

# Une nouvelle méthode de détection de contours basée sur une régression locale de surface

Rémi SLYSZ, Rémi COGRANNE, Laurence MOREAU, Houman BOROUCAKI

Université de Technologie de Troyes (UTT) - ICD - UMR STMR CNRS  
12, rue Marie Curie - CS 42060 - 10004 Troyes cedex - France

{ remi.slysz ; remi.cogranne ; laurence.moreau ; houman.borouchaki }@utt.fr

**Résumé** – Ce papier présente un nouveau détecteur de contour. Un modèle paramétrique local considérant le contenu des images comme une surface parcimonieuse est proposé. Il est ensuite montré combien le modèle proposé est sensible aux discontinuités, ce qui correspond aux contours présents dans l’image. Le détecteur de contours en découlant est ensuite comparé numériquement à d’autres détecteurs.

**Abstract** – In this paper we present a new methodology for edge detection in digital images. The first originality of the proposed method is to consider the image content as a sparse surface. Then, an original parametric local model of this surface representing the image content is proposed. The few parameters involved in the proposed model are shown to be very sensitive to discontinuities in surfaces which corresponds to edges in the image content. This naturally leads to the design of an efficient edge detector. Numerical results are presented to confirm efficiency of the proposed method through a comparative study with other edge detectors.

## 1 Introduction

La détection de contours consiste à localiser les changements abruptes d’intensité des pixels, usuellement associés à des discontinuités dans une image. C’est un des problèmes fondamentaux du traitement d’images qui a été largement étudié car il trouve son intérêt dans de nombreuses applications : compression, reconnaissance de formes ou extraction de caractéristiques par exemple. Pour une introduction détaillée sur le sujet, le lecteur est renvoyé vers [7, chap.5].

Bien qu’une revue exhaustive des méthodes de détection de contours soit difficile, elles peuvent être regroupées en plusieurs classes : celles de filtrage passe-haut telles que les détecteurs de Prewitt, Sobel et Canny [1], celles reposant sur une analyse multi-échelle développées avec la théorie des ondelettes [11, 12], celles variationnelles [2] (efficace mais avec un coût calculatoire important), celles basées sur le filtrage non-linéaire telles que le filtre médian -et plus récemment [8]- et celles basées sur des approximations parcimonieuses par dictionnaire redondant [9].

La méthode ici proposée repose sur le fait qu’une image peut localement être considérée comme une surface paramétrique. La paramétrisation choisie ici est celle d’un polynôme bi-varié. La principale originalité de cette approche est que la méthode de détection de contours reste implémentée par un filtre linéaire, mais sans aucun a priori sur la forme ou l’orientation des contours recherchés contrairement aux méthodes usuelles. Les résultats numériques

présentés montrent la robustesse au bruit et au flou de la méthodologie proposée comparativement à l’état de l’art.

## 2 Modèle d’image sous-jacent

Le modèle d’image sur lequel repose la méthodologie proposée est inspiré de [10, 3, 4] : une scène est supposée constituée de  $N_O$  objets associés à des domaines  $\mathcal{D}_i$ ,  $i = \{1, \dots, N_O\}$ ; ici les domaines  $\{\mathcal{D}_i\}$  forment une partition finie du domaine image  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2$ . Les propriétés d’émission de la lumière autorisent à supposer que l’intensité lumineuse émise varie peu et de façon continue au sein des domaines  $\mathcal{D}_i$ . Soit  $S_i$  la fonction continue représentant la radiance de la scène sur  $\mathcal{D}_i$  et soit  $\mathbb{1}_A$  la fonction indicatrice de l’ensemble  $A \subset \mathbb{R}^2$ . La radiance  $S$  de la scène peut s’écrire :

$$S(x, y) = \sum_{i=1}^{N_O} S_i(x, y) \mathbb{1}_{\mathcal{D}_i}(x, y) \quad (1)$$

Lors de la prise d’une photographie, la scène est soumise à des dégradations déterministes dues au système d’imagerie [5]. Elles peuvent être modélisées par une convolution avec un noyau  $h(\cdot)$ . En notant  $*$  le produit de convolution bi-dimensionnel, l’intensité lumineuse incidente sur le photo-détecteur est  $I(x, y) = S * h$ .

En utilisant le modèle [10] de la scène, voir équation (1), l’intensité  $S(x, y)$  émise par la scène peut localement être représentée dans un voisinage  $\mathcal{V}_{x_0, y_0}$  de  $(x_0, y_0) \in \mathcal{D}$ , point

situé entre les domaines  $\mathcal{X}_i$  et  $\mathcal{X}_j$ , par :

$$\forall(x, y) \in \mathcal{V}_{x_0, y_0}, S(x, y) = S_c(x, y) + S_d(x, y) \quad (2)$$

avec  $S_c$  une fonction continue et  $S_d(x, y)$  une fonction échelon de Heaviside représentée par :  $S_d(x, y) = d(x, y)\mathbb{1}_{(x, y) \in \mathcal{D}_j}$  où  $d(x, y)$  représente l'intensité locale de la discontinuité. Enfin, la linéarité du produit de convolution permet, à partir de la relation (2), d'écrire l'intensité incidente sur le photo-détecteur dans le voisinage  $\mathcal{V}_{x_0, y_0}$  comme suit :

$$\forall(x, y) \in \mathcal{V}_{x_0, y_0}, I(x, y) = I_c(x, y) + I_d(x, y) \quad (3)$$

où  $I_c = S_c * h$  et  $I_d = S_d * h$  correspondent respectivement aux composantes continue et singulière de la scène.

### 3 Régression polynomiale locale et détection de contours

La méthode proposée est basée sur un développement en série de Taylor de l'intensité de l'image autour d'un point  $(x_0, y_0)$ . Cela correspond donc à effectuer une régression linéaire de l'intensité des pixels sur une base de polynôme bi-variée. Les coefficients obtenus sont utilisés afin de concevoir un détecteur de contour sans à priori sur la forme ou l'orientation des discontinuités recherchées. Il est couramment considéré que les gradients de grande intensité (impliquant des valeurs absolues importantes dans les coefficients) sont associés à des régions contenant une discontinuité.

Le modèle régressif proposé peut s'écrire de la façon suivante : un ensemble de  $N \times N$  pixels autour du point de coordonnées  $(x_0, y_0)$  est extrait et mis sous la forme d'un vecteur colonne noté  $V$  (parcours lexicographique). Le modèle paramétrique polynomial étant linéaire, la recherche des coefficients au sens des moindres carrés (ou du maximum de vraisemblance en supposant le bruit additif blanc Gaussien) peut s'écrire pour un polynôme bi-varié de degré  $K$  :

$$C_K = \arg \min_{C \in \mathbb{R}^p} \|A_K C - V\|_2^2 \quad (4)$$

avec  $p = K + \binom{K+1}{2}$  le nombre de paramètres,  $A_K$  la matrice de taille  $N^2 \times p$  représentant le modèle polynomial ( $A_K C_K = B$ ),  $C_K$  la solution obtenue des coefficients de régression. La matrice  $A_K$  étant plein rang colonne, la résolution de l'équation (4), qui correspond au résultat du théorème de Gauss-Markov, est donnée par :  $C_K = (A_K^T A_K)^{-1} A_K^T V$ .

Comme expliqué précédemment, les coefficients  $(c_0, \dots, c_p) = C_K$  de la régression de Taylor sont un bon indicateur de la présence d'un contour. La forme et l'orientation d'un contour donne une certaine combinaison de ces coefficients. Notons toutefois que le coefficient  $c_0$  est inutile car il représente l'influence de la partie continue  $I_c$  dans l'équation (3).

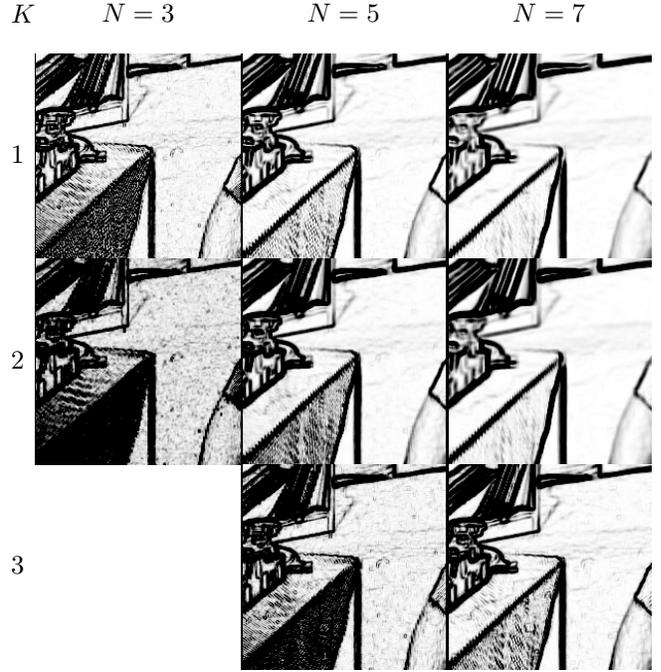


FIGURE 1 – Carte des contours résultante de l'image *Barbera*. Les lignes correspondent à l'ordre de regression et les colonnes à la surface du voisinage considéré. Les normes les plus élevés sont ici montrées en noir.

Afin d'obtenir une carte des contours, la norme euclidienne des coefficients  $c_i$  avec  $0 < i \leq p$  est calculée. Dans le cas d'image couleur, il est possible de calculer cette norme sur le vecteur formé des coefficients de chaque canal couleur concaténé (sans  $c_0$ ) ou de travailler chaque canal séparément. Le résultat peut être facilement segmenté par seuillage.

Utiliser une taille ( $N$ ) importante pour la fenêtre locale tend à retirer les hautes fréquences de variation lors de la détection. Ceci est dû à la moyenne implicitement effectuée par la méthode de résolution des moindres carrés dans l'équation (4). Il est possible d'utiliser ceci afin d'écartier des contours dus à une zone texturée lors de la détection.

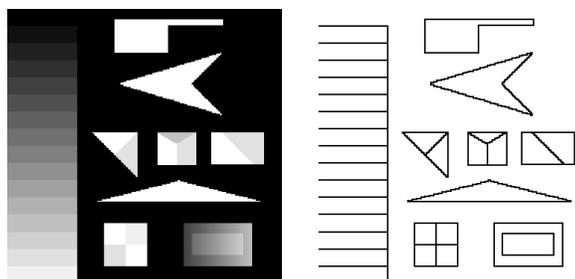
Augmenter  $K$  permet de détecter plus de détails puisque la surface d'ordre  $K$  sera plus en adéquation avec le voisinage considéré. Il faut noter que ces deux paramètres ne sont pas liés. Il est donc possible de retirer bruit ou texture en augmentant  $N$  tout en ayant des contours plus précis grâce à un  $K$  plus grand. En pratique, et afin de ne pas tester toutes les possibilités, les paramètres  $K = 2$  et  $N = 5$

-qui donnent des résultats généralement satisfaisant- pourront être utilisés, Fig 1. Dans le cas d'une image contenant des textures à hautes fréquences, il est préférable d'avoir une valeur de  $N$  supérieur à  $2 * K + 1$  pour limiter la sur-détection.

Pour l'implémentation, la matrice  $A_K^T A_K$  étant généralement mal conditionnée, il convient de l'inverser par décomposition QR. Il est inutile de recalculer cette inversion à chaque étape étant donnée que la matrice  $H = (A_K^T A_K)^{-1} A_K^T$  est constante. Le coût calculatoire d'une recherche de contour par la méthode proposée correspond donc au coût fixe du calcul de  $H$  auquel il faut ajouter le coût d'une convolution et enfin le coût du calcul d'une norme en chaque pixels afin d'interpréter les coefficients obtenus. S'il est clair que le coût est donc plus élevé que pour les opérateurs basés uniquement sur une convolution, le coût reste cependant linéaire en fonction de la taille de l'image. De plus, il n'est pas nécessaire de calculer la racine dans le calcul de la norme afin d'accélérer le calcul.

Le choix du seuil qui a été retenu empiriquement comme donnant des résultats probant est d'environ 75 pour une valeur de norme au carré.

## 4 Résultats numériques et comparaison avec l'état de l'art



(a) Image de test utilisée lors de l'évaluation. (b) Vérité terrain correspondante.

FIGURE 2 – Image utilisé pour comparer les performances des détecteurs

Une comparaison numérique de la robustesse du détecteur de contour proposé avec d'autres détecteurs de la littérature a été réalisée. Au vu du nombre important de détecteurs existant, seuls certains détecteurs très connus tel que le détecteur de Canny [1] et le détecteur par Laplacien de Gaussienne (LoG) [6] ont été utilisés. La méthode la plus récente basée sur du filtrage non-linéaire [8] a aussi été utilisée en tant qu'un des détecteurs les plus aboutis. Cette comparaison se fait en présence des deux dégradations d'image les plus courantes à savoir le bruit et le flou gaussien. Une image test dont les contours sont connus a subi deux dégradations. La première est un flou gaussien suivi d'un bruit gaussien d'écart-type  $\sigma = 4$ . La seconde

est uniquement un bruit gaussien. Les résultats exposés sont calculés lors d'une simulation de Monte-Carlo avec pour chaque algorithme 100 échantillons. Le seuil de détection établi pour cette comparaison est tel que le nombre total de pixels étiquetés contour correspond au nombre exact de pixels correspondant réellement à un contour sur la vérité terrain. Le nombre de détection ratée (faux négatif)  $P_{FN}$  est mesuré en pourcentage. On procède de même pour le nombre de faux positifs  $P_{FP}$ . Les résultats obtenus attestent de la robustesse de la méthode proposée, voir Table 1.

La méthode est robuste contre le flou, voir Table 1 partie gauche. Même si le détecteur est moins sensible à cause de l'étalement de la discontinuité, le gradient le plus élevé correspond toujours à la position du contour avant le processus.

Un calcul direct des coefficients par la méthode des moindres carrés montre que leur écart-type est de l'ordre de  $O(\frac{\sigma}{N})$  avec  $\sigma$  l'écart-type du bruit. Un grand  $N$  permet donc de pallier l'effet du bruit gaussien, voir Table 1 partie droite.

Finalement, une comparaison visuelle confirmant les résultats numériques est proposée, voir Figure 3.

## 5 Conclusions

Ce papier présente un détecteur de contour original basé sur une modélisation locale de la scène et du système imageur. Aucun a priori n'est supposé sur la forme ou l'orientation des contours recherchés. De plus, la méthode proposée offre une large possibilité de paramétrage permettant la détection grossière des contours principaux ou précise des contours de faible intensité, le tout avec un coût calculatoire demeurant réduit. Enfin, les résultats présentés attestent de la robustesse du détecteur par rapport à la présence de bruit blanc ou d'un processus de flou.

## Références

- [1] J. Canny. A computational approach to edge detection. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, PAMI-8(6) :679–698, nov. 1986.
- [2] F. Catté, P. L. Lions, J. M. Morel, and T. Coll. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 29 :182–193 & 845–866, Feb. 1992.
- [3] R. Cogranne and F. Reira. Statistical detection of defects in radiographic images using an adaptive parametric model. submitted to *Signal Processing*, 2013.
- [4] R. Cogranne, C. Zitzmann, L. Fillatre, I. Nikiforov, F. Reira, and P. Cornu. A cover image model for

Rayon du flou $r$ / écart-type du bruit $\sigma$	$r = 2$	$r = 4$	$r = 7$	$r = 10$	$\sigma = 3$	$\sigma = 6$	$\sigma = 10$
PSNR	21.52	18.83	16.41	14.81	40.37	34.36	29.96
Détecteurs	$P_{FN}$				$P_{FP}$		
Détecteur de Canny [1]	60.81%	70.79%	<b>86.37%</b>	<b>89.04%</b>	0.142%	1.254%	11.62%
Laplacien de Gaussienne [6]	<b>64.91%</b>	<b>77.06%</b>	80.35%	84.02%	<b>3.758%</b>	14.64%	35.18%
Filtrage NL [8]	43.65%	56.86%	74.78%	81.05%	0.958%	<b>35.43%</b>	<b>82.47%</b>
Détecteur proposé $\alpha : 3 \times 3, K = 2$	<b>21.39%</b>	<b>46.42%</b>	<b>58.61%</b>	68.88%	0.143%	0.885%	13.52%
Détecteur proposé $\beta : 5 \times 5, K = 2$	28.44%	46.46%	58.76%	<b>65.12%</b>	<b>0.056%</b>	<b>0.105%</b>	<b>1.958%</b>

TABLE 1 – Comparaison numérique de la robustesse contre le flou et le bruit gaussien.

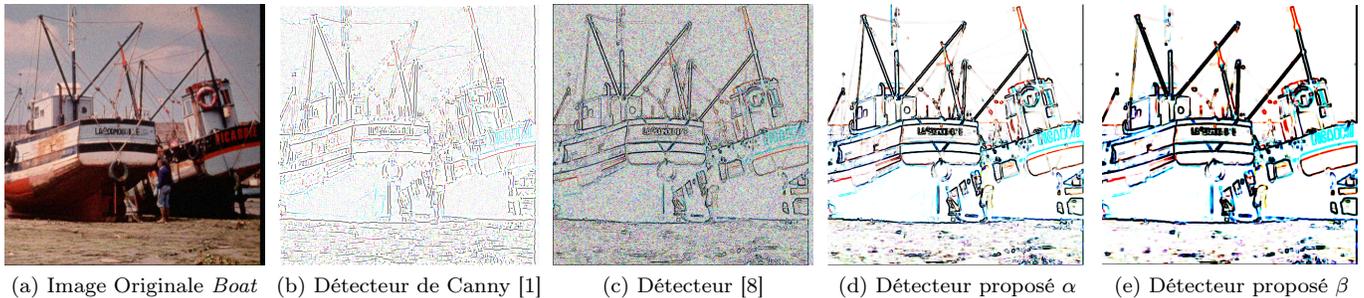


FIGURE 3 – Comparaison des résultats de détecteurs de contours pour l'image *Boat* avec ajout de bruit blanc Gaussien.

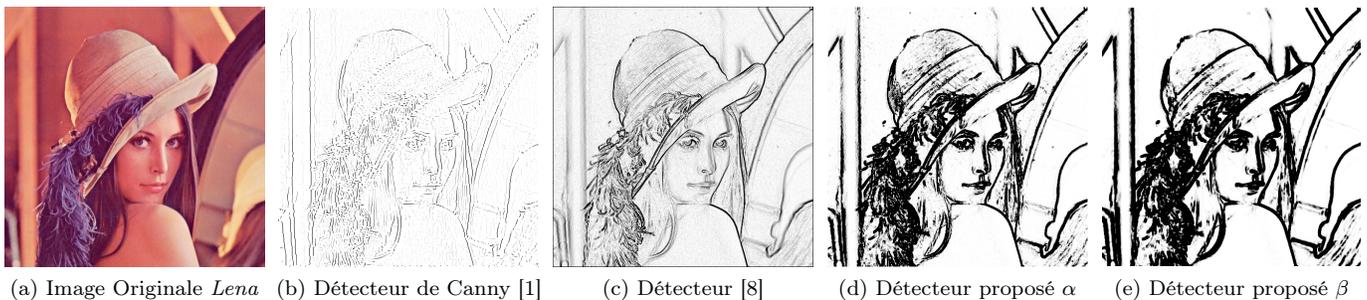


FIGURE 4 – Comparaison des résultats de détecteurs de contours pour l'image *Lena* avec ajout de bruit blanc Gaussien.

- reliable steganalysis. In *Information Hiding*, LNCS vol. 6958, pages 178 – 192, 2011.
- [5] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. Roberts & Company Publishers, 3rd edition, January 2005.
- [6] A. Huertas and G. Medioni. Detection of intensity changes with subpixel accuracy using laplacian-gaussian masks. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, PAMI-8(5) :651–664, sept. 1986.
- [7] R. Jain, R. Kasturi, and B. G. Schunck. *Machine vision*. McGraw-Hill, Inc., New York, NY, USA, 1995.
- [8] O. Laligant and F. Truchetet. A nonlinear derivative scheme applied to edge detection. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 32(2) :242–257, feb. 2010.
- [9] J. Mairal, M. Leordeanu, F. Bach, M. Hebert, and J. Ponce. Discriminative sparse image models for class-specific edge detection and image interpretation. In D. Forsyth, P. Torr, and A. Zisserman, editors, *Computer Vision ? ECCV 2008*, volume 5304 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 43–56. Springer Berlin / Heidelberg, 2008.
- [10] Mumford, D. and Shah, J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 42(5) :577–685, 1989.
- [11] S. Yi, D. Labate, G. Easley, and H. Krim. A shearlet approach to edge analysis and detection. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 18(5) :929–941, may 2009.
- [12] L. Zhang and P. Bao. Edge detection by scale multiplication in wavelet domain. *Pattern Recognition Letters*, 23(14) :1771–1784, 2002.