

Débruitage fréquentiel de signaux par EMD

Ali KOMATY, Delphine DARE et Abdel-Ouahab BOUDRAA

Arts et Métiers Paris Tech / Ecole Navale

Institut de Recherche de l'Ecole Navale (IRENav) - EA 3634 - BCRM Brest, CC 600, 29240 Brest Cedex 9, France

(ali.komaty,dare,boudraa)@ecole-navale.fr

Résumé – Dans cet article, nous proposons un nouveau schéma de débruitage des signaux basé sur la décomposition modale empirique associée à une analyse fréquentielle. Le principe de l'approche consiste à seuiller les modes extraits du signal bruité dans le domaine fréquentiel et non dans le domaine temporel comme c'est le cas du débruitage classique. Chaque mode est décomposé en blocs de même taille et le contenu fréquentiel de chacun d'eux est analysé. Le critère de sélection d'un bloc dit "pertinent" repose sur deux seuils, l'un énergétique, le second fréquentiel, seuils obtenus à l'issue d'une phase d'apprentissage. Le signal est alors reconstruit en utilisant tous les modes seuillés. Les performances du nouveau débruitage sont illustrés sur des signaux synthétiques et réels et les résultats comparés à ceux de la littérature.

Abstract – In this work a new denoising scheme based on the empirical mode decomposition associated with a frequency analysis is introduced. Compared to classical approaches where the extracted modes are thresholded in time domain, in the proposed strategy the thresholding is done in the frequency domain. Each mode is divided into blocks of equal length where the frequency content of each one is analyzed. Relevant modes are identified using an energy and a frequency thresholds obtained by training. The denoised signal is obtained by the superposition of the thresholded modes. The effectiveness of the proposed scheme is illustrated on synthetic and real signals and the results compared to those of methods reported recently.

1 Introduction

La décomposition modale empirique (EMD) permet de décomposer un signal en une somme réduite de composantes oscillantes, extraites de manière adaptative, appelées IMFs (Intrinsic Mode Functions). L'extraction de ces modes se fait par un processus itératif appelé "tamisage" [1]. Ainsi tout signal $x(t)$ peut être décomposé comme suit :

$$x(t) = \sum_{i=1}^N p_i(t) + r(t) \quad (1)$$

où N le nombre de modes $p_i(t)$ extraits et $r(t)$ le résidu de la décomposition (Fig. 1).

Il a été récemment montré que les modes peuvent être exploités à des fins de filtrage et de débruitage des signaux. Ainsi, un signal peut être filtré par reconstruction partielle avec un nombre réduit de modes pertinents [2]-[8], ce nombre étant calculé à partir de critères donnés (énergie,...). Le débruitage, quant à lui, s'obtient par une reconstruction complète du signal à partir de modes pré-traités [7],[9]. Jusqu'à présent toutes ces stratégies ont été définies dans le domaine temporel où le seuillage se fait sur l'amplitude du signal. Dans ce papier, nous montrons que les performances de ces méthodes peuvent être améliorées en terme de rapport signal à bruit par un seuillage des modes dans le domaine fréquentiel. Dans une première partie, nous décrivons la méthode de débruitage

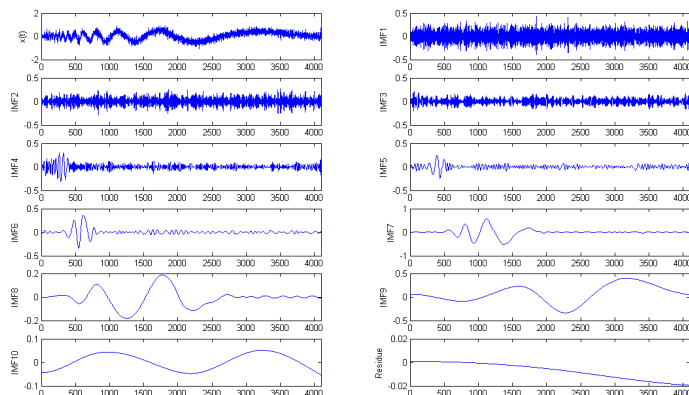


FIG. 1: Extraction des modes d'un signal Doppler.

EMD-TF. Puis, nous présentons et discutons des résultats obtenus sur des signaux synthétiques et réels. Enfin, l'article s'achève sur une conclusion et sur quelques perspectives.

2 Débruitage par EMD-TF

Nous supposons que le signal utile $s(t)$ est noyé dans un bruit $b(t)$ blanc Gaussien : $x(t) = s(t) + b(t)$. Le principe du débruitage fréquentiel consiste à analyser le contenu spectral des modes en termes de largeur de bande (variance) et d'énergie [10] sur une fenêtre glissante. Le but

est d'identifier les parties de chaque mode vérifiant la condition de bande étroite et dépassant un seuil d'énergie (équivalent à celui de [9]). L'algorithme est résumé comme suit:

1. Décomposer le signal bruité en modes (Eq. 1).
2. Décomposer chaque mode $p_i(t)$ en k blocs: $p_i(t) = \{p_i^1(t), \dots, p_i^j(t), \dots, p_i^k(t)\}$, avec $p_i^j(t) = p_i(t) \cdot w_a\left(\frac{t-\tau}{\lambda}\right)$ où $w_a\left(\frac{t-\tau}{\lambda}\right)$ est une fenêtre d'analyse glissante de largeur λ et de variable de décalage τ . Le taux de recouvrement des blocs est de 50%.
3. Calculer la transformée de Fourier de chaque bloc: $\mathcal{F}\{p_i^j(t)\} = P_i^j(f)$.
4. Calculer l'énergie E_i^j et la largeur de bande σ_i^j de chaque $P_i^j(f)$ [10].
5. Calculer par apprentissage le seuil de fréquence $\bar{\sigma}$ et le seuil d'énergie \bar{E} .
6. Sélectionner les blocs qui ont une énergie plus grande que \bar{E} et une largeur de bande plus petite que $\bar{\sigma}$. Les blocs estimés sont de la forme suivante:

$$\tilde{P}_i^j(f) = P_i^j(f) \mathcal{H}(E_i^j - \bar{E}) \mathcal{H}(\bar{\sigma} - \sigma_i^j) \quad (2)$$

où \mathcal{H} est la fonction de Heaviside :

$$\mathcal{H}(E_i^j - \bar{E}) = \begin{cases} 1 & \text{si } E_i^j \geq \bar{E} \\ 0 & \text{si } E_i^j < \bar{E} \end{cases}$$

et

$$\mathcal{H}(\bar{\sigma} - \sigma_i^j) = \begin{cases} 1 & \text{si } \sigma_i^j \leq \bar{\sigma} \\ 0 & \text{si } \sigma_i^j > \bar{\sigma} \end{cases}$$

7. Calculer la transformée de Fourier inverse de chaque bloc et multiplier le bloc résultant par une fenêtre de synthèse w_s :

$$\tilde{p}_i^j(t) = w_s\left(\frac{t-\tau}{\lambda}\right) \Re\{\mathcal{F}^{-1}(\tilde{P}_i^j(f))\} \quad (3)$$

où \Re désigne la partie réelle. La fenêtre globale $w = w_a * w_s$ doit satisfaire la condition $w\left(\frac{\lambda}{2} + n\right) + w(n) = 1 \forall n \ 1 \leq n \leq \frac{\lambda}{2}$ (car 50% de recouvrement).

8. Reconstruire le signal comme suit :

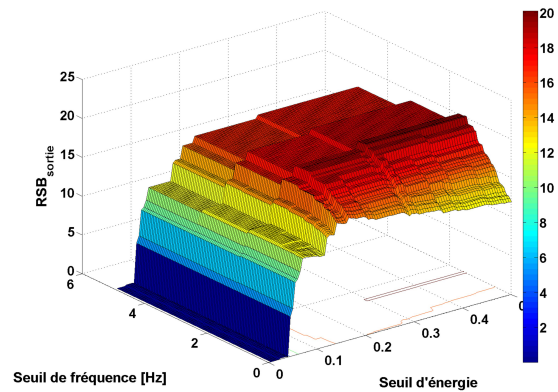
$$\tilde{s}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^k \tilde{p}_i^j(t) + r(t) \quad (4)$$

Notons que les seuils optimaux dépendent de la nature du signal à analyser. Dans la pratique, selon l'application envisagée, les signaux rencontrés sont de nature connue (comme en communications numériques). Par exemple, les seuils optimaux déterminés pour un signal Doppler seront valables pour des signaux modulés à phase continue (comme les signaux CPFSK).

3 Résultats

Le schéma de débruitage a été testé sur un signal synthétique (Doppler) et sur un signal réel (ECG). Les résultats obtenus ont été comparés à ceux des approches ondelettes [11]-[14] et de l'EMD [9]. Nous d'abord estimer les valeurs seuils $\bar{\sigma}$ et \bar{E} par apprentissage. Les figures 2 et 3 représentent les variations du RSB_{sortie} du signal Doppler reconstruit pour plusieurs valeurs de seuils de fréquence et d'énergie. Ainsi, $\bar{\sigma} \in [0, f_{m(N-1)}]$ avec $f_{m(N-1)}$ la fréquence moyenne de la $(N-1)^{ieme}$ IMF (qui est considérée comme bande étroite). Le seuil d'énergie, $\bar{E} \in [0, S]$, où S est le seuil maximal d'énergie défini par $S = C \sqrt{E_{1w_a} 2 \ln \lambda}$, E_{1w_a} étant l'énergie d'une fenêtre de largeur ' λ ' du 1^{er} mode (celui-ci étant toujours assimilé à du bruit). Le tracé du RSB_{sortie} est donc obtenu pour différentes valeurs de couples $(\bar{\sigma}, \bar{E})$. Nous notons que pour des combinaisons particulières, les blocs vérifient systématiquement les deux critères ce qui entraîne la sélection de tous les blocs d'où un signal inchangé après débruitage et une valeur de RSB_{sortie} faible. A l'inverse, des combinaisons $(\bar{\sigma}, \bar{E})$ conduisent à des valeurs optimales de RSB_{sortie} ce qui nous donne une zone de couples optimaux. Le couple $(\bar{\sigma}, \bar{E})$ retenu correspond au barycentre de la zone optimale, $(\bar{\sigma} = 1.8, \bar{E} = 0.35)$.

Pour la reconstruction du mode, $\tilde{p}_i^j(t)$, (Eq. 3), nous avons choisi dans un premier temps $w_a = w_s = \sin\left(\pi \frac{t}{\lambda} - \frac{j-1}{2}\right)$ qui est une fonction lisse. Le bloc résultant sera assuré d'être lisse circulaire puisque $w(0) = w(\lambda)$ d'où la garantie de l'absence d'irrégularités en appliquant la transformée de Fourier. Les simulations ont été réalisées en utilisant une fenêtre de forme sinusoïdale. L'idée sera de faire varier le type de la fenêtre n'ayant pas de discontinuités brutales.



(a)

FIG. 2: RSB_{sortie} du signal Doppler reconstruit en fonction des seuils d'énergie $\bar{\sigma}$ et de fréquence \bar{E} .

Nous avons analysé la robustesse de la méthode en calculant le RSB_{sortie} , pour le signal Doppler, pour plusieurs

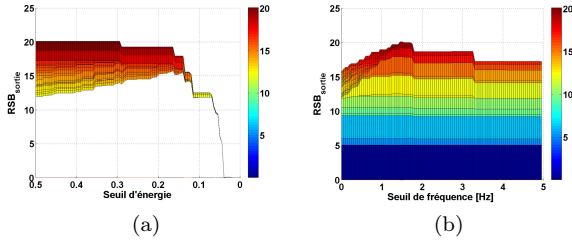


FIG. 3: (a) RSB_{sortie} du signal Doppler reconstruit en fonction du seuil d'énergie E (b) RSB_{sortie} du signal Doppler reconstruit en fonction du seuil de fréquence $\bar{\sigma}$

valeurs de RSB_{entree} et pour deux tailles différentes du signal. Les résultats sont donnés à la figure 4.

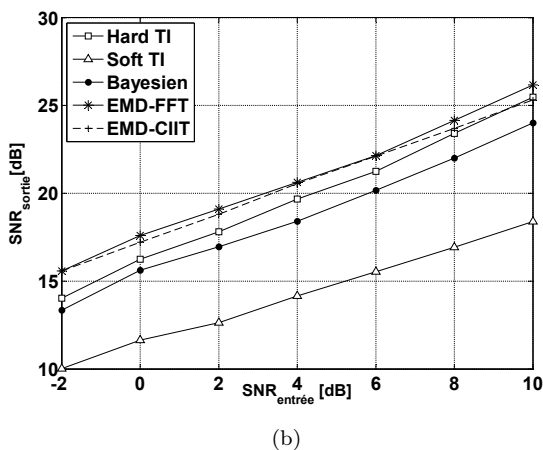
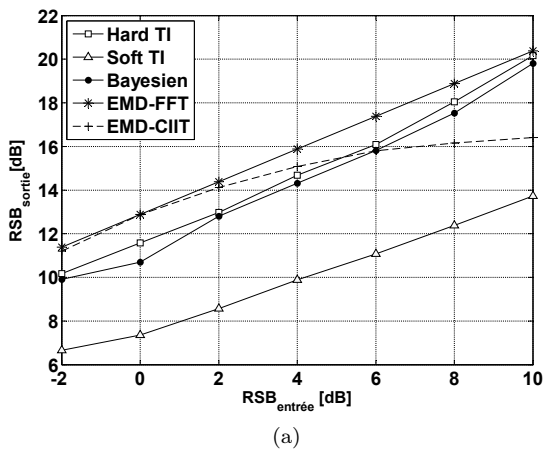


FIG. 4: (a) et (b) Variations du RSB_{sortie} en fonction du RSB_{entree} pour un signal Doppler reconstruit à (a) 1024 échantillons (b) 4096 échantillons.

Notons que pour des faibles valeurs de RSB_{entree} , l'EMD-TF et l'EMD-CIIT [9] ont presque les mêmes performances avec un léger avantage pour la méthode EMD-TF. Ces

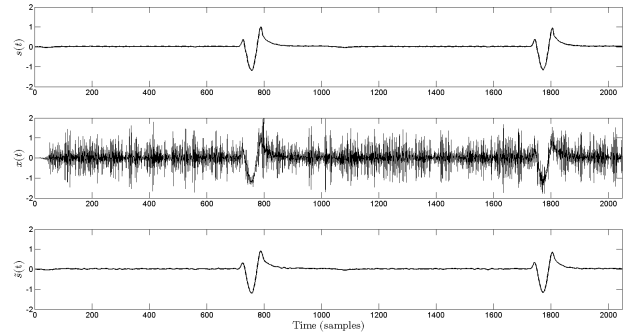


FIG. 5: Signal ECG (original, bruité et débruité).

deux méthodes offrent de meilleures performances que les méthodes Bayésienne et ondelettes [11]-[14]. De même, pour des valeurs de RSB_{entree} plus élevées, la méthode EMD-TF donne une fois encore de meilleurs résultats. Il est à noter que plus le nombre d'échantillons est important, meilleures sont les performances des méthodes reposant sur l'EMD (interpolation affinée)

Nous avons estimé les temps de calcul des cinq méthodes (Tab. 1). Les simulations sont faites en utilisant un processeur Intel Core i3 (3^{eme} génération) 3120M/2.1 GHz, avec 6 Go de mémoire vive (RAM). Les résultats montrent la supériorité de la EMD-TF sur les autres méthodes notamment sur l'EMD-CIIT. Le faible temps de calcul rend la méthode efficace pour des applications en temps réel.

TAB. 1: Temps de calculs des méthodes de débruitage.

<i>Temps de calcul [s]</i>		
	<i>Nombre d'échantillons</i>	
Méthodes	1024	4096
Hard-TI [11]	0.0324	0.0672
Soft-TI [13]	0.0291	0.0689
Bayésien [14]	0.0092	0.0248
EMD-CIIT [9]	1.5817	3.5335
EMD-TF	0.0067	0.0228

Nous avons également testé notre méthode de débruitage fréquentiel sur un signal réel biomédical, en l'occurrence un signal ECG. La figure 5 représente trois signaux qui sont respectivement le signal original $s(t)$, sa version bruitée $x(t)$ et le signal débruité, $\hat{s}(t)$, par l'approche EMD-TF. Les caractéristiques du signal sont préservées dans le signal débruité. Nous remarquons la bonne reconstruction des détails du signal avec une réduction importante du bruit.

4 Conclusion

Dans cet article, nous avons décrit une nouvelle méthode de débruitage basée sur l'EMD associée à une analyse fréquentielle. Les premiers résultats obtenus sont très prometteurs et montrent l'intérêt du seuillage fréquentiel des modes empiriques. En effet, la méthode conduit à des valeurs de RSB_{sortie} de l'ordre de 20 dB pour des RSB_{entree} très faibles. Il est également à noter les temps de calcul réduits, qui permettent d'envisager des applications temps réel de ce schéma de débruitage. La finalité de notre travail sera de valider ces premiers résultats en testant sur une plus large classe de signaux réels, en présence de bruits de nature différente et en ayant recours à un mode de fenêtrage étendu à des fenêtres certes de nature différente mais présentant toujours un passage de niveaux "doux". Une attention particulière sera portée à la formalisation de notre approche, notamment concernant l'étape d'apprentissage.

References

- [1] Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., Wu, M. C., Shih, H. H., Zheng, Q., Yen, N.-C., Tung, C. C. and Liu, H. H., *The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Nonstationary Time Series Analysis*. Proceedings of the Royal Society of London, vol. 454, pp. 903–995, 1998.
- [2] A. Komaty, A. Boudraa and D. Dare, *EMD-Based Filtering using the Hausdorff Distance*. Proc. IEEE IS-SPIT, 6 pages, Ho Chi Minh city, Vietnam, 2012.
- [3] Z. Wu and N.E. Huang, *A study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method*. Proc. Mathematical, Physical and Engineering Sciences, The Royal Society, pp. 1597-1611, 2004.
- [4] Ayenu-Prah and Atttoh-Okine, *A criterion for selecting relevant intrinsic mode functions in empirical mode decomposition*. Advances in Adaptive Data Analysis, vol. 2, No. 1, pp. 1-24, 2010.
- [5] A. O. Boudraa and J. C. Cexus, *EMD-Based Signal Filtering*. IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, vol. 56, pp. 2196-2202, 2007.
- [6] P. Flandrin, P. Goncalves and G. Rilling, *Detrending and denoising with empirical mode decompositions*. EUSIPCO, 4 pages, Vienna, Austria, 2004.
- [7] A. O. Boudraa and J. C. Cexus, *Denoising via empirical mode decomposition*. in Proc. ISCCSP, 5 pages, 2006.
- [8] P. Flandrin, G. Rilling and P. Goncalves, *Empirical mode decomposition as a filter bank*. IEEE Signal Processing Letters, vol. 11, pp. 112-114, 2004.
- [9] Yannis Kopsinis and Stephen McLaughlin, *Development of EMD-Based Denoising Methods Inspired by Wavelet Thresholding*. IEEE Trans. Signal Processing, vol. 57, no. 4, pp. 1351-1362, 2009.
- [10] L. Cohen, *Time Frequency Analysis: Theory and Applications*. Englewood cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.
- [11] S. Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing*. 2nd ed. New York: Academic, 1999.
- [12] A. Antoniadis and J. Bigot, *Wavelet estimators in nonparametric regression: A comparative simulation study*. J. Statist. Software, vol. 6, pp. 1-83, 2001.
- [13] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, *Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage*. Biometrika, vol. 81, pp. 425–455, 1994.
- [14] H. C. Huang and N. Cressie, *Deterministic/stochastic wavelet decomposition for recovery of signal from noisy data*. Technometrics, vol. 42, pp. 262–276, 2000.