# Estimation haute résolution des nombres d'onde dans un guide d'onde océanique dispersif

Florent LE COURTOIS, Julien BONNEL

Lab-STICC (UMR CNRS 6285), ENSTA Bretagne (Université Européenne de Bretagne) 2 rue François Verny, 29200 Brest

florent.le\_courtois@ensta-bretagne.fr,julien.bonnel@ensta-bretagne.fr

**Résumé** – La propagation acoustique en petit fond et aux basses fréquences est décrite par la somme des modes d'un guide d'onde dispersif. Les propriétés physiques du milieu (sédiment, hauteur de la colonne d'eau, etc.) peuvent être inversées à partir des nombres d'onde. Une manière d'estimer ces nombres d'onde consiste à tracer un diagramme f - k (fréquence-nombre d'onde) : c'est le module des transformées de Fourier spatiale et temporelle (TF2D) des signaux reçus sur une antenne horizontale. Cette méthode présente plusieurs limitations liées à l'utilisation de la transformée de Fourier, en particulier, un nombre important de capteurs est requis pour une résolution acceptable des nombres d'onde. L'objectif de ce travail est de réduire le nombre d'hydrophones tout en gardant une bonne séparation des nombres d'onde. Nous proposons d'utiliser un modèle autorégressif des signaux de l'antenne. Le nombre minimal de capteurs nécessaires pour garantir une bonne séparation modale est choisi sur un diagramme de stabilisation. Les diagrammes f - k obtenus par modélisation autorégressive sont tracés pour des données simulées dans un guide de Pekeris et des mesures en mer du Nord. Les diagrammes f - k obtenus par le modèle AR présentent des résolutions modales supérieures tout en utilisant un nombre moindre de capteurs que ceux obtenus par TF2D

**Abstract** – Acoustic propagation in shallow water is described by the summation of dispersive waveguide modes. Physical properties of the environment (composition of the sea floor, water column depth, etc.) can be estimated from the modal wavenumbers. The modulus of the spatial and temporal Fourier transforms of horizontal array measurements allows a frequency-wavenumber (f - k) representation. Wavenumbers are then separated and can be estimated over a wide frequency band. The two dimensional Fourier transform (2DFT) presents important limitations, such as the need of a high number of sensors to perform an accurate separation of the wavenumbers. In this article, we propose to use an autoregressive model for reducing the sensor number. The minimal number of microphones for achieving a good separation is determined on a stabilization diagram. This method is applied for simulated data in a Pekeris waveguide and also on North Sea measurements. The f - k diagrams calculated by the AR model present a far better modal resolution by using three times less sensors than 2DFT.

### **1** Introduction

Aux basses fréquences, la propagation acoustique en milieu petit fond est équivalente à celle d'un guide d'onde dispersif. Les nombres d'onde horizontaux,  $k_l$ , dépendent des propriétés de la colonne d'eau et de la composition du fond marin. Ils sont typiquement utilisés comme données d'entrée des algorithmes d'inversion pour le calcul des propriétés environnementales.

Dans le cas d'une antenne horizontale d'hydrophones, l'estimation des nombres d'onde revient à une analyse spectrale spatiale. Les nombres d'onde sont identifiés sur une large bande de fréquences en réalisant une double transformée de Fourier (TF) en temps et en espace. La représentation du signal sur un diagramme fréquence-nombre d'onde (f - k) est particulièrement adaptée pour l'analyse dans un guide d'onde dispersif [1]. L'application au contexte sous-marin a été proposée par Nicolas et al. [2].

L'analyse spectrale par TF présente plusieurs limites ; en particulier, la résolution spectrale en nombres d'onde est inversement proportionnelle au nombre de capteurs de l'antenne : un grand nombre de capteurs est nécessaire pour une bonne séparation des nombres d'ondes. Les méthodes à haute résolution ont été proposées pour ne plus dépendre des limites de l'analyse par TF. Les approches par décomposition en sous-espace ESPRIT et MUSIC [3] ont été appliquées à la problématique sous-marine. Enfin les méthodes paramétriques, comme l'algorithme de Prony [4] et les modèles autorégressifs (AR) [5], ont été proposées pour l'analyse spectrale en contexte de bande étroite en environnement petit fond. Ces méthodes sont néanmoins sensibles au bruit. Un modèle AR original a été développé dans [6]; plusieurs acquisitions sont réalisées en cuve en faisant varier l'espacement inter-capteur de l'antenne pour améliorer le rapport signal à bruit (RSB); les données sont représentées sur un histogramme f - k.

Dans le milieu sous-marin, des contraintes opérationnelles importantes restreignent l'utilisation d'antennes composées d'un grand nombre de capteurs. Nous nous intéressons dans cet article à la réduction du nombre de capteurs de l'antenne tout en permettant la séparation large bande des nombres d'onde. Dans un premier temps, la problématique du plan f-k est introduite. Nous proposons, dans une deuxième section, un modèle AR du signal d'antenne. Le problème d'identification de l'ordre du



FIGURE 1 – Diagramme de stabilisation d'un guide de Pekeris simulé pour la fréquence 60 Hz.

modèle AR est ramené à estimer le nombre minimum de capteurs permettant la séparation des nombres d'ondes. Une analyse du diagramme de stabilisation du modèle AR en fonction du nombre de capteurs utilisés indique alors à partir de combien d'éléments dans l'antenne les modes sont suffisamment séparés. Cette méthode est appliquée sur le cas simulé d'un guide de Pekeris ainsi que sur des mesures en mer du Nord.

# 2 Diagramme f-k en contexte sous marin

Aux basses fréquences (en dessous d'une centaine de Hertz) et en petit fond (environ 100 m de profondeur), pour une source large bande S à la profondeur est  $z_s$ , la pression reçue pour la fréquence  $f_0$  sur un hydrophone situé en [r, z] est une somme de modes [7]

$$P(f_0, r) = QS(f_0) \sum_{l=1}^{L} \Psi_l(z_s, f_0) \Psi_l(z, f_0) \frac{e^{-ik_l(f_0)r}}{\sqrt{k_l(f_0)r}}, \quad (1)$$

Q est une constante,  $\Psi_l$  et  $k_l$  sont la fonction modale et le nombre d'onde horizontal pour le  $l^{i eme}$  mode et L est le nombre de modes propagatifs.

En considérant une antenne de M hydrophones distants de  $\Delta_r$ dont le premier capteur est à la distance  $r_0$  de la source, la représentation fréquence-nombre d'onde, appelée diagramme f - k, est alors obtenue en prenant le module de la TF spatiale de l'équation (1)

$$P^{TF}(f_0, k) = \left| \int P(f_0, r) e^{2i\pi k_{rl} r} dr \right|.$$
 (2)

Un exemple de diagramme f - k est présenté en figure 2(a), les nombres d'onde sont identifiés pour la bande de fréquence  $[0\ 100]$  Hz. Notons qu'une correction de phase de  $e^{2i\pi f_0} \frac{r}{c_w}$  est appliquée à  $P(f_0, r)$ , où  $c_w$  est la célérité d'une onde plane dans l'eau; les valeurs de  $k_l$  sont alors modifiées pour être concentrées sur une portion du plan f - k. Cette transformation permet une meilleure lisibilité des diagrammes f - k [8].

La résolution du spectre des nombre d'ondes est de  $\Delta_k^{TF} = 1/(M\Delta_r)$ . Une bonne séparation modale nécessite d'utiliser un nombre important de capteurs. Les méthodes à haute résolution ont été proposées pour palier aux limites de la TF. Dans

la section suivante, nous proposons l'application d'un modèle AR pour la réalisation du diagramme f - k.

## 3 Modèle autoregressif des mesures d'antenne en petit fond

La modélisation AR des signaux d'antenne consiste à estimer le  $m^{i\grave{e}me}$  échantillon spatial comme la somme pondérée des N précédents échantillons et d'un bruit blanc w de variance  $\sigma^2$  [9]. Pour une antenne de M capteurs équidistants et  $r = m\Delta_r + r_0$ , le champ de pression à la fréquence  $f_0$  de l'équation (1) peut s'écrire

$$\hat{P}[f_0, m] = -\sum_{n=1}^{N} a[n] P[f_0, m-n] + w[m], \qquad (3)$$

avec a[n], les coefficients AR et N l'ordre du modèle. Plusieurs algorithmes ont été proposés pour le calcul des a[n] et de  $\sigma^2$ . Dans le cas de l'estimation spectrale, l'algorithme de la covariance modifiée (ACM) est le plus adapté. L'ACM nécessite que  $N \leq 2/3M$  pour fonctionner [9]. Nous décidons de fixer

$$N = \frac{2}{3}M.$$
 (4)

Le problème revient alors à trouver le nombre de capteurs minimal nécessaire à la modélisation du signal reçu sur l'antenne. Nous nous intéressons dans la suite à la relation entre le nombre de coefficients N et la densité spectrale du modèle.

#### 3.1 Densité spectrale d'un modèle AR

La densité spectrale du modèle de l'équation (3) est donnée par

$$\hat{P}^{AR}(f_0,k) = \frac{\sigma^2}{\left|1 + \sum_{n=1}^N a[n]e^{-i2\pi kn\Delta_r}\right|^2}.$$
 (5)

Nous rappelons qu'il s'agit d'un spectre en nombres d'onde calculé pour une fréquence  $f_0$  et que d'une fréquence à l'autre, les valeurs des paramètres AR modélisant le signal changent. La TF des coefficients a[n] correspond aux pôles du modèle et aux  $k_l$  du guide.

Dans le cas d'un environnement bruité, des pôles doivent être ajoutés pour atténuer l'influence du bruit sur les mesures [9]. Les pôles se classent alors en deux catégories : les pôles physiques (correspondant aux  $k_l$ ) et les pôles mathématiques (pour atténuer le bruit). Plusieurs critères ont été définis pour calculer a posteriori l'ordre idéal mais ils sont peu performants sur des données réelles. Une approche empirique est souvent privilégiée ; dans [4] et [5], l'ordre est choisi quand deux fréquences proches sont résolues et pour différents niveaux de RSB. Cependant, pour une analyse large bande, la séparation de plusieurs fréquences doit être considérée.



FIGURE 2 – Diagrammes f - k pour le guide de Pekeris simulé, obtenus par TF sur (a) 240 capteurs et (b) 80 capteurs et (c) en utilisant un modèle AR d'ordre 53 et sur 80 capteurs.

#### 3.2 Détermination du nombre minimal de capteurs nécessaires

Le diagramme de stabilisation est un outil introduit pour faciliter la discrimination de ces deux types de pôles [10]. L'idée principale est de tracer l'évolution des pôles tout en incrémentant l'ordre du modèle AR. La stabilité est atteinte quand les pôles physiques n'évoluent plus. Dans notre cas et en utilisant la relation (4), augmenter l'ordre du modèle revient à augmenter le nombre de microphones.

Dans un guide d'onde dispersif, les nombres d'onde varient avec la fréquence; quand elle augmente, les modes sont plus nombreux et plus rapprochés. Le nombre de pôles physiques et mathématiques est donc aussi augmenté. La difficulté devient donc de les différencier pour estimer les  $k_l$ . L'étude du diagramme de stabilité pour la plus haute fréquence d'analyse du diagramme f - k revient donc au pire cas possible et garantit la séparation modale pour les fréquences plus basses.

Le diagramme de stabilisation est appliqué à un cas de guide de Pekeris pour une source impulsionnelle. Nous modélisons un colonne d'eau de 130 m dont la masse volumique est 1 kg.m<sup>-3</sup> et la célérité des ondes dans l'eau 1520 m.s<sup>-1</sup>. Une couche de fluide infiniment profonde, caractérisée par sa densité de 3 kg.m<sup>-3</sup> et la célérité des ondes de compression dans ce milieu de 1816 m.s<sup>-1</sup>, modélise le sol marin. L'antenne est composée de capteurs distants de 25 m et repose au fond. La fréquence d'échantillonage est de 120 Hz. Un bruit gaussien est ajouté au mesures avec un RSB de 10 dB. Le diagramme de stabilisation pour  $f_0 = 60$  Hz est présenté en figure 1. Les modes sont suffisamment séparés quand  $M \approx 80$  hydrophones  $(N \approx 53)$ : l'ajout de pôles ne change pas les valeurs des nombres d'ondes : -6,3, -4,3, -3, -2, -1 et -0,5 km<sup>-1</sup>. Les conditions suffisantes pour qu'une bonne séparation modale soit atteinte sont alors de choisir une antenne de 80 microphones et un ordre de 53.

Pour prouver que ce choix de paramètres est pertinent, le diagramme f-k est calculé par TF et modèle AR. Les diagrammes tracés sur les figures 2(a) et 2(b) sont respectivement obtenus



FIGURE 3 – Diagramme de stabilisation pour les données mer du Nord à 60 Hz.

par TF sur 240 et 80 capteurs. La résolution obtenue avec 80 capteurs, figure 2(b), n'est pas suffisante pour estimer les  $k_l$ . En utilisant le modèle AR d'ordre 53 sur 80 hydrophones, le diagramme f - k est tracé en figure 2(c). La résolution obtenue est nettement supérieure à celle du diagramme f - k calculé par TF (figure 2(a)). De plus, l'utilisation du modèle AR permet de diviser par trois le nombre de capteurs.

# 4 Application sur des mesures en Mer du Nord

La méthode est appliquée sur des mesures réalisées en mer du Nord avec une source impulsionnelle [2]. Les propriétés du milieu sont proches de celles utilisées dans la simulation. L'antenne est composée de 240 capteurs espacés de 25 m. La fréquence d'échantillonage est de 250 Hz. L'antenne est posée sur le fond, à 130 m de profondeur. Le RSB est estimé à 10 dB. L'analyse du diagramme de stabilisation à 60 Hz est tracée en figure 3. 70 capteurs et N = 46 sont alors nécessaires pour la séparation des modes.

La construction classique du diagramme f - k par TF est tracée sur les figures 4(a) et 4(b), en utilisant respectivement 70 et 240 hydrophones de l'antenne. Le diagramme f - k issu du modèle



FIGURE 4 – Diagrammes f - k pour les mesures réalisées en Mer du Nord, obtenus par TF sur (a) 240 capteurs et (b) 70 capteurs et (c)en utilisant un modèle AR d'ordre 46 et sur 70 capteurs.

AR sur 70 hydrophones est tracé en figure 4(c), la résolution obtenue est bien supérieure à celle du diagramme obtenue par TF sur 240 capteurs.

## 5 Conclusion

Un modèle AR de la propagation acoustique dans un environnement petit fond est présenté dans cet article. Une étude préalable du diagramme de stabilisation est proposée pour identifier le plus petit nombre de capteurs permettant une estimation suffisante des nombres d'onde. Pour des cas simulés et mesurés, la méthode fournit une meilleure résolution sur les diagrammes f - k tout en permettant une réduction du nombre de capteurs par trois.

La méthode proposée présente des résultats similaires sur simulation et données réelles : le nombre minimal de capteurs nécessaires pour estimer correctement les nombres d'onde est du même ordre de grandeur. Des simulations simples peuvent ainsi permettre de dimensionner la taille des antennes avant les essais en mer.

## Références

- [1] L. AMUNDSEN et B. URSIN, « Frequency-wavenumber inversion of acoustic data », *SEG Annual Meeting*, 1998.
- [2] B. NICOLAS, J. MARS et J. LACOUME, « Geoacoustical parameters estimation with impulsive and boat-noise sources », *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 28, no. 3, p. 494–501, 2003.
- [3] S. D. RAJAN et S. D. BHATTA, « Evaluation of highresolution frequency estimation methods for determining frequencies of eigenmodes in shallow water acoustic field », J. Acoust. Society America, vol. 93, p. p. 378–389, Janvier 1993.

- [4] E. C. SHANG, H. P. WANG et Z. Y. HUANG, «Waveguide characterization and source localization in shallow water waveguides using the prony method », *J. Acoust. Society America*, vol. 83, no. 1, p. p. 103–108, 1988.
- [5] K. M. BECKER et G. V. FRISK, « Evaluation of an autoregressive spectral estimator for modal wave number estimation in range-dependent shallow water waveguides », *J. Acoust. Society America*, vol. 120, p. p. 1423–1434, Septembre 2006.
- [6] F. D. PHILIPPE, P. ROUX et D. CASSEREAU, « Iterative high-resolution wavenumber inversion applied to broadband acoustic data », *IEEE, Trans. on Ultrasonics, Ferroeletrics, and Frequency Control*, vol. 55, no. 10, p. p. 2306–2311, 2008.
- [7] F. JENSEN, W. KUPERMAN, M. PORTER et H. SCHMIDT, Computational Ocean Acoustics. American Institute of Physics, New York, second éd., 2011.
- [8] Ö. YILMAZ, Seismic data analysis : processing, inversion, and interpretation of seismic data. No. 10, SEG Books, 2001.
- [9] S. L. MARPLE, *Digital spectral analysis with applications*. Signal Processing, Prentice Hall, 1987.
- [10] H. V. der AUWERAER, « Structural dynamics modeling using modal analysis : applications, trends and challenges », *Proceedings of the IEEE instrumentation and measurement technology conference*, 2001.