit en revanche livre de piètres performances notamment quand l'efficacité devient trop proche de la valeur d'un élément de \mathcal{M} . Ainsi les pics autour de 1, 2, 4 and 6 Mbits/s sont expliqués par l'Eq. (8). En fait, ce travail montre aussi que le SMC doit être changé bien avant d'être proche d'un élément de \mathcal{M} .

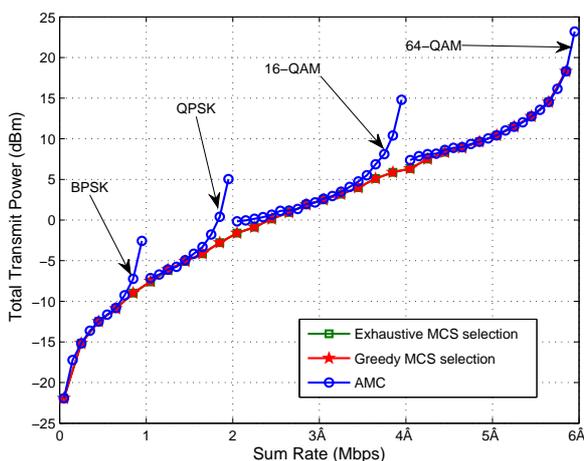


FIGURE 2 – Q_T (en dBm) en fonction de $K\rho^{\text{target}}$ (en Mbits/s).

Références

- [1] S. Lin and D. Costello, *Error Control Coding : Fundamentals and Applications*. Prentice-Hall, 2004.
- [2] B. Devillers, J. Louveaux, and L. Vandendorpe, "Bit and power allocation for goodput optimization in coded parallel subchannels with ARQ," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 8, pp. 3652–3661, Aug. 2008.
- [3] G. Caire, G. Taricco, and E. Biglieri, "Bit-interleaved coded modulation," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 44, no. 3, pp. 927–946, May 1998.
- [4] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, 7th ed. Cambridge University Press, 2004.
- [5] S. Gault, W. Hachem, and P. Ciblat, "Performance of OFDMA on Rayleigh fading channels in a multi-cell environment," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 55, no. 4, pp. 740–751, Apr. 2007.
- [6] J. Escudero-Garzas, B. Devillers, L. Vandendorpe, and A. Garcia-Armada, "Subchannel, bit and power allocation in multiuser OFDM systems for goodput optimization with fairness," in *WPMC*, 2009.
- [7] Z. K. Ho, V. K. Lau, and R. S. Cheng, "Cross-layer design of FDD-OFDM systems based on ACK/NAK feedbacks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 55, no. 10, pp. 4568–4584, Oct. 2009.
- [8] M. Biagi and V. Polli, "Iterative multiuser resource allocation for inhome power line communications," in *ISPLC*. IEEE, 2011.
- [9] D. Barbieri and D. Tuninetti, "On repetition protocols and power control for multiple access block-fading channels," in *ICC*. IEEE, 2011.
- [10] W. Su, S. Lee, D. A. Pados, and J. D. Matyjas, "Optimal power assignment for minimizing the average total transmission power in Hybrid-ARQ Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 59, no. 7, pp. 1867–1877, Jul. 2011.